مترجمہ عزیز الرحمٰن پسر سید رشید

مساحت قسم دوم و سوم

سلسلۂ نصابات علمیہ جامعۂ عثمانیہ

مساحت

حصہ دوم وسوم

پیرپوائنٹ کی کتاب مینسوریشن حصہ دوم وسوم کا ترجمہ

انجینیرنگ اور میٹریکیولیشن کے لیے

مترجمہ

مولوی محمد عزیز الرحمن صاحب بی۔اے (عثمانیہ) ایم۔ایس سی (ڈھاکہ)

لکچرار سائنس انٹرمیڈیٹ کالج (اورنگ آباد۔دکن)

سنہ ۱۳۴۸ھ م سنہ ۱۳۳۸ف م سنہ ۱۹۲۹ء

دارالطبع جامعہ عثمانیہ سرکار عالی حیدرآباد دکن

فہرستِ مضامین

مساحت حصۂ دوم وسوم

حصۂ دوم ۔ حجم

مضمون	صفحہ
حصۂ سوم ۔ سطحیں	

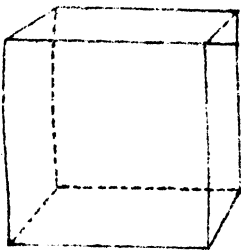
مساحت

حصّۂ دوم

باب نوزدہم

تمہید۔ اکائیوں کی جدول

۱۰۸۔ شکل مجسم یا مجسم ایک یا زیادہ سطحوں سے گھری ہوئی شکل ہوتی ہے۔ اس لئے ضروری ہے کہ مجسم میں طول، عرض (یا چوڑائی) اور موٹائی (گہرائی یا بلندی) ہو۔

جب کوئی مجسم ہموار سطحوں سے گھرا ہوا ہوتا ہے تو اُن سطحوں کو اُس کے رُخ[1] کہتے ہیں اور وہ مجسم کثیر السطوح کہلاتا ہے۔ خطوط جن سے مجسم کے رُخ گھرے ہوئے ہوتے اُن کو مجسم کے کنارے[1] کہتے ہیں۔

۱۰۹۔ جب کسی مجسم کا احاطہ کرنے والی سطحیں چھ مساوی مربع ہوں تو ایسے مجسم کو مکعب کہتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ مکعب کا طول، عرض اور موٹائی ایک دوسرے کے مساوی ہونگے۔ (دیکھو شکل)۔

کوئی مکعب ایک مکعب انچ، ایک مکعب فٹ یا ایک مکعب گز کہلائیگا بلحاظ اس کے کہ اُس کے

[1] بعض مصنف کسی مجسم کو گھیرنے والی ہموار سطحوں کے لیے رخوں کی اصطلاح مخصوص نہیں کرتے۔ کسی مجسم کو احاطہ کرنے والی تمام سطحوں کے لئے خواہ وہ ہموار ہوں یا منحنی رُخ کی اصطلاح استعمال کرتے ہیں اور متصلہ رخوں کے خطوطِ تقاطع کو مجسم کے کنارے کہتے ہیں۔

طول، عرض اور موٹائی میں سے ہر ایک ایک طولی انچ، ایک طولی فٹ یا ایک طولی گز ہو۔

۱۱۰ — حجم کی اکائیاں جو مساحت میں بالعموم استعمال ہوتی ہیں ذیل کی جدول میں درج ہیں۔

مکعب یا مجسمی ناپ

۱۷۲۸ مکعب انچ = ۱ مکعب فٹ
۲۷ مکعب فٹ = ۱ مکعب گز

۱۱۱ — ایک مکعب انچ خالص پانی کا وزن ۲۵۲٫۴۵۸ گرین (ٹرائے) ہوتا ہے۔

∴ ۱ مکعب فٹ خالص پانی کا وزن ۲۵۲٫۴۵۸ × ۱۷۲۸ گرین (ٹرائے)

$= \frac{۲۵۲٫۴۵۸ \times ۱۷۲۸ \times ۱۶}{۷۰۰۰}$ اونس (اورڈوپائس)

= ۹۹۷٫۱۳۷ اونس (اورڈوپائس)

اس وزن اور ۱۰۰۰ اونس میں قلیل سا اختلاف ہونے کی وجہ سے عام طور پر عملیات میں ایک مکعب فٹ خالص پانی کے وزن کو ۱۰۰۰ اونس یا $۶۲\frac{۱}{۲}$ پونڈ فرض کیا جاتا ہے۔ ذیل کی تمام مثالوں میں جب تک کہ خاص طور پر ذکر نہ کیا جائے اِسی مفروض کو ماننا چاہیے۔

۱۱۲ — "ایک پائینٹ خالص پانی کا وزن $۱\frac{۱}{۴}$ پونڈ ہوتا ہے"

∴ ایک پائینٹ خالص پانی کا وزن = $۷۰۰۰ \times ۱\frac{۱}{۴}$ گرین (ٹرائے)

∴ ایک پائنٹ کے ناپ میں $\frac{۷۰۰۰ \times ۱\frac{۱}{۴}}{۲۵۲٫۴۵۸}$ مکعب انچ

∴ ایک گیلن کے ناپ میں $\frac{۸ \times ۷۰۰۰ \times ۱\frac{۱}{۴}}{۲۵۲٫۴۵۸}$ مکعب انچ۔

= ۲۷۷٫۲۷۴ مکعب انچ

اس حجم اور ۲۷۷ ۱/۴ مکعب انچ میں قلیل سا اختلاف ہونے کی وجہ سے عام طور پر عملیات میں ایک گیلن کی گنجائش کو ۲۷۷ ۱/۴ مکعب انچ فرض کیا جاتا ہے۔ ذیل کی تمام مثالوں میں جب تک کہ خاص طور پر ذکر نہ کیا جائے یہی مفروضہ پیش نظر رکھا جائے۔

۱۱۳۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱: بتاؤ کہ ۲ مکعب گز ۱۶ مکعب فٹ اور ۱۰۴۴ مکعب انچ کے کتنے مکعب انچ ہونگے؟

۲ مکعب گز ۱۶ مکعب فٹ ۱۰۴۴ مکعب انچ

۲۷
۵۴
۱۶
۷۰ مکعب فٹ
۱۷۲۸
۱۲۰۹۶۰
۱۰۴۴ مکعب انچ
۱۲۲۰۰۴

∴ ۲ مکعب گز ۱۶ مکعب فٹ اور ۱۰۴۴ مکعب انچ = ۱۲۲۰۰۴ مکعب انچ

مثال ۲: ۵۲۶۰۷۲ مکعب انچ کو مکعب گز وغیرہ میں تحویل کرو۔

		مکعب انچ	
۱۴۴	(۱۲) ۵۲۶۰۷۲		
	(۱۲) ۴۳۸۳۹	۴	۴۰
	(۱۲) ۳۶۵۳	۳	
	(۹) ۳۰۴	۵	۷۶۰ مکعب انچ
	(۳) ۳۳	۷	۷ مکعب فٹ
	۱۱	۰	

∴ ۵۲۶۰۷۲ مکعب انچ = ۱۱ مکعب گز ۷ مکعب فٹ ۷۶۰ مکعب انچ۔

مثال ۳۔ بتاؤ کہ ایک مکعب انچ گنجائش ایک پائینٹ کی کونسی کسر ہے؟

۲۷۷¼ مکعب انچ = ۱ گیلن ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ دفعہ ۱۱۲

∴ ۱ " = $\frac{۸ \times ۱}{۲۷۷\frac{۱}{۴}}$ پائینٹ

= $\frac{۴ \times ۸}{۱۱۰۹}$ پائینٹ

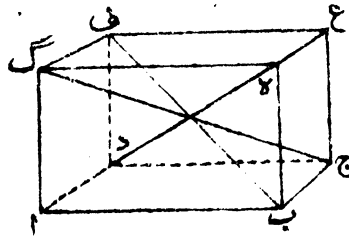
= $\frac{۳۲}{۱۱۰۹}$ پائینٹ

امثلہ نمبری (۱۹)

۱ ۔ ۱ مکعب فٹ ۲۹ ۷ مکعب انچ کو مکعب انچوں میں تحویل کرو۔
۲ ۔ ۲ مکعب گز ۱۸ مکعب فٹ ۱۲۳۲ مکعب انچ کو مکعب انچوں میں تحویل کرو۔
۳ ۔ بتاؤ کہ ۔ ۔ ۔ ۔ ۲۳ مکعب انچ میں کتنے مکعب گز، مکعب فٹ اور مکعب انچ ہونگے ؟
۴ ۔ ۲ ۶ ۷ ۶ ۴ ۱۳ مکعب انچ کے مکعب گز، مکعب فٹ اور مکعب انچ بناؤ۔
۵ ۔ بتاؤ کہ ایک ٹن خالص پانی کتنی مکعب فٹ فضا میں سما سکیگا ؟
۶ ۔ خالص پانی کی اُس مقدار کا وزن معلوم کرو جو ۱ مکعب گز فضا کو گھیرتا ہے۔
۷ ۔ ۵۰ گیلن خالص پانی کا وزن دریافت کرو۔

باب بستم

مستطیلی مجسم

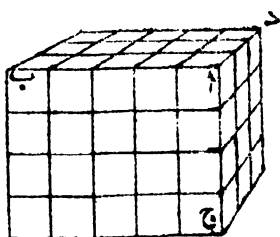
۱۱۴۔ مستطیلی مجسم ایک ایسا مجسم ہے جو چھ مستطیلی رُخوں سے گھِرا ہُوا ہو۔ ظاہر ہے کہ کسی مستطیلی مجسم کے آمنے سامنے کے رُخ ایسے مساوی مستطیل ہونگے جو متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں۔

پس مستطیلی مجسم ا ف ہ میں مستطیل ا ب ج د، مستطیل ع ف گ ہ کے برابر ہے اور یہ دونوں مستطیل متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں معمولی اینٹ مستطیلی مجسم کی ایک عام مثال ہو سکتی ہے۔

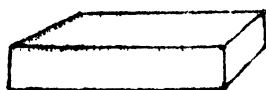
مستطیلی مجسم کا طول، عرض اور موٹائی اُس کے ابعاد کہلاتے ہیں۔

وہ چار خطوطِ مستقیم جو کسی مستطیلی مجسم کے کونوں کو ملاتے ہیں اُس کے وتر کہلاتے ہیں۔ مثلاً د ہ، گ ج اور ف ب مستطیلی مجسم ا ف ہ کے تین وتر ہیں۔

جب کسی مستطیلی مجسم کے ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں تو وہ مکعب کہلاتا ہے (دفعہ ۱۰۹)
جب کسی مستطیلی مجسم کے ابعاد ایک دوسرے کے مساوی نہیں ہوتے تو اس کو مکعب نما کہتے ہیں۔ بعض اوقات مستطیلی مجسم کو متوازی السطوح بھی کہتے ہیں۔

مسئلہ ۲۸

۱۱۵۔ مستطیلی مجسم کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کے ابعاد دئے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ اب ج د ایک مستطیلی مجسم ہے جس میں اب ۵ کے طول کو اج ۴ کے طول کو اور اد ۳ کے طول کو تعبیر کرتے ہیں۔
مطلوب یہ ہے کہ مستطیلی مجسم اب ج د کا حجم معلوم کریں۔

اب کو ۵ مساوی حصوں میں، اج کو ۴ مساوی حصوں میں اور اد کو ۳ مساوی حصوں میں تقسیم کرو۔ تب اِن مساوی حصوں میں سے ہر ایک ۱ اِنچ کو تعبیر کریگا۔ اج میں کے نقاطِ تقسیم سے ایسی سطحیں کھینچو جو رُخ اب د کے متوازی ہوں۔ یہ مجسم کو ایسی چار مساوی تہوں میں تقسیم کردیگی جن میں سے ہر ایک تہ ۱ موٹی ہوگی (دیکھو شکل)۔
پھر اب میں کے نقاطِ تقسیم سے ایسی سطحیں کھینچو جو رُخ ادج کے متوازی ہوں۔ یہ ہر ایک تہ کو ایسی پانچ مساوی سلاخوں میں تقسیم کرے گی کہ ہر ایک سلاخ کی عمودی تراش

ا مربع انچ ہوگی (دیکھو شکل)۔

پھر ا د میں کے نقاطِ تقسیم سے ایسی سطحیں کھینچو جو رُخ ا ب ج کے متوازی ہوں۔ یہ ہر ایک سلاخ کو ایسے تین مساوی حصوں میں تقسیم کریگی کہ ہر ایک حصہ ا مکعب انچ کو تعبیر کریگا (دیکھو شکل)۔

یہ امر قابلِ غور ہے کہ تہ کی تعداد وہی ہے جو ا ج میں انچوں کی تعداد ہے اور ہر ایک تہ میں سلاخوں کی تعداد وہی ہے جو ا ب میں انچ کی تعداد ہے اور ہر ایک سلاخ میں مکعب انچوں کی وہی تعداد ہے جو ا د میں انچوں کی تعداد ہے۔ اس لئے مستطیلی مجسم میں۔

۴ × ۵ × ۳ مکعب انچ = ۶۰ مکعب انچ

اِس صورتِ خاص سے ہم عام نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں۔ اگر کسی مستطیلی مجسم کا طول، عرض اور موٹائی ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل، ع اور ٹ ہوں تو اُس مجسم کے حجم میں ل × ع × ٹ حجم کی متناظر اکائیاں ہونگی۔

پس قاعدہ — مستطیلی مجسم کے ابعاد بلحاظ کسی طولی اکائی کے جن اعداد سے تعبیر ہوتے ہیں اُن کا مسلسل حاصلِ ضرب مجسم کے حجم میں متناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے۔

یا مختصراً۔

مستطیلی مجسم کا حجم = طول × عرض × موٹائی

= طول × سرے کا رقبہ

= عرض × پہلو کا رقبہ

= موٹائی × قاعدہ کا رقبہ

ح = ل × ع × ٹ . . . . (۱)

اس لئے مستطیلی مجسم کا طول $= \frac{\text{حجم}}{\text{عرض} \times \text{گہرائی}} = \frac{\text{حجم}}{\text{سرے کا رقبہ}}$

$$ل = \frac{ح}{ع \times ٹ} \quad \ldots\ldots\ldots (۲)$$

اور

مستطیلی مجسم کا عرض $= \frac{\text{حجم}}{\text{طول} \times \text{گہرائی}} = \frac{\text{حجم}}{\text{پہلو کا رقبہ}}$

$$ع = \frac{ح}{ل \times ٹ} \quad \ldots\ldots\ldots (۳)$$

اور

مستطیلی مجسم کی موٹائی $= \frac{\text{حجم}}{\text{طول} \times \text{عرض}} = \frac{\text{حجم}}{\text{قاعدہ کا رقبہ}}$

$$ٹ = \frac{ح}{ل \times ع} \quad \ldots\ldots\ldots (۴)$$

(۴) مستطیلی مجسم کا حجم اس کے قاعدہ، پہلو اور سرے کے رقبوں کی رقوم میں بیان کیا جا سکتا ہے - یعنی ———

مستطیلی مجسم کا حجم $= \sqrt{(\text{طول} \times \text{عرض})\,(\text{طول} \times \text{موٹائی})\,(\text{عرض} \times \text{موٹائی})}$

$= \sqrt{(\text{قاعدہ کا رقبہ}) \times (\text{پہلو کا رقبہ}) \times (\text{سرے کا رقبہ})}$

$ح = \sqrt{ق_۱ \times ق_۲ \times ق_۳}$

جہاں $ق_۱$، $ق_۲$ اور $ق_۳$ بالترتیب قاعدہ کے رقبہ، پہلو کے رقبہ اور سرے کے

رقبہ کو تعبیر کرتے ہیں۔

صورت خاص

۱۱۷۔ **مکعب** ۔ اس صورت میں تمام ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں ۔

یعنی طول = عرض = موٹائی = کنارہ

اور کسی مستطیلی مجسم کا حجم = طول × عرض × موٹائی . . . . . دفعہ ۱۱۵

∴ مکعب کا حجم = (کنارہ)^{۳}

یعنی ح = ک^{۳} . . . . (۱)

∴ مکعب کا کنارہ = $\sqrt[۳]{\text{حجم}}$

یعنی ک = $\sqrt[۳]{\text{ح}}$ . . . . (۲)

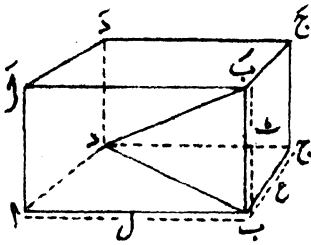
قاعدہ ۔کسی مکعب کے حجم میں جتنی حجمی اکائیاں ہوتی ہیں اُن کی تعداد کا جذر المکعب نکالو۔ تو اُس کے کنارہ میں تناظر خطی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔

یا مختصراً —

مکعب کا کنارہ = $\sqrt[۳]{\text{حجم}}$

یعنی ک = $\sqrt[۳]{\text{ح}}$

مسئلہ ۲۹

۱۱۸۔ مستطیلی مجسم کا وتر معلوم کرنا جب کہ اُس کے ابعاد دیئے ہوئے ہوں ۔

فرض کرو کہ مستطیلی مجسم ا ب جَ دَ کے ابعاد ب ا ، ب ج ، ب بَ ، ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل ، ع اور ٹ ہیں۔
مطلوب یہ ہے کہ اس کے وتر د بَ کا طول ل ، ع اور ٹ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

د ب کو ملاؤ۔

د بَ چونکہ مثلث قائم الزاویہ د ب بَ کا وتر ہے

$\therefore \text{د بَ}^2 = \text{د ب}^2 + \text{ب بَ}^2$ .... اقلیدس مقالہ اول شکل ۴۷

لیکن $\text{د ب}^2 = \text{ا ب}^2 + \text{ا د}^2$ ....

$= \text{ا ب}^2 + \text{ب ج}^2$ .... اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۴

$\therefore \text{د بَ}^2 = \text{ا ب}^2 + \text{ب ج}^2 + \text{ب بَ}^2$

$\therefore$ د بَ پر کا مربع = $(\text{ل}^2 + \text{ع}^2 + \text{ٹ}^2)$ مربع اکائیاں ... دفعہ ۹ حصہ اول

$\therefore \text{د بَ} = \sqrt{\text{ل}^2 + \text{ع}^2 + \text{ٹ}^2}$ طولی اکائیاں ... "

پس قاعدہ — مستطیلی مجسم کے ابعاد میں طولی اکائیوں کو تعبیر کرنے والے اعداد کے مربعوں کا حاصل جمع دریافت کرو۔ تب اس مجموعہ کا جذر المربع مجسم کے وتر میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً — مستطیلی مجسم کا وتر = $\sqrt{(\text{طول})^2 + (\text{عرض})^2 + (\text{موٹائی})^2}$

$\text{و} = \sqrt{\text{ل}^2 + \text{ع}^2 + \text{ٹ}^2}$

نوٹ: یہ ظاہر ہے کہ مستطیلی مجسم ا ب جَ دَ کے چاروں وتروں میں

سے ہر ایک کے لئے ہمیں یہی جملہ حاصل ہوگا ۔ اس لئے ہم یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ کسی مستطیلی مجسم کے تمام وتر ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

صورت خاص

۱۱۹ ۔ مکعب ۔

اس صورت میں طول = عرض = گہرائی = کنارہ

اور چونکہ کسی مستطیلی مجسم کا وتر $= \sqrt{(\text{طول})^{۲} + (\text{عرض})^{۲} + (\text{موٹائی})^{۲}}$ ..... دفعہ ۱۱۸

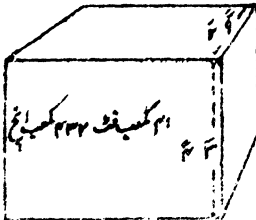
$\therefore$ مکعب کا وتر $= \sqrt{۳ \times (\text{کنارہ})^{۲}}$

$$\text{و} = \sqrt{۳\,\text{ک}^{۲}}$$

$$= \text{ک}\sqrt{۳} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (۱)$$

اس لیے $\text{ک} = \dfrac{\text{و}}{\sqrt{۳}}$ .... (۲)

۱۲۰ ۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱: اُس مستطیلی مجسم کا طول معلوم کرو جس کا حجم ۴۱ مکعب فٹ ۴۳۲ مکعب انچ، عرض ۲ فٹ ۹ انچ اور دبازت ۳ فٹ ۴ انچ ہے۔

مستطیلی مجسم کا طول $= \dfrac{\text{ح}}{\text{ع} \times \text{ڈ}}$ فٹ ..... دفعہ ۱۱۵

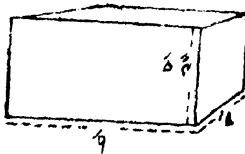
جہاں $\text{ح} = ۴۱\tfrac{۴۳۲}{۱۷۲۸} = ۴۱\tfrac{۱}{۴}$

$\text{ع} = ۲\tfrac{۳}{۴}$ اور $\text{ڈ} = ۳\tfrac{۱}{۳}$

$$\therefore \text{مستطیلی مجسم کا طول} = \frac{۴۱\frac{۱}{۴}}{۳\frac{۱}{۳} \times ۲\frac{۳}{۴}} \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۳ \times ۴ \times ۱۶۵}{۱۰ \times ۱۱ \times ۴} \text{ فٹ}$$

$$= ۴\frac{۱}{۲} \text{ فٹ} = ۴ \text{ فٹ } ۶ \text{ انچ}$$

مثال ۲: بتاؤ کہ اُس مستطیلی وضع کے حوض میں کتنے ٹن پانی آئیگا جس کا طول عرض اور گہرائی بالترتیب ۹ فٹ، ۷ فٹ اور ۵ فٹ ۴ انچ ہیں؟

حوض کا حجم = (ل × ع × ٹ) مکعب فٹ ۔ ۔ ۔ ۔ دفعہ ۱۱۵

جہاں ل = ۹، ع = ۷، ٹ = $۵\frac{۱}{۳}$

∴ حوض کا حجم = ($۹ \times ۷ \times ۵\frac{۱}{۳}$) مکعب فٹ

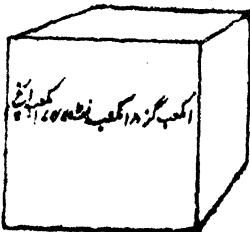
اور چونکہ ۱ مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے

۔ ۔ ۔ ۔ دفعہ ۱۱۱

∴ حوض میں کے پانی کا وزن = $۹ \times ۷ \times ۵\frac{۱}{۳} \times ۱۰۰۰$ اونس

$$= \frac{۱۰۰۰ \times ۱۶ \times ۷ \times ۹}{۲۰ \times ۴ \times ۲۸ \times ۱۶ \times ۳} \text{ ٹن}$$

$$= ۹\frac{۳}{۸} \text{ ٹن}$$

مثال ۳: اُس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جس کا حجم ۱ مکعب گز ۱۸ مکعب فٹ اور ۱۷۴۷ مکعب انچ ہے۔

مکعب کا کنارہ = $\sqrt[۳]{ح}$ انچ ۔ ۔ ۔ ۔ دفعہ ۱۱۷

جہاں ح = ۷۹۵۰۷

∴ مکعب کا کنارہ = $\sqrt[۳]{۷۹۵۰۷}$ انچ

= ۴۳ انچ = ۱ گز ۷ انچ

مثال ۴ : بتاؤ کہ ۱ میل لمبی اور ۱۸ فٹ چوڑی سڑک پر اوسطاً $\frac{3}{4}$ موٹائی میں کنکر بچھوائے جائیں تو اس کے لیئے کتنے من کنکر درکار ہونگے اگر ۱ مکعب فٹ کنکروں کا وزن $1\frac{1}{2}$ من ہو؟

مطلوبہ کنکروں کا حجم = (ل × ع × ٹ) مکعب فٹ ..... دفعہ ۸ از

جہاں ل = ۱۷۶۰ × ۳ ، ع = ۱۸ اور ٹ = $\frac{3}{4}$

∴ مطلوبہ کنکروں کا حجم = $\frac{۳ \times ۱۸ \times ۳ \times ۱۷۶۰}{۴}$ مکعب فٹ

∴ مطلوبہ کنکروں کا وزن = $\frac{۳ \times ۳ \times ۱۸ \times ۳ \times ۱۷۶۰}{۴ \times ۲}$ من

= ۱۰۶۹۲۰ من

مثال ۵ : دھات کے تین مکعبوں کو جن کے کنارے بالترتیب ۳، ۴ اور ۵ ہیں پگھلا کر ایک ہی مکعب بنایا گیا۔ اس کا وتر دریافت کرو۔

نئے مکعب کا حجم = $(۳^۳ + ۴^۳ + ۵^۳)$ مکعب انچ .... دفعہ ۷ از

= ۲۱۶ مکعب انچ

∴ " " کا کنارہ = $\sqrt[3]{۲۱۶}$ انچ .... دفعہ ۷ از

= ۶ انچ

∴ نئے مکعب کا وتر = $۶\sqrt{۳}$ انچ .... دفعہ ۹ از

= ۱۰٫۳۹۲ انچ

مثال ۶ : اگر ایک اینٹ اُس فضا کو گھیرتی ہو جس کے ابعاد ۹ انچ، ۴ انچ اور ۳ انچ ہیں تو بتاؤ کہ ایک ایسی دیوار کے بنانے میں کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی جس کا طول ۱۰۰ فٹ بلندی ۱۰ فٹ اور موٹائی ڈیڑھ اینٹ ہے؟

مطلوبہ اینٹوں کی تعداد = $\frac{\text{دیوار کا حجم}}{\text{ایک اینٹ کا حجم}}$

$$= \frac{(\frac{۲۷}{۴۴} \times ۱۰ \times ۱۰۰)\ \text{کمعب فٹ}}{(\frac{۱}{۱۷۲۸} \times ۹ \times \frac{۹}{۲} \times ۳)\ \text{کمعب فٹ}} \quad \ldots\ldots \text{دفعہ } ۱۱۵$$

$$= \frac{۲ \times ۱۷۲۸ \times ۲۷ \times ۱۰ \times ۱۰۰}{۳ \times ۹ \times ۹ \times ۴۴}$$

$$= ۱۶٬۰۰۰$$

مثال ۷: اگر سونے کے اِتنے باریک ورق بنائے جائیں کہ ایک اونس (ٹرائے Troy) سے ۲۰ مربع گز رقبہ کا ورق بنے تو بتاؤ کہ ایسے کتنے ورقوں کی مجموعی موٹائی ۱ انچ ہوگی؟ ایک کمعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈرویٹ ۹۵ پونڈ ہوتا ہے۔

چونکہ ۱ کمعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈرویٹ ۹۵ پونڈ ہوتا ہے

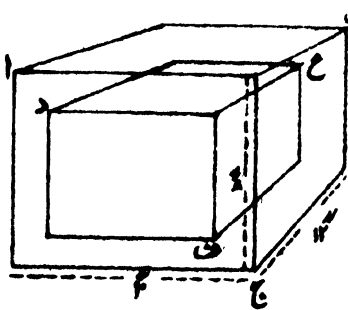
∴ $\frac{۱۷۲۸}{۱۲ \times ۱۲۱۵}$ کمعب اِنچ سونے کا وزن ۱ اونس ہوگا۔

پس اگر لا انچ ایک ورق کی موٹائی ہو تو۔

$$\text{لا} \times ۱۴۴ \times ۹ \times ۲۰ = \frac{۱۷۲۸}{۱۲ \times ۱۲۱۵} \quad \ldots\ldots \text{دفعہ } ۱۱۵$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{۱۷۲۸}{۱۴۴ \times ۹ \times ۲۰ \times ۱۲ \times ۱۲۱۵}$$

$$= \frac{۱}{۲۱۸۷۰۰}$$

اس لیے ۲۱۸۷۰۰ اوراق کی دبازت ۱ انچ ہوگی۔

مثال ۸: ایک ڈھکن دار ڈبہ کے بیرونی ناپ حسب ذیل ہیں: طول ۱۲ انچ، عرض ۱۰ انچ اور بلندی ۸ انچ۔ یہ ڈبہ ۲ انچ موٹی لکڑی سے بنا ہوا ہے۔ خالی ڈبہ کا وزن معلوم کرو جب کہ لکڑی کی کثافتِ اضافی ۰٫۷۵ ہے۔

لکڑی کا حجم = مجسم ا ب ج کا حجم - مجسم د ع ف کا حجم

= (۱۲ × ۱۰ × ۸) مکعب انچ - (۸ × ۶ × ۴) مکعب انچ دفعہ ۱۱۵

= ۷۶۸ مکعب انچ

$$\text{اب لکڑی کی کثافتِ اضافی} = \frac{\text{کسی حجم کی لکڑی کا وزن}}{\text{اُس کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

$$\text{اور ۷۶۸ مکعب انچ پانی کا وزن} = \frac{۷۶۸ \times ۱۰۰۰}{۱۷۲۸} \text{ اونس} \quad \ldots\ldots \text{ دفعہ ۱۱۱}$$

$$\therefore\ ۰٫۷۵ = \frac{\text{لکڑی کا وزن} \times ۱۷۲۸}{۷۶۸ \times ۱۰۰۰ \text{ اونس}}$$

$$\therefore\ \text{لکڑی کا وزن} = \frac{۷۶۸ \times ۱۰۰۰ \times ۳}{۱۷۲۸ \times ۴} \text{ اونس} = \frac{۱۰۰۰}{۳} = \text{۲۰ پونڈ } ۱۳\tfrac{۱}{۳} \text{ اونس}$$

امثلہ نمبری (۴)

اُن مستطیلی مجسمات کے حجم دریافت کرو جن کے ابعاد حسبِ ذیل ہیں :-

۱- طول ۷ فٹ، عرض ۶ فٹ، بلندی ۵ فٹ۔

۲- طول ۵ فٹ ۶ انچ، عرض ۴ فٹ ۹ انچ، گہرائی ۴ فٹ ۳ انچ۔

۳- طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱ گز ۲ فٹ، گہرائی ۱ گز ۱ فٹ ۶ انچ۔

۴- ایک ایسے مستطیلی مجسم کا طول معلوم کرو جس کا حجم ۱۸ مکعب فٹ اور ۳۹۰ مکعب انچ، عرض ۲ فٹ ۵ انچ اور موٹائی ۳ انچ ہیں۔

۵- ایک ایسے مستطیلی مجسم کا عرض دریافت کرو جس کا حجم ۵۶ مکعب فٹ اور ۱۴۴۰ مکعب انچ، طول ۱۶ فٹ ۶ انچ اور موٹائی ۸ انچ ہیں۔

۶- اُس مستطیلی مجسم کی دبازت معلوم کرو جس کا حجم ۱۴ مکعب فٹ ۱۰۰۸ مکعب انچ، طول ۵ فٹ ۱۰ انچ اور عرض ۳ فٹ ۴ انچ ہیں۔

۷- ایک ایسے مستطیلی مجسم کے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا حجم ۲۳ مکعب فٹ ۳۹۶ مکعب انچ اور دبازت ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔

۸ - اُس مستطیلی مجسم کی دبازت معلوم کرو جس کا حجم ۹ مکعب گز ۴ مکعب فٹ ۱۵۸۴ مکعب انچ اور قاعدہ ۶ مربع گز ۴ مربع فٹ ۸۴ مربع انچ ہے۔

۹ - ایسے مستطیلی مجسم کے ہر ایک سرے کا رقبہ معلوم کرو جس کا حجم ۴ مکعب گز ۶ مکعب فٹ ۱۰۰۸ مکعب انچ اور طول ۵ فٹ ہیں۔

۱۰ - اُس مستطیلی مجسم کا حجم معلوم کرو جس کا قاعدہ ۳ مربع گز ۸ مربع فٹ ۲۸ مربع انچ اور بلندی اگر ۲ فٹ ۱۰ انچ ہے۔

۱۱ - ایک مستطیلی مجسم کا حجم ۴ مکعب گز ۲۳ مکعب فٹ ۴۳۲ مکعب انچ ہے اور اُس کے ہر سرے کا ناپ ۲ مربع گز ۴ مربع فٹ ۲۷ مربع انچ ہے مجسم کا طول دریافت کرو۔

۱۲ - اُس مستطیلی مجسم کا حجم معلوم کرو جس کے ہر ایک پہلو کا ناپ ۳ مربع گز ۵ مربع فٹ ۶۸ مربع انچ ہے اور جس کا عرض اگز ۲ فٹ ۸ انچ ہے۔

۱۳ - ۳ روپے ۸ آنے فی مکعب انچ کے حساب سے اُس مستطیلی مجسم کی قیمت دریافت کرو جس کے ابعاد حسبِ ذیل ہیں، طول ۱۰ انچ، عرض ۸ انچ اور دبازت ۷ انچ۔

۱۴ - بتاؤ کہ ۸۰ فٹ لمبی، ۱۸ انچ موٹی اور ۶ فٹ اونچی ایک دیوار کے بنانے میں ایسی کتنی اینٹوں کی ضرورت ہو گی جن میں سے ہر ایک کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۹ انچ، $\frac{1}{2}$۴ انچ اور ۳ انچ ہیں؟

۱۵ - قریب ترین گیلن تک اُس حوض کی گنجائش معلوم کرو جس کے ابعاد حسبِ ذیل ہیں: طول ۷ فٹ ۸ انچ، عرض ۷ فٹ ۲ انچ، گہرائی ۶ فٹ ۸ انچ۔

۱۶ - ۳۰ پونڈ فی مکعب فٹ کے حساب سے مستطیلی وضع کے لکڑی کے اُس مجسم کا وزن معلوم کرو جس کا طول ۴ فٹ ۳ انچ، عرض ۲ فٹ ۹ انچ اور موٹائی ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔

۱۷ - بتاؤ کہ اُس مستطیلی وضع کے حوض میں پانی کا وزن کیا ہو گا جس کے ابعاد ۱۰ فٹ، ۸ فٹ اور ۷ فٹ ہیں؟ جواب ٹن، ہنڈرویٹ وغیرہ میں بیان کرو۔

۱۸ - ایک مستطیلی وضع کے حوض کا طول ۳ فٹ ۶ انچ اور عرض ۲ فٹ ۹ انچ ہے - اس حوض میں ۵۶ گیلن پانی آسکتا ہے: قریب ترین انچ تک اس کی گہرائی معلوم کرو۔

۱۹ - اگر کسی حوض کا طول ۱۸ فٹ ۸ انچ اور عرض ۱۴ فٹ ۶ انچ ہو تو بتاؤ کہ حوض میں سے کتنے حجم کا پانی نکالا جائے کہ اُس کی سطح ۱ فٹ نیچے اُتر آئے؟

۲۰ - بغیر ڈھکن کا ایک ڈبہ ایک انچ موٹی لکڑی سے بنایا گیا ہے اگر ڈبہ کے بیرونی ابعاد ۲ فٹ ۸ انچ، ۲ فٹ ۴ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہوں تو اُس کی گنجائش معلوم کرو۔

اُن مکعبوں کے حجم معلوم کرو جن کے کناروں کے طول حسبِ ذیل ہیں :-

۲۱ - ۲ فٹ ۱۰ انچ - ۲۲ - ۱ گز ۲ فٹ ۹ انچ - ۲۳ - ۲ پول - ۲۴ - ۱ پول ۲ گز -

اُن مکعبوں کے کناروں کے طول معلوم کرو جن کے حجم حسبِ ذیل ہیں :-

۲۵ - ۳ کعب فٹ ۱۶۷۵ مکعب انچ - ۲۶ - ۱ مکعب گز ۱۹ مکعب فٹ ۱۹ مکعب انچ -

۲۷ - ۴ مکعب گز، ۳ ۲ مکعب فٹ، ۶۱۳ مکعب انچ -

۲۸ - ۱۶۳ مکعب گز، ۲۳ مکعب فٹ، ۱۰۷ مکعب انچ -

۲۹ - مستطیل نما ایک حوض کا قاعدہ ۱۸ مربع فٹ ہے: اگر اُس میں ۵۰۰ گیلن پانی سما سکتا ہو تو اُس کی گہرائی قریب ترین اِنچ تک معلوم کرو۔

۳۰ - مکعب وضع کے ایک برتن کی گنجائش ۵۰ گیلن ہے اُس کا کنارہ انچ کے سویں حصہ تک دریافت کرو۔

۳۱ - بتاؤ کہ ایک مکعب فٹ سونے سے کتنے مربع انچ کی سطح ہموار طور پر ڈھکی جا سکتی ہے اگر سونے کا ورق ۰٫۰۰۰۰۰۵ انچ موٹا ہو؟

۳۲ - بغیر ڈھکن کے اُس ڈبہ کی گنجائش معلوم کرو جو ۱ انچ موٹی لکڑی سے بنا ہوا ہے اور جس کا بیرونی طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲ فٹ ۲ انچ،

۱ فٹ ۱۰ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہیں۔
۳۳ - بتاؤ کہ نصف انچ موٹی لکڑی سے بغیر ڈھکن کا ایک ایسا ڈبہ بنانے کے لئے کتنے مکعب انچ لکڑی کی ضرورت ہوگی جس کا بیرونی طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۲ فٹ ۹ انچ، ۲ فٹ ۳ انچ اور ۱ فٹ ۱۰ انچ ہیں؟
۳۴ - بتاؤ کہ ایک انچ موٹی لکڑی سے ایک ڈبہ مع ڈھکن بنانے کے لیے کتنے مکعب انچ لکڑی کی ضرورت ہوگی اگر ڈبہ کے اندرونی ابعاد ۱ فٹ ۵، ۱ فٹ ۳ انچ اور ۱ فٹ ۱ انچ ہوں؟
۳۵ - ۱۲ فٹ ۹ انچ لمبے اور ۱۰ فٹ ۶ انچ چوڑے ایک مستطیلی حوض میں اگر ۳۰۰ گیلن پانی ڈالا جائے تو بتاؤ کہ اس کی سطح کتنے انچ بلند ہوگی؟
۳۶ - اگر کسی مستطیلی مجسم کا ہر ایک بُعد دُگنا کر دیا جائے تو ثابت کرو کہ اس کا حجم ۸ گُنا ہو جائیگا۔
۳۷ - اگر کسی مستطیلی وضع کے حوض کے اندرونی ابعاد ۳ فٹ ۶ انچ، ۲ فٹ ۱۰ انچ اور ۱ فٹ ۸ انچ ہوں تو قریب ترین سکنڈ تک معلوم کرو کہ اُس کو ایک نل کتنی دیر میں بھریگا۔ اگر وہ نل ایک منٹ میں ۸ گیلن داخل کرتا ہے؟
۳۸ - مستطیلی وضع کے ایک مجسم کے ابعاد اعداد ۲، ۵، ۷ کے تناسب میں ہیں اور اُس کا حجم ۱۳ مکعب فٹ ۱۵۴۶ مکعب انچ ہے۔ اس کے ابعاد معلوم کرو۔
۳۹ - اُس مکعب کا حجم معلوم کرو جس کے وتر کا ناپ ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔
۴۰ - اُس مستطیلی مجسم کا وتر معلوم کرو جس کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۳ فٹ ۴ انچ، ۲ فٹ ۹ انچ اور ۲ فٹ ۳ انچ ہیں۔
۴۱ - اُس مکعب کا وتر معلوم کرو جس کا حجم ۱۰ مکعب فٹ ۲۹۶ مکعب انچ ہے۔
۴۲ - اُس مستطیلی مجسم کی بلندی دریافت کرو جس کا وتر، طول اور عرض بالترتیب ۷ فٹ ۳ انچ، ۵ فٹ ۳ انچ اور ۳ فٹ ہیں۔
۴۳ - ایک مستطیلی مجسم کا حجم ۲۱۶۰ مکعب فٹ اور وتر ۲۵ فٹ ہے اگر اس کا طول ۲۰ فٹ ہو تو اس کا عرض اور بلندی دریافت کرو۔

۴۴ ـ اُس مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کا حجم ایک ایسے مستطیلی مجسم کے حجم کے برابر ہے جس کے ابعاد ۳ فٹ ۹ انچ، ۱ فٹ ۳ انچ اور ۵ انچ ہیں۔

سوالات امتحانات

۱ ـ ۳۷،۷۹۱،۳۶ مربع انچ رقبہ کے ایک مربع گودام کے راہ میں سے ۴۰۱۹،۶۷۹ مکعب فٹ سماؤ کا ایک مکعبی صندوق لیجانا مطلوب ہے: بتاؤ کیا یہ ممکن ہے یا نہیں۔ (جامعۂ الہ آباد۔ انٹرمیڈیٹ)

۲ ـ دھات کے تین مکعبوں کو جن کے کنارے بالترتیب ۳، ۴ اور ۵ انچ ہیں پگھلا کر ایک ہی مکعب بنایا گیا: اگر دورانِ عمل میں دھات ضائع نہ ہو تو بتاؤ کہ نئے مکعب کا کنارہ ۶ انچ ہوگا۔ [جامعۂ پنجاب: سول انجینیرنگ کا پہلا امتحان]

۳ ـ اُس بڑے سے بڑے ڈنڈے کا طول معلوم کرو جو ۳۰ فٹ لمبے ۲۴ فٹ چوڑے اور ۱۸ فٹ اونچے کمرے میں رکھا جا سکتا ہے۔ [جامعۂ پنجاب: سول انجینیرنگ کا پہلا امتحان]

۴ ـ ایک خزانۂ آب کے تین حصّے ہیں۔ ان میں سے ہر ایک ۲۰۰ فٹ × ۱۰۰ فٹ ہے اور حصوں کے پہلو انتصابی ہیں۔ اگر پانی کی گہرائی ۱۲ فٹ ہو اور فی شخص روزانہ ۱۵ گیلن پانی تقسیم ہوتا ہو تو بتاؤ اس شہر کے ۵۰۰۰۰ باشندوں کے لیے خزانہ کا پانی کتنے دن کے لیے کافی ہوگا۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ای)

۵ ـ مکعب وضع کے ایک ڈبہ کی گنجائش معلوم کرنے کے لیے اُس کے کنارے ناپنے میں طول میں ۰٫۰۲ انچ کی مثبت غلطی اور عرض میں ۰٫۰۲ انچ کی منفی غلطی ہوئی اور بلندی ٹھیک ناپی گئی۔ اس طرح دریافت شدہ حجم اور اصل حجم ایک دوسرے کے مساوی ہیں۔ مکعب انچوں میں حجم معلوم کرو۔ (جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف۔ اِی)

سب پوراپرنٹس ڈیپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ

۶ ـ بغیر ڈھکن کا ایک ڈبہ ۱ انچ موٹی لکڑی سے بنایا گیا ہے۔ ڈبہ کا بیرونی

طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲ فٹ ۱۰ انچ، ۲ فٹ ۵ انچ اور ۱ فٹ ۰ انچ ہیں۔ ڈبہ کی گنجائش معلوم کرو نیز بتاؤ کہ کتنے مکعب انچ لکڑی کی ضرورت ہوگی؟

۷۔ لکڑی کے مستطیل نما ایک بند ڈبہ کا بیرونی طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۱۸ انچ، ۱۰ انچ اور ۶ انچ ہیں اور لکڑی کی دبازت نصف انچ ہے۔ اگر ڈبہ خالی ہو تو اس کا وزن ۱۵ پونڈ ہوتا ہے اور اگر اُس میں ریت بھر کر تولا جائے تو ۱۰۰ پونڈ وزن حاصل ہوتا ہے۔ ایک مکعب انچ لکڑی اور ایک مکعب انچ ریت کا وزن معلوم کرو۔

۸۔ ایک خزانۂ آب ۴۲ فٹ ۸ انچ لمبا اور ۱۲ فٹ ۹ انچ چوڑا ہے: بتاؤ کہ کتنے مکعب فٹ پانی اُس میں سے نکالا جائے کہ پانی کی سطح ۱ فٹ نیچے اُتر آئے۔

۹۔ ایک مکعب کا وتر ۳۰ انچ ہے: اس کا حجم کیا ہے؟

(سب اوور سیرز ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۰۔ مدرسہ کا ایک کمرہ ایسا بنانا مطلوب ہے کہ اس میں ۷۰ طلباء اس طرح بیٹھ سکیں کہ ہر ایک طالب علم کے لیے $\frac{1}{2}$۸ مربع فٹ فرش اور $\frac{1}{2}$۱۱۰ مکعب فٹ فضا کی گنجائش رہے اگر کمرہ کا طول ۳۴ فٹ ہو تو بتاؤ کہ اس کا عرض اور بلندی کیا ہونے چاہئیں؟

رُڑکی انجینیر: امتحان داخلہ

۱۱۔ اگر ایک اینٹ کے ابعاد ۹ انچ × $\frac{1}{2}$۴ انچ × ۳ انچ ہوں تو بتاؤ کہ ۱۴ فٹ اُونچے اور ۲۲ فٹ × ۱۵ فٹ ابعاد کا ایک کمرہ بنانے کے لیے کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی جب کہ دیواروں کی موٹائی ۲ فٹ ہو اور کمرہ میں ۸ فٹ × $\frac{1}{2}$۳ فٹ کا ایک دروازہ اور ۳ فٹ × ۲ فٹ کے دو دریچے ہوں؟

۱۲۔ ۶، ۷، ۸، $\frac{1}{2}$۱ فٹ بالترتیب طول، بلندی اور موٹائی کی ایک دیوار بنانے کے لیے ایسی کتنی اینٹوں کی ضرورت ہوگی جن کا طول، عرض اور

موٹائی ۹، $\frac{1}{2}$۴ اور ۳ انچ ہیں ؟

۱۳ ۔ ایک مجسم کے تین متصلہ کنارے بالترتیب ۳۶، ۷۵ اور ۸۰ انچ ہیں، ایک ایسے مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کی گنجائش وہی ہو ۔

۱۴ ۔ ۲۵ فٹ گہری اور ۴۸۰ فٹ عرض کی ایک ندی ۳ میل فی گھنٹہ کی شرح سے بہ رہی ہے : بتاؤ کہ ندی سے سمندر میں فی منٹ کتنے ٹن پانی جا رہا ہے ۔

۱۵ ۔ ایک مکعب فٹ سونے کو ہتوڑے سے کوٹ کر اس قدر پھیلایا گیا کہ اُس سے ۶ ایکڑ رقبہ ڈھک گیا، اعشاریہ کے دو مقامات تک صحت کے ساتھ سونے کی دبازت انچوں میں معلوم کرو ۔

رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : امتحان داخلہ

۱۶ ۔ مستطیل نہانے کے برتن کا طول ۱۴ فٹ، عرض ۹ فٹ اور گہرائی ۴ فٹ ہے، بتاؤ کہ اُس کی گہرائی میں کتنا اضافہ کیا جائے کہ اس میں مزید ۸۰ گیلن پانی سما سکے ۔

۱۷ ۔ ایک خزانۂ آب میں ۳۲۱۷۴۴۸ مکعب فٹ پانی ہے ۔ اُس کی گہرائی طول کا ایک تہائی ہے اور طول اور ایک تہائی گہرائی کے فرق کا نصف عرض کے مساوی ہے اس کے ابعاد معلوم کرو ۔

۱۸ ۔ بغیر ڈھکن کے ایک ڈبہ کے بیرونی ناپ یہ ہیں : طول ۴ فٹ، عرض ۳ فٹ اور بلندی ۲ فٹ : لکڑی کی یکساں دبازت $\frac{3}{4}$ انچ ہے ۔ اگر لکڑی کی قیمت ۶ شلنگ ۹ پنس فی مکعب فٹ اور بنوائی کی اُجرت لکڑی کی قیمت کا $\frac{1}{3}$ ہو تو ڈبہ کی قیمت قریب ترین پینی تک دریافت کرو ۔

۱۹ ۔ ایک مستطیلی مجسم کا طول ۱۲ فٹ عرض $\frac{1}{2}$۳ فٹ اور بلندی ۲ فٹ ہے : اُس کے وتر کا طول اور اُس مستوی سطح کا رقبہ دریافت کرو جو $\frac{1}{2}$۳ فٹ والے مقابل کے دو کناروں میں سے گذرتی ہے ۔

زائد امتحانی سوالات ۔ ۲۰

۲۰ ۔ ۱۲۰۰ مربع گز رقبہ کی احاطہ بندی کے لیے دیوار کا کم سے کم طول معلوم کرو

جب کہ رقبہ کے ایک رُخ پر ایک دیوار موجود ہے، اِس طرح صرف تین جانبوں پر دیوار اُٹھانی پڑے گی۔ اگر دیوار کی تراشش کا اوسط رقبہ ۱۸ مربع فٹ ہو تو اُس کو ۱۸ انچ × ۹ انچ × $\frac{1}{2}$۴ انچ ابعاد کے پتھروں سے بنوانے کی لاگت معلوم کرو جب کہ پتھر کا نرخ ۸۰ روپے فی ہزار ہے۔

(مدراس یونیورسٹی : امتحان بی - ای)

۲۱۔ ایک مستطیل خزانۂ آب کا طول ۱۰۰ فٹ اور عرض ۶۴ فٹ ہے: بتاؤ کہ ۸ گھنٹوں میں پانی کی سطح ۲ فٹ بلند کرنے کے لیے فی گھنٹہ کس چال سے اس میں ایک ایسے نل کے ذریعہ پانی داخل ہونا چاہیے جس کی عمودی تراش ۲ انچ ضلع کا ایک مربع ہے۔ (جامعۂ بمبئی : امتحان ایل - سی - ای)

۲۲۔ اگر کسی مکعب کے ہر کنارے کا طول ا ہو تو بتاؤ کہ اُس کے ہر رُخ کا وتر ا $\sqrt{2}$ اور مجسم کا وتر ا $\sqrt{3}$ ہوگا۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۳۔ ایک ساگوانی شہتیر کا طول ۲۰ فٹ ۷ انچ، عرض ۱ فٹ ۱۰ انچ اور موٹائی ۱ فٹ ۸ انچ ہے۔ بتاؤ کہ اس میں سے جو ایک انچ موٹے تختے کاٹے جا سکتے ہیں اِن کا سطحی رقبہ کتنے مربع فٹ ہوگا۔ (رُڑکی انجینیرز فائنل)

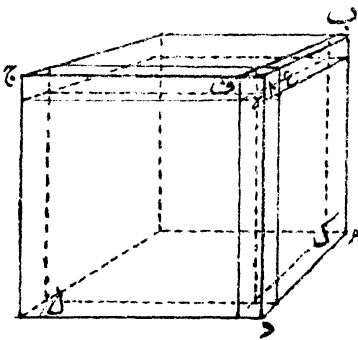
۲۴۔ ۱۶ انچ طول، ۷ انچ بلندی، اور ۵ انچ عرض کے ڈبہ میں کتنی اشرفیاں آسکیں گی۔ اگر ہر ایک اشرفی کا ناپ $\frac{7}{8}$ انچ × $\frac{1}{16}$ انچ ہو؟

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

باب بست ویکم

اَثنا اَعشارِیہ — (گذشتہ سے پیوستہ)

۱۲۱ ۔ (باب سوم میں) ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی مستطیل کا رقبہ اثناء اعشاریہ کے استعمال سے سہولت کے ساتھ معلوم ہو سکتا ہے ۔ اب مطلوب یہ ہے کہ اِس طریقہ میں وسعت کرکے اسی مستطیلی مجسمات کے حجم معلوم کریں ۔

۱۲۲ ۔ مکعب ا ب ج د پر غور کرو ۔

فرض کرو کہ اُس کا ہر ایک کنارہ ۱ فٹ ۱ انچ کے طول کو تعبیر کرتا ہے ۔ اُسی پیمانہ پر ب ا اور ج ا اور د ا پر بالترتیب ب سے، ج سے اور د سے ۱ فٹ کے تمناظر طول کو قطع کرو ۔

تب اِن تین خطوط کے بقیہ حصوں میں سے ہر ایک ۱ انچ طول کو ظاہر کریگا ۔

نقاطِ تقسیم سے مکعب کے ضلعوں کے متوازی سطحیں کھینچو ۔

اِس عمل کے بعد معلوم ہوتا ہے کہ تمام مکعب چار مختلف جسامتوں کے چند ٹکڑوں پر مشتمل ہے ۔

بڑے سے بڑا ٹکڑا مکعب ہ ک ل ہے جس کا ناپ ہر سمت میں ۱ فٹ ہے : یعنی یہ ٹکڑا ایک مکعب فٹ ہے ۔

اس کے بعد جسامت کے لحاظ سے مستطیلی مجسم م ہ و ک ہے جس کے ابعاد ا فٹ × ا فٹ × ا اِنچ ہیں۔ ظاہر ہے کہ یہ ا مکعب فٹ کا بارہواں حصہ ہے اور اس کو ہم نے ایک مکعب یا ٹھوس اوّلی (دفعہ ۱۳) کے نام سے نامزد کیا ہے۔ ایسے یہاں تین ٹکڑے ہیں۔

بعد ازاں بلحاظ جسامت مستطیل مجسم ج ف ہ کا نمبر ہے جس کے ابعاد ا فٹ × ا انچ × ا انچ ہیں۔ ظاہر ہے کہ یہ ا مکعب یا ٹھوس اوّلی کا بارہواں حصہ ہے اور اس کا نام ہم نے ا مکعب یا ٹھوس ثانوی رکھا ہے (دفعہ ۱۳)۔ ایسے بھی یہاں تین ٹکڑے ہیں۔

جسامت کے لحاظ سے چھوٹے سے چھوٹا ٹکڑا ا مکعب ا ف ع ہ ہے جس کا ناپ ہر سمت میں ا انچ ہے یعنی یہ ٹکڑا ا ایک مکعب انچ ہے۔

پس مکعب ا ب ج د ایسے حجم کو تعبیر کرتا ہے جو۔

۱۔ ایک مکعب فٹ

۲۔ تین مکعب اولیات

۳۔ تین مکعب ثانویات

۴۔ ایک مکعب انچ یعنی ایک مکعب ثلاثی کے مجموعہ کے برابر ہے۔

نتیجہ بالا ذیل کے طریقۂ عمل سے بھی حاصل ہو سکتا ہے۔ اس طریقہ میں مجسم کے طول میں ہر رقم کو عرض میں کی ہر رقم سے ضرب دے کر پھر اس حاصلِ ضرب میں ہر رقم کو بلندی میں کی ہر رقم سے ضرب دیا جاتا ہے۔

ا فٹ ا انچ

ا فٹ ا انچ

ا × ا مربع فٹ ا × ا سطحی اولیات

ا × ا سطحی اولیات ا × ا مربع انچ

ا مربع فٹ ۲ سطحی اولیات ا مربع انچ

ا فٹ ا انچ

ا × ا مکعب فٹ ۲ × ا مکعب اولیات ا × ا مکعب ثانویات

ا × ا مکعب اولیات ۲ × ا مکعب ثانویات ا × ا مکعب انچ

ا مکعب فٹ ۳ مکعب اولیات ۳ مکعب ثانویات ا مکعب انچ

اِس طریقۂ عمل میں ہم یہ قانون مان لیتے ہیں کہ کسی مستطیلی مجسم میں ـ
قاعدہ میں مربع انچ × طولی فٹ بلندی میں = مکعب ثانویات حجم میں
قاعدہ میں سطحی اولیات × طولی فٹ بلندی میں = مکعب اولیات حجم میں
قاعدہ میں سطحی اولیات × طولی انچ بلندی میں = مکعب ثانویات حجم میں
قاعدہ میں مربع فٹ × طولی انچ بلندی میں = مکعب اولیات حجم میں
اِس قانون کا ثبوت سادہ سا ہے اور طالب علم کے لیے بطورِ مشق چھوڑا جاتا ہے ـ

مثالِ بالا کے طریقۂ عمل کا مختصر طریق کتابت حسب ذیل ہے :ـ

فٹ			
ا فٹ	اَ		
ا فٹ	اَ		
ا	اَ		
	اَ	اً	
ا	۲َ	اً	
ا	اَ		
ا	۲َ	اً	
	اَ	۲ً	اٌ
ا	۳َ	۳ً	اٌ

اِس عمل کا انحصار ایسے مستطیلی مجسم کی خاصیت پر ہے جس کے طول کا ناپ (اَ + بَ) اکائیاں ـ عرض (جَ + دَ) اکائیاں اور بلندی (عَ + فَ) اکائیاں ہے یعنی اِس خاصیت پر کہ اِس کا حجم ایسے آٹھ مستطیلی مجسمات کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے جن کے ناپ حسب ذیل ہیں

اَ × جَ × عَ مکعب اکائیاں
بَ × جَ × عَ "
اَ × دَ × عَ "
بَ × دَ × عَ "
اَ × جَ × فَ "
بَ × جَ × فَ "
اَ × دَ × فَ "
بَ × دَ × فَ "

اگر کسی مستطیلی مجسم کے ابعاد انچ کے بارہویں حصّے پر مشتمل ہوں اور اثناءاعشاریہ کی مدد سے اس کا حجم معلوم کرنا ہو تو بالکل اسی طریقہ سے عمل کیا جا سکتا ہے۔ اُس صورت میں یہ یاد رکھنا چاہیے کہ ــــ

۱ معیاری اکائی = ۱۲ اولیّات

۱ اوّلی = ۱۲ ثانویات

۱ ثانوی = ثلاثیات

۱ ثلاثی = رُبعیات

(وعلیٰ ہٰذالقیاس) معیاری اکائی خواہ طولی ہو یا سطحی ہو یا مکعبی ہو یہ ضرور یاد رکھنا چاہیے کہ کسی حاصلِ ضرب کا درجہ اُس کے اجزا کے تمام درجوں کا مجموعہ ہوتا ہے (دیکھو باب سوم)۔ اِس قدر ذہن نشین کر لینے کے بعد ذیل کی توضیحی مثالوں کے سمجھنے میں کوئی دقّت نہیں ہوگی۔

توضیحی مثالیں

۱۲۳ - مثال ۱: اثنا اعشاریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیلی مجسم کا حجم دریافت کرو جس کے ناپ ۵ فٹ ۸ انچ × ۳ فٹ ۶ انچ × ۴ فٹ ۱۰ انچ ہیں۔

مستطیلی مجسم کا حجم ہے = ۵ فٹ ۸ انچ × ۳ فٹ ۶ انچ × ۴ فٹ ۱۰ انچ ..... دفعہ ۱۱۵

فٹ	انچ		
۵	۸		
۳	۶		
۱۷	۰′		
۲	۱۰′	۰″	
۱۹	۱۰′	۰″	
۴	۱۰′		
۷۹	۴′	۰″	
۱۶	۶′	۴″	۰‴
۹۵	۱۰′	۴″	۰‴

∴ مستطیلی مجسم کا حجم = ۹۵ مکعب فٹ′ ۱۰ مکعب اولیات″ ۴ مکعب ثانویات

مثال ۲: اثنا اعشاریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیلی جسم کا حجم دریافت کرو جس کے ناپ ۳ فٹ ۴ انچ اور ۵ انچ کے بارہویں × ۲ فٹ ۷ انچ اور ۹ انچ کے بارہویں × ۲ فٹ ۸ انچ اور ۴ انچ کے بارہویں ہیں۔

مستطیلی مجسم کا حجم = ۳ فٹ ۴ انچ ۵ بارہواں × ۲ فٹ ۷ انچ ۹ بارہواں × ۲ فٹ ۸ انچ ۴ بارہواں .... دفعہ ۱۱۵

فٹ	′	″	‴	⁗	′′′′′	′′′′′′
۳ فٹ	۴′	۵″				
۲ فٹ	۷′	۹″				
۶	۸′	۱۰″				
۱	۱۱′	۹″	۱۱‴			
	۲′	۶″	۳‴	۹⁗		
۸	۱۰′	۱۱″	۲‴	۹⁗		
۲	۸′	۴″				
۱۷	۹′	۱۰″	۵‴	۶⁗		
۵	۱۱′	۳″	۵‴	۱۰⁗	۰	
	۲′	۱۱″	۷‴	۸⁗	۱۱	۰
۲۴	۰′	۱″	۷‴	۰⁗	۱۱	۰

∴ مستطیلی مجسم کا حجم = ۲۴ مکعب فٹ، ۱ مکعب ثانوی، ۷ مکعب ثلاثیات ۱۱ مکعب خمسیات

امثلہ نمبری (۲۱)

اثنا اعشاریہ کے طریقہ سے اُن مستطیلی مجسمات کے حجم دریافت کرو جن کے ابعاد ذیل میں مندرج ہیں۔

۱ - ۳ فٹ ۲ انچ - ۲ فٹ ۶ انچ - ۲ فٹ -

۲ - ۴ فٹ ۹ انچ - ۳ فٹ ۵ انچ - ۲ فٹ ۷ انچ

۳ - ۳ فٹ ۶ انچ ۴ بارہواں - ۳ فٹ ۲ انچ ۹ بارہواں - ۲ فٹ ۷ انچ

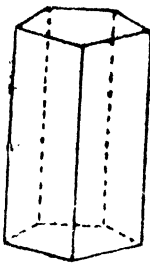
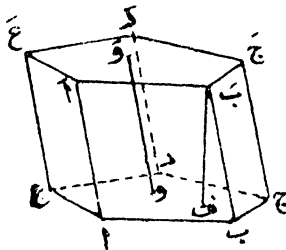
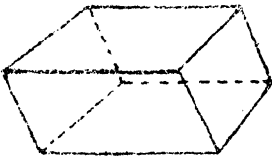
۴ - ۴ فٹ ۷ انچ ۸ بارہواں - ۳ فٹ ۹ انچ ۱۰ بارہواں - ۲ فٹ ۴ انچ ۹ بارہواں

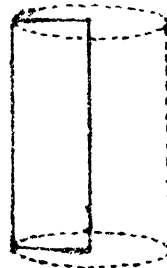
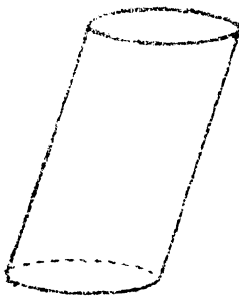
۵ - ۳ فٹ ۲ انچ ۱۰ بارہواں ۳ فٹ ۹ انچ ۷ بارہواں - ۱ فٹ ۷ انچ ۶ بارہواں

۶ - ۹ انچ - ۳ فٹ ... بارہواں

باب بست و دوم

منشور - اُسطوانہ - حلقے

۲۴۳- منشور ایک ایسا مجسّم ہے جس کے رُخ متوازی الاضلاع ہوتے ہیں اور سرے متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں۔
ظاہر ہے کہ منشور کے سرے ایک دوسرے کے مساوی اور متشابہ ہونگے۔
دونوں سروں میں سے ہر ایک کو جس پر منشور لگایا جا سکتا ہے منشور کا قاعدہ کہتے ہیں۔
کسی منشور کے سروں کا درمیانی عمودی فاصلہ منشور کی بلندی یا ارتفاع کہلاتا ہے۔

منشور کے طول سے اس کے محور کا وہ حصہ مراد ہے جو متوازی سروں کے درمیان واقع ہوتا ہے۔
اس طرح منشور اب دَ عَ میں ـــ
اب ج د ع قاعدہ ہے۔
بَ ف بلندی یا ارتفاع۔
اور و وَ منشور کا طول۔
جب کسی منشور کے سرے منتظم اشکال میں ہوں تو ایسے منشور کو

منتظم منشور کہتے ہیں۔
منشور، قائم منشور کہلاتا ہے جب کہ اُس کے متصلہ طرفی رخوں (یا پہلوؤں) سے بننے والے کنارے اُس کے سروں پر عمود ہوتے ہیں (دیکھو شکل)۔ اگر ایسا نہ ہو تو منشور کو ترچھا منشور کہتے ہیں۔

ان تعریفات سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ قائم منشور کے طرفی رخ شکل میں مستطیل یا قائم الزاویہ ہوتے ہیں اور تمام مستطیلی مجسمات قائم منشور ہوتے ہیں۔
جب کسی منشور کے سرے شکل میں متوازی الاضلاع ہوتے ہیں تو وہ منشور متوازی السطوح کہلاتا ہے (دیکھو شکل)۔ اس لیے متوازی السطوح کی تعریف اس طرح کی جا سکتی ہے کہ وہ ایک ایسا جسم ہے جو متوازی اور مستوی (مسطح) طرفی رخوں کے تین زوجوں سے گھرا ہوا ہے۔
منشور کی طرفی سطح سے وہ سطح مراد ہے جو اس کے طرفی رخوں یا پہلوؤں کی سطحوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔ منشور کی طرفی سطح میں اگر اس کے سروں کی سطحوں کا مجموعہ بھی شامل کر دیا جائے تو ہمیں منشور کی مجموعی سطح حاصل ہوتی ہے۔
۱۲۵ — جب کسی منشور کے اضلاع کی تعداد کو لاانتہا بڑھا دیا جاتا ہے

اور ہر ضلع کا عرض لا انتہا گھٹا دیا جاتا ہے (اس طرح کہ تراشِ عمودی کا احاطہ محدود رہے) تو منشور کی سطح ایک اُسطوانہ کی سطح بن جاتی ہے۔

اِس لیے اُسطوانہ کے متعلق کہا جا سکتا ہے کہ وہ منشور کی انتہائی صورت ہے جس میں اضلاع کی تعداد لا انتہا بڑھا دی گئی ہو اور ہر ضلع کا عرض لا انتہا کم کر دیا گیا ہو۔

ایک مستدیر اُسطوانہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے۔

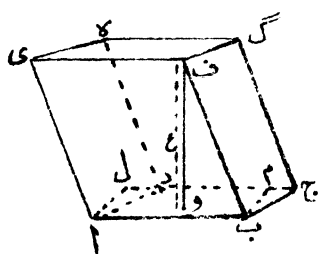
اگر کسی مستطیل کو اُس کے ایک ضلع کے گرد گھما دیا جائے تو قائم مستدیر اُسطوانہ کی سطح پیدا ہوتی ہے (دیکھو شکل)

۱۲۶ ۔ منشور کی تعریف میں اس قدر توسیع کی جا سکتی ہے کہ انتہائی صورت میں اُسطوانہ بھی اُس میں شامل ہو جائے، اس طرح کہ ۔

منشور وہ حجم ہے جس کے سرے دو ایسی متوازی مستوی شکلیں ہوتی ہیں جو ایک دوسرے کے برابر اور متشابہ ہیں اور جن کے اضلاع دونوں سروں کے محیطوں کے متناظر نقاط کو ملانے والے خطوطِ مستقیم ہوتے ہیں۔ وسیع نقطۂ نظر سے دیکھا جائے تو ہموار اُسطوانے اور محرابی پُلوں کی چُنائی بھی منشوروں ہی کی عام مثالیں ہیں۔

مسئلہ ۳۰

۱۲۷ ۔ متوازی السطوح کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کے قاعدہ کا رقبہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ متوازی السطوح اب گ ہ کے قاعدہ ا ب ج د کا ناپ رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے ق اور اس کے ارتفاع و ف کا ناپ متناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ اب گ ہ کا حجم ق اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

سطح اب ج د میں اور متوازی خطوط اب، ج د کے درمیان مستطیل اب م ل بناؤ۔

تب مستطیل اب م ل کا رقبہ متوازی الاضلاع اب ج د کے رقبہ کے مساوی ہوگا .... [اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۵]

اب، چونکہ مساوی قاعدوں پر بنے ہوئے اور مساوی ارتفاع کے متوازی السطوح کے حجم مساوی ہوتے ہیں ....

[اقلیدس مقالہ ۱۱ شکل ۳۱]

اس لیے متوازی السطوح اب گ ہ کا حجم اُس مستطیلی مجسم کے حجم کے برابر ہوگا جس کا قاعدہ اب م ل اور جس کا ارتفاع و ف ہے۔

لیکن اِس مستطیلی مجسم کا حجم = ق×ع مکعب اکائیاں ... [دفعہ ۱۱۵

اس لیے متوازی السطوح اب گ ہ کا حجم = ق×ع مکعب اکائیاں

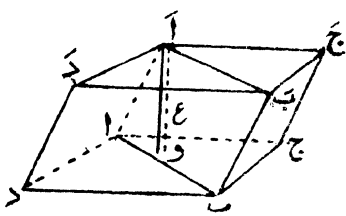
پس قاعدہ — متوازی السطوح کے قاعدہ میں کی رقبہ کی اکائیوں کی تعداد کو اُس کے ارتفاع میں کی تنناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب اُس کے حجم میں تنناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا مختصراً

متوازی السطوح کا حجم = قاعدہ × ارتفاع

ح = ق × ع

مسئلہ ۱۳

۱۲۸ — منشور مثلثی کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کا قاعدہ اور

ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب جَ ایک منشور مثلثی ہے اور اُس کے قاعدہ ا ب ج کا ناپ رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے ق اور ارتفاع اَ د کا ناپ متناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب جَ کا حجم ق اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

ب بَ میں سے ب بَ دَ ایک ایسی سطح کھینچو جو سطح ج جَ اَ کے متوازی ہو۔

پھر ا اَ میں سے ا اَ دَ ایک ایسی سطح کھینچو جو سطح ج جَ بَ کے متوازی ہو۔

تب مجسم د ب جَ اَ ایک متوازی السطوح ہو جائیگا اور اُس کا حجم منشور ا ب جَ کے حجم کا دو چند ہوگا ... [اقلیدس مقالہ ۱۱ - شکل ۲۸]

لیکن د ب جَ اَ کا حجم = قاعدہ د ب ج ا کا رقبہ × اَ و ... } دفعہ ۱۲۷

∴ ا ب جَ کا حجم = ½ قاعدہ د ب ج ا کا رقبہ × اَ و

= مثلث ا ب ج کا رقبہ × اَ و .... [اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۴]

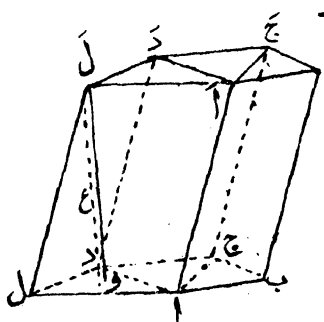
= ق × ع مکعب اکائیاں

پس قاعدہ — مثلثی منشور کے قاعدہ میں مربع اکائیوں کی تعداد کو ارتفاع میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو، حاصل ضرب اِس کے حجم میں متناظر مکعب اکائیوں کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً منشور مثلثی کا حجم = قاعدہ × ارتفاع

ح = ق × ع

مسئلہ ۳۲

۱۲۹ — کسی منشور کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ منشور اب دَلَ کے قاعدہ اب ج دل کا ناپ رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے ق اور اُس کے ارتفاع لَ و کا ناپ تناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ اب دَلَ کا حجم ق اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

ااَ میں سے گزرنے والی سطحوں کے ذریعہ مجسم کو مثلثی منشوروں میں منقسم کرو۔

اِن تمام منشوروں میں سے ہر ایک کا ارتفاع وہی ع ہوگا اور اُن کے قاعدے مثلثات اب ج، اج د اور ا د ل ہونگے۔ اس لیے اگر اِن تین مثلثوں کے رقبے بالترتیب $ق_۱$، $ق_۲$، $ق_۳$ ہوں اور اگر مثلثی منشور اج بَ، ادجَ اور ال دَ کے حجم بالترتیب $ح_۱$، $ح_۲$، $ح_۳$ ہوں تو ظاہر ہے کہ —

$$\left.\begin{array}{l} ح_۱ = ق_۱ ع \\ ح_۲ = ق_۲ ع \\ ح_۳ = ق_۳ ع \end{array}\right\} \quad \text{.......... دفعہ ۱۲۸}$$

∴ ح۱ + ح۲ + ح۳ = (ق۱ + ق۲ + ق۳) ع
یا ح = ق ع

پس قاعدہ ــ کسی منشور کے قاعدہ میں مربع اکائیوں کی تعداد کو اُس کے ارتفاع میں تمناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ حاصلِ ضرب منشور کے حجم میں تمناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا مختصراً کسی منشور کا حجم = قاعدہ × ارتفاع

ح = ق × ع .... (۱)

کسی منشور کا قاعدہ = حجم / ارتفاع

ق = ح / ع .... (۲)

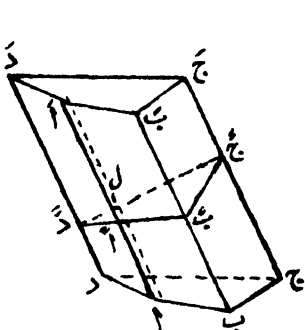
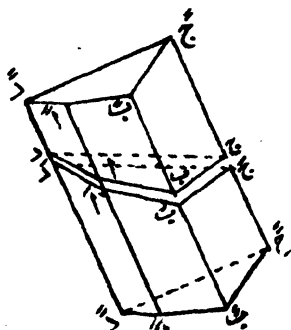
اور کسی منشور کا ارتفاع = حجم / قاعدہ

ع = ح / ق .... (۳)

مسئلہ ۳۳

۱۳۰ ــ منشور کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کی تراش کا رقبہ اور طول دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب جَ دَ کوئی منشور ہے (شکل ۱)۔ اور اُس کی

شکل ۲ شکل ۱

تراش عمودی اَ بَ جَ دَ کا ناپ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے ق ہے۔
اور اُس کے طول ا اَ کا ناپ تناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ل ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ ا ب جَ دَ کا حجم ق اور ل کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

منشور ا ب جَ دَ کے نچلے حصہ ا ب جً دً کو بالائی حصہ اَ بَ جَ دَ پر اس طرح رکھو کہ رُخ ا ب ج د، رُخ اَ بَ جَ دَ پر منطبق ہو جائے (شکل ۲)۔

اس طرح سے بننے والا مجسم ایک ایسا قائم منشور ہوگا جس کا قاعدہ اَ بَ جَ دَ ہوگا اور جس کا طول یا ارتفاع اَ اً (= ا اَ شکل ا میں) ہوگا۔

اور اس قائم منشور کا حجم ق ع مکعب اکائیاں ہوگا .... دفعہ ۱۲۹
لیکن جیسا کہ ظاہر ہے اس قائم منشور کا حجم وہی ہے جو کہ اصلی منشور ا ب جَ دَ کا حجم ہے۔

اصلی منشور ا ب جَ دَ کا حجم = ق ل مکعب اکائیاں

پس قاعدہ ــ منشور کی عمودی تراش میں مربع اکائیوں کی تعداد کو اُس کے طول میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے

ضرب دو، حاصل ضرب اُس کے حجم میں متناظر حجمی اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً —

منشور کا حجم = عمودی تراش × طول

ح = ق، ل .... (۱)

اِس لیے —

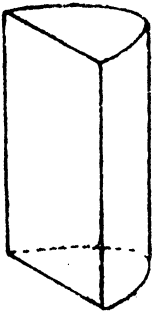
منشور کی عمودی تراش = $\frac{\text{حجم}}{\text{طول}}$

ق، = $\frac{\text{ح}}{\text{ل}}$ .... (۲)

اور —

منشور کا طول = $\frac{\text{حجم}}{\text{عمودی تراش}}$

ل = $\frac{\text{ح}}{\text{ق،}}$ .... (۳)

صورت خاص

۱۳۱ - اُسطوانہ -

یہاں منشور کے اضلاع کی تعداد لاانتہا بڑھا دی جاتی ہے - لیکن منشور کے اضلاع کی تعداد خواہ کچھ ہی ہو۔

منشور کا حجم = قاعدہ × ارتفاع ... دفعہ ۱۲۹

∴ اُسطوانہ کا حجم = قاعدہ × ارتفاع

ح = ق × ع

مستدیر اُسطوانہ کی صورت میں یہ ضابطہ

اِس طرح لکھا جا سکتا ہے۔

ح = π $ر^2$ × ع

جہاں ر طولی اکائیاں = قاعدہ کا نصف قطر

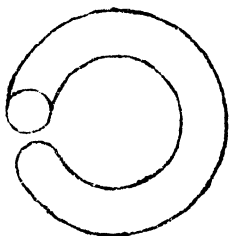
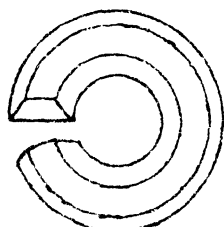
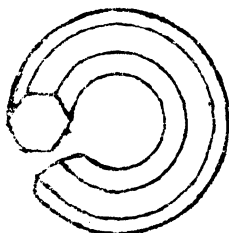
۱۳۲ ۔ منشور یا اُسطوانہ کے ایسے قطعہ پر غور کرو جو محور کے متوازی کسی سطح سے بنتا ہے (شکل ملاحظہ ہو)۔ منشور اور اُسطوانہ کے متعلق جو کچھ بیان ہُوا ہے اُس سے یہ نتیجہ ظاہر ہے کہ ایسے کسی قطعہ کا حجم ذیل کے ضابطہ سے حاصل ہوگا،

ح = ق ع

جہاں ق مربع اکائیاں = قطعہ کے سرے کا رقبہ

اور ع طولی اکائیاں = قطعہ کا ارتفاع

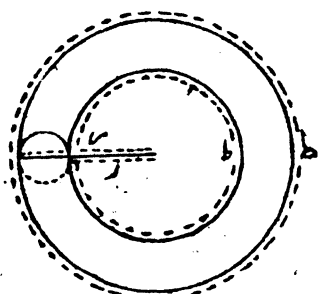
حلقے

۱۳۳ ۔ اگر کسی قائم مستدیر اُسطوانہ کو ایک دائرہ کی شکل میں یہاں تک موڑا جائے کہ اُس کے سرے ایک دوسرے سے مل جائیں تو وہ ایک اُسطوانہ نما حلقے میں تبدیل ہو جاتا ہے۔

حلقہ بنانے کے لئے اُسطوانہ میں خمیدگی پیدا کرنے سے اس کا اندرونی حِصّہ اُتنا ہی سُکڑ جاتا ہے جتنا بیرونی

حصہ پھیل جاتا ہے۔ اِس سے بالکل واضح ہے کہ حلقہ کا حجم ابتدائی اُسطوانے کے حجم کے مساوی ہوگا۔ پس اُسطوانہ نما حلقہ کا حجم ایک ایسے قائم مستدیر اُسطوانہ کے حجم کے برابر ہوگا جس کا قاعدہ حلقے کی عمودی تراش کے مساوی ہے اور جس کا ارتفاع حلقہ کے طول کے برابر ہے۔

یعنی —

اُسطوانہ نما حلقہ کا حجم = عمودی تراش کا رقبہ × حلقہ کا طول

$$ح = ق \times ل$$

نوٹ: حلقہ کے طول سے اِس کا اوسط محیط یا وہ محیط مُراد ہوتا ہے جو اُس کے اندرونی اور بیرونی محیطوں کے ٹھیک وسط میں واقع ہوتا ہے۔

بعینہٖ مذکورہ بالا دلائل کا اطلاق کسی ایسے حلقہ پر ہوسکتا ہے جس کی عمودی تراش ایک ایسے خط کے گرد متشاکل شکل ہی ہے جو عمودی تراش کی سطح میں واقع ہے اور حلقہ کی سطح پر علی القوائم ہے یعنی جس کا بیرونی نصف حصہ اندرونی نصف حصہ کے متناظر ہے جیسا کہ اوپر کی شکلوں سے ظاہر ہے۔

۱۳۴۔ اُسطوانہ نما حلقہ کی صورتِ خاص میں ذیل کے ضابطے آسانی کے ساتھ ثابت کیے جاسکتے ہیں:-

$$ح = \frac{\pi^2}{4}(س + ر)(س - ر)^2$$

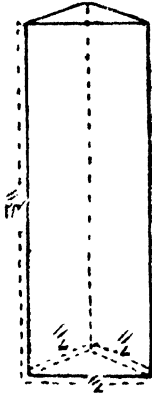
$$ح = \frac{1}{32\pi}(ط + طَ)(ط - طَ)^2$$

جہاں ح = حجم، س اور ر بالترتیب بیرونی اور اندرونی نصف قطر اور ط، طَ متناظر محیط ہیں۔

توضیحی مثالیں

۱۳۵ — مثال ۱ء کسی قائم منشور کا قاعدہ، انچ ضلع کا ایک مثلث

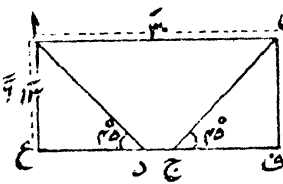
تساوی الاضلاع ہے اور اس کا ارتفاع ۲۴ انچ ہے۔ حجم دریافت کرو۔

منشور کا حجم = ق × ع مکعب انچ ..... دفعہ ۱۲۸

جہاں ق = (۷)² √۳ / ۴ ..... دفعہ ۲۱

اور ع = ۲۴

∴ منشور کا حجم = (۴۹ × ۲۴ × √۳) / ۴ مکعب انچ

= ۵۰۹٫۲ مکعب انچ

مثال ۲: ۴ پنس فی مکعب گز کے حساب سے ایک ایسا گڑھا کھدوانے کی اُجرت معلوم کرو جس کے بالائی حصہ کے ابعاد ۳۴ فٹ ۴ انچ اور ۳۰ فٹ ہیں اور جس کی گہرائی ۱۳ فٹ ۶ انچ، رُخوں کا میلان ۴۵° اور سرے انتصابی ہیں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د سے گڑھے کی عمودی تراش تعبیر ہوتی ہے۔

ع د = ج ف = ا ع = ۱۳ ½ فٹ

∴ د ج = (۳۰ - ۱۳ ½ × ۲) فٹ

= ۳ فٹ

∴ شکل منحرف ا ب ج د کا رقبہ = ½ (۳۰ + ۳) × ۱۳ ½ مربع فٹ دفعہ ۲۹

∴ گڑھے کی مکعبی گنجائش = (۲۷ × ۳۳) / (۲ × ۲) × ۳۴ ⅓ مکعب فٹ ... دفعہ ۱۲۹

∴ کھدوائی کی اُجرت = (۴ × ۱۰۳ × ۲۷ × ۳۳) / (۲۷ × ۳ × ۲ × ۲) پنس

= ۱۱۳۳ پنس

= ۴ پونڈ - ۱۴ شلنگ ۵ پنس

مثال ۳: بتاؤ کہ ۳۰۰۰ میل لمبے اور ½ انچ قطر کے تار میں کتنے ٹن تانبا ہوگا جب کہ تانبے کے تار کا وزن ۵۵۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔

تار کا حجم = ق ع مکعب فٹ ...... دفعہ ۱۳۱

جہاں ق = $\pi \left(\frac{۱}{۱۶} \times \frac{۱}{۱۲}\right)^{۲}$

ع = ۳ × ۱۷۶۰ × ۳۰۰۰

∴ تار کا حجم = $\frac{۳ \times ۱۷۶۰ \times ۳۰۰۰ \times \pi}{۱۲ \times ۱۲ \times ۱۶ \times ۱۶}$ مکعب فٹ

∴ تار کا وزن = $\frac{۵۵۵ \times ۳ \times ۱۷۶۰ \times ۳۰۰۰ \times ۲۲}{۲۰ \times ۱۱۲ \times ۱۲ \times ۱۲ \times ۱۶ \times ۱۶ \times ۷}$ ٹن

= $۳۳۴ \frac{۱۴۹۸۳}{۲۵۰۸۸}$ ٹن

مثال ۴: ایک خزانۂ آب میں ۶" قطر کے نل سے پانی آتا ہے۔ بتاؤ کہ ۳" قطر کے کتنے نل پانی کی اتنی ہی مقدار خارج کرینگے جب کہ یہ فرض کیا جائے کہ پانی کی رفتار بھی وہی ہے؟

فرض کرو کہ ح مکعب انچ = پانی کی مقدار جو ۶" قطر والے نل کے ایک انچ میں آتی ہے۔

تب ح = $\pi \times ۳^{۲}$ . . . . دفعہ ۱۳۱

فرض کرو کہ حَ مکعب انچ = پانی کی مقدار جو ۳" قطر والے نل کے ایک انچ میں آتی ہے۔

تب حَ = $\pi \times \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۲}$ . . . . دفعہ ۱۳۱

لیکن نلوں کی مطلوبہ تعداد = $\frac{ح}{حَ}$

∴ " " " = $\frac{\pi \times ۳^{۲}}{\pi \times \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۲}}$

= ۴

مثال ۵: ایک ایسے نل کے لوہے کا وزن دریافت کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطروں کے ناپ بالترتیب ۱۰" اور ۱۱" اور جس کا طول ۱۰ فٹ ہے۔ فرض کرو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۲۶۰ء پونڈ ہوتا ہے (π = ۳٫۱۴۱۶)

لوہے کا حجم = (ق$_۱$ - ق$_۲$) ع مکعب انچ . . . دفعہ ۱۳۱

جہاں ق$_۱$ = $\pi \times \left(\frac{۱۱}{۲}\right)^{۲}$ . . . . دفعہ ۷۱

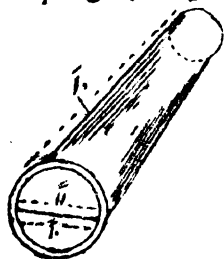
ق$_۲$ = $\pi \times \left(\frac{۱۰}{۲}\right)^{۲}$ . . . . دفعہ ۷۱

ع = ۱۲۰

∴ لوہے کا حجم $= \pi \left\{ \left(\frac{۱۱}{۲}\right)^۲ - \left(\frac{۱۰}{۲}\right)^۲ \right\} \times ۱۲۰$ مکعب انچ

$= \frac{۱۲۰ \times ۲۱ \times \pi}{۴}$ مکعب انچ

∴ لوہے کا وزن $= \frac{۰٫۲۶ \times ۱۲۰ \times ۲۱ \times ۳٫۱۴۱۶}{۴}$ پونڈ

$= ۵۱۴٫۵۹۴$ پونڈ

مثال ۶: ۳۰ فٹ گہرا ایک کنواں کھدوانا مطلوب ہے اور اُس میں $۱\frac{۱}{۲}$ فٹ موٹائی یک چونے سے استرکاری کروانا ہے ۔ تکمیل کے بعد کنوئیں کا اندرونی قُطر ۶ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ اس کام کے لئے مجموعی لاگت کیا ہوگی جب کہ کھدوائی ۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ ہے اور استرکاری ۲۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کی شرح سے ہے؟

کھُدی ہوئی مٹی کا حجم = ق × ع مکعب فٹ ... دفعہ ۱۳۱

جہاں ق $= \pi \times \left(۴\frac{۱}{۲}\right)^۲$ .... دفعہ ۱۷

اور ع = ۳۰

∴ کھُدی ہوئی مٹی کا حجم $= \frac{۳۰ \times ۸۱ \times \pi}{۴}$ مکعب فٹ

∴ مٹی کھدوانے کی اُجرت $= \frac{۵ \times ۳۰ \times ۸۱ \times \pi}{۱۰۰ \times ۴}$ روپیہ

$= \frac{۲۴۳ \times \pi}{۸}$ روپیہ

چُونے کا حجم = (ق۱ − ق۲) ع مکعب فٹ .... دفعہ ۱۳۱

جہاں ق۱ $= \pi \times \left(۴\frac{۱}{۲}\right)^۲$ .... دفعہ ۱۷

ق۲ $= \pi \times (۳)^۲$ .... دفعہ ۱۷

ع = ۳۰

∴ چُونے کا حجم $= \pi \left\{ \left(۴\frac{۱}{۲}\right)^۲ - ۳^۲ \right\} \times ۳۰$ مکعب فٹ

∴ استرکاری کی اُجرت $= \frac{۲۵ \times ۳۰ \times ۱۵ \times ۳ \times \pi}{۱۰۰ \times ۲ \times ۲}$ روپیہ

$= \frac{۶۷۵ \times \pi}{۸}$ روپیہ

$\therefore$ مجموعی لاگت $= \pi \left(\frac{۲۲۳}{۸} + \frac{۶۷۵}{۸} \right)$ روپیہ

$= \frac{۲۲}{۷} \times \frac{۹۱۸}{۸}$ روپیہ

$=$ ۳۶۰ روپیہ - ۱۰ آنہ - $\frac{۳}{۷}$۳ پائی

مثال ۷: ایک پُل کی کمان کا فصل (Span) ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۳ فٹ ہے، محرابہ کی گہرائی ۲ فٹ اور اُس کا طول رُخ سے رُخ تک ۳۰ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ اُس میں کتنے مکعب فٹ چُنائی ہے۔

فرض کرو کہ شکل سے کمان کی عمودی تراش تعبیر ہوتی ہے اور فرض کرو کہ

وگ = لا فٹ

تب ۳ (۲ لا + ۳) = ۱۰۰ .... دفعہ ۷۵

$لا = \frac{۹۱}{۶}$

$\therefore$ قوس دع ف کا نصف قطر $= \frac{۱۰۹}{۶}$ فٹ

پھر - دع $= \sqrt{۱۰^۲ + ۳^۲}$ فٹ .... دفعہ ۱۶

$= \sqrt{۱۰۹}$ فٹ

$\therefore$ قوس دع ف $= \frac{۱}{۳} \left\{ ۸\sqrt{۱۰۹} - ۲۰ \right\}$ فٹ .... دفعہ ۸۱

قطاع ودع ف کا رقبہ $= \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰۹}{۶} \times \frac{۱}{۳} \left\{ ۸\sqrt{۱۰۹} - ۲۰ \right\}$ مربع فٹ ... دفعہ ۸۹

$= \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰۹}{۶} \times ۲۱٫۱۷۴$ مربع فٹ

اب قطاع ودع ف اور قطاع واب ج متشابہ اشکال ہیں۔

$\therefore$ واب ج کا رقبہ : ودع ف کا رقبہ = وب^۲ : ودع^۲ . . . دفعہ ۱۰۴

یعنی ـــ

واب ج کا رقبہ : $\frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰۹}{۶} \times ۲۱٫۱۷۴$ مربع فٹ $= \left(\frac{۱۲۱}{۶}\right)^۲ : \left(\frac{۱۰۹}{۶}\right)^۲$

واب ج کا رقبہ $= \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰۹}{۶} \times ۲۱٫۱۷۴ \times \frac{(۱۲۱)^۲}{(۱۰۹)^۲}$ مربع فٹ

[illegible]

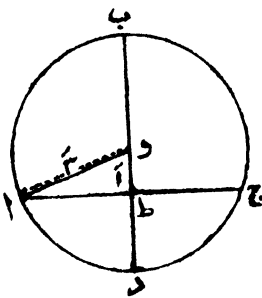
∴ تراش کا رقبہ $= \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰۹}{۹} \times ۲۱٫۱۷۴ \times \left\{ ۱ - \frac{(۱۲۱)^۲}{(۱۰۹)^۲} \right\}$ مربع فٹ

= ۴۴٫۶۸ مربع فٹ

اور کُھدائی کی مقدار = ۴۴٫۶۸ × ۳۰ مکعب فٹ . . . . . دفعہ ۱۲۹

= ۱۳۴۰٫۴ مکعب فٹ

مثال ۳:۔ ۸ فٹ طول اور ۶ فٹ قطر کا اُسطوانہ نما ایک پیراک اِس طرح تیرتا ہے کہ اُس کا محور اُفق کے متوازی اور پانی کی سطح سے ایک فٹ اُوپر رہتا ہے۔

پیراک کا وزن معلوم کرو۔

شکل میں فرض کرو کہ ا ب ج د سے تیرتے ہوئے پیراک کی تراش تعبیر ہوتی ہے اور ا ج پانی کی سطح کو تعبیر کرتا ہے۔

تب و ا = ۳ فٹ

و ط = ۱ فٹ

اور ا ط = $\sqrt{۹ - ۱}$ فٹ

= $\sqrt{۸}$ فٹ . . . . دفعہ ۱۶

اور قطعہ ا ط ج د = $\frac{۴}{۳}$ ع $\sqrt{\frac{۱}{۴} ت^۲ + \frac{۲}{۵} ع^۲}$ مربع فٹ۔ دفعہ ۹۰

جہاں ع = ۲، ت = $۲\sqrt{۸}$

∴ قطعہ ا ط ج د = $\frac{۴}{۳} \times ۲ \times \sqrt{\frac{۱}{۴} \times ۳۲ + \frac{۲}{۵} \times ۴}$ مربع فٹ

= $\frac{۳۲\sqrt{۱۵}}{۱۵}$ مربع فٹ

اب ڈوبے ہوئے مجسم کا حجم = ق ع مکعب فٹ . . . دفعہ ۱۳۲

جہاں ق = $\frac{۳۲\sqrt{۱۵}}{۱۵}$ اور ع = ۸

∴ ڈوبے ہوئے مجسم کا حجم = $\frac{۲۵۶\sqrt{۱۵}}{۱۵}$ مکعب فٹ

∴ ہٹائے ہوئے پانی کی مقدار = ٢٥٦ $\sqrt{}$١٥ / ١٥ مکعب فٹ

لیکن پیراک کا وزن = ہٹائے ہوئے پانی کا وزن -

اور ایک مکعب فٹ پانی کا وزن = ٦٢ ½ پونڈ . . . . دفعہ ١١١

∴ پیراک کا وزن = (١٢٥ × ١٥$\sqrt{}$ ٢٥٦) / (٢ × ١٥) پونڈ

= ٤١٣١ پونڈ تقریباً

مثال ۹: اُسطوانہ نما ایک ٹھوس حلقہ کی موٹائی ١٫٥ انچ اور اُس کا بیرونی قُطر ٨ انچ ہے اُس کا حجم دریافت کرو۔ (π = ٣٫١٤١٦)

حلقہ کا حجم = ق ل مکعب انچ ...... دفعہ ١٣٣

جہاں ق = π (١٫٥ / ٢)^2 .... دفعہ ٧١

ل = π (٨ − ١٫٥) ...... دفعہ ٦٩

∴ حلقہ کا حجم = π (٠٫٧٥)^2 × π (٦٫٥) مکعب انچ

= ٣٦٫٠٨٥ مکعب انچ

مثال ۱۰: ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا حجم ١٣٨٦ مکعب انچ اور طول ٤ فٹ ١ انچ ہے: عمودی تراش کا قطر دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ر انچ = عمودی تراش کا نصف قطر

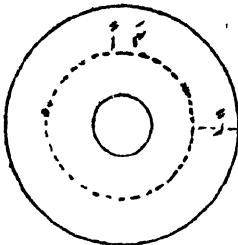
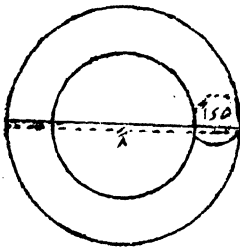
تب π ر^2 مربع انچ = عمودی تراش کا رقبہ . . . . دفعہ ٧١

∴ π ر^2 × ٤٩ = ١٣٨٦ ...... دفعہ ١٣٣

ر^2 = (٧ × ١٣٨٦) / (٤٩ × ٢٢) = ٩

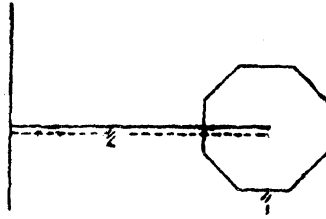
∴ ر = ٣

اِس لئے عمودی تراش کا قطر = ٦ انچ

مثال ۱۱: ایک انچ ضلع کے منتظم مثمن کو اُس کی سطح میں واقع ہونے والے ایک

محور کے گرد گھمانے سے ایک حلقہ پیدا ہوتا ہے - اگر مثمن کا وسطی نقطہ محور سے ۷ انچ کے فاصلہ پر ہو تو حلقہ کا حجم دریافت کرو -

حلقہ کا حجم = ق ل مکعب انچ . . . . دفعہ ۱۳۴

۲۰

جہاں ق = ۲ × ۱^۲ × (۱ + √۲) . . . . . دفعہ ۴۵

ل = ۲ × π × ۷ . . . . . . دفعہ ۶۹

∴ حلقہ کا حجم = ۲ (۱ + √۲) × ۲ × ۲۲/۷ × ۷ مکعب انچ

= ۲۱۲٫۴۵ مکعب انچ

مثال ۱۲ : ایک ٹھوس حلقہ کی عمودی تراش ایسا قطع ناقص ہے جس کے اعظم اور اصغر محاور بالترتیب ۶ انچ اور ۴ انچ ہیں - حلقہ کا اوسط قطر ۳۰ انچ ہے اور وہ ایسے مادہ کا بنا ہوا ہے جس کا وزن ۳۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے، اس کا وزن دریافت کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)

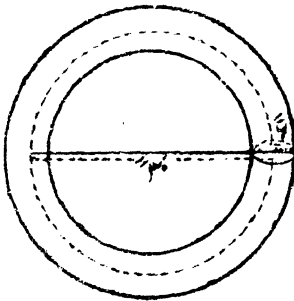
حلقہ کا حجم = ق ل مکعب انچ .... دفعہ ۱۳۴

جہاں ق = π ۰ ۶/۲ ۰ ۴/۲

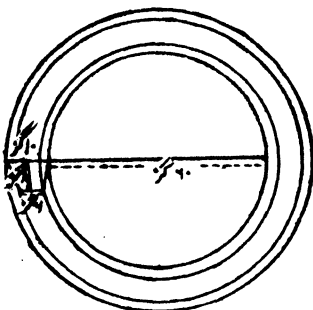
ل = π × ۳۰

∴ حلقہ کا حجم = π × ۶ × π × ۳۰ مکعب انچ

∴ وزن = (π × ۶ × π × ۳۰ × ۳۰) / ۱۷۲۸

= ۳۰٫۸۴ پونڈ

مثال نمبر ۱۳۱ : ۶۰ گز قطر کے ایک دائری قلعہ کے گرد ایک ایسی خندق بنوانا مطلوب ہے جس کا عرض بالائی حصہ پر ۱۰ گز اور تہ پر ۶ گز ہو اور جس کی گہرائی ۸ گز ہو اور دونوں طرف مساوی ڈھلوان ہوں۔ بتاؤ کہ کتنے مکعب گز کھدوانا پڑیگا؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

خندق کو ایک ایسا حلقہ تصور کیا جا سکتا ہے جس کی عمودی تراش خندق کی عمودی تراش ہے اور جس کے اندرونی قطر کا ناپ ۶۰ گز ہے۔

اس لئے خندق کا حجم = ق ل مکعب گز ... دفعہ ۱۳۲

جہاں ق = $\frac{۶+۱۰}{۲}$ × ۸ .... دفعہ ۳۹

ل = π × ۷۰ .... دفعہ ۶۹

∴ خندق کا حجم = π × ۷۰ × ۶۴ مکعب گز

= ۱۴۰۷۴٫۳۶۸ مکعب گز

امثلہ نمبری (۲۲)

(جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ کیا جائے فرض کرو کہ $\pi = \frac{22}{7}$)

ذیل کے منشوروں کے حجم دریافت کرو جن میں۔

۱ ۔ قاعدہ ۴ مربع فٹ ۴۶ مربع انچ اور ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ۔

۲ ۔ قاعدہ ۹ مربع فٹ ۳۰ مربع انچ اور ارتفاع ۳ فٹ ۶ انچ۔

۳ ۔ قاعدہ ۱۹ مربع فٹ ۱۲۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲ گز ۱ فٹ ۳ انچ۔

۴ ۔ قاعدہ ۲ مربع گز ۷ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ اور ارتفاع ۱ گز ۲ فٹ ۸ انچ۔

ذیل کے منشوروں کے ارتفاع دریافت کرو جن میں ۔

۵ ۔ حجم ۴ مکعب فٹ ۱۵۱۲ مکعب انچ اور قاعدہ ۳ مربع فٹ ۳۶ مربع انچ۔

۶ ـ حجم ۱۲ مکعب فٹ ۵۰۴ مکعب انچ اور قاعدہ ۷ مربع فٹ ۱۰۸ مربع انچ ـ

ذیل کے منشوروں کے قاعدوں کے رقبے دریافت کرو جن میں ـ

۷ ـ حجم ۲۳ مکعب فٹ ۱۰۸۰ مکعب انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ۳ انچ ـ

۸ ـ حجم ۵ مکعب گز ۱۹ مکعب فٹ ۶۴۸ مکعب انچ اور ارتفاع ۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ ـ

۹ ـ ایک منشور ایسے مثلثی قاعدہ پر بنا ہوا ہے جس کے اضلاع ۱۳ انچ، ۲۰ انچ اور ۲۱ انچ ہیں ـ اگر اُس کا ارتفاع ۹ انچ ہو تو اُس کا حجم دریافت کرو ـ

۱۰ ـ ایک منشور کا قاعدہ کوئی ذوار بعۃ الاضلاع ا ب ج د ہے ـ اگر اُس کا ارتفاع ۱۵ انچ ہو اور اگر ا ب = ۹ انچ، ب ج = ۸ انچ، ج د = ۳ انچ، د ا = ۴ انچ اور اگر ا اور ج پر کے زاویے قائمے ہوں تو منشور کا حجم دریافت کرو ـ

۱۱ ـ ایک منشور کا قاعدہ ایسی شکلِ منحرف ہے جس کے متوازی ضلعوں کے ناپ بالترتیب ۱۳ فٹ اور ۷ فٹ اور اُن کا درمیانی فاصلہ ۹ فٹ ہے : منشور کا حجم دریافت کرو اگر اُس کی بلندی ۱۲ فٹ ہو ـ

۱۲ ـ مثلثی قاعدہ پر ایک منشور بنا ہوا ہے ـ منشور کا حجم ۲۰ مکعب فٹ ۹۰ مکعب انچ اور قاعدہ کے اضلاع ۵ فٹ ۸ انچ، ۶ فٹ ۳ انچ اور ۶ فٹ ۵ انچ ہیں : منشور کا ارتفاع دریافت کرو ـ

۱۳ ـ ایک منشور کی عمودی تراش ایک ایسا مثلث ہے جس کے اضلاع ۸ فٹ ۹ انچ، ۹ فٹ ۸ انچ اور ۱۱ فٹ ۱۱ انچ ہیں ـ منشور کا حجم ۱۲ مکعب گز ۲۳ مکعب فٹ ۹۸۴ مکعب انچ ہے ـ کنارہ کا طول دریافت کرو ـ

۱۴ ـ ایسے منشوری برتن میں کتنے وزن کا پانی آئیگا جس کا قاعدہ ۲ فٹ ضلع کا ایک منتظم مسدس اور جس کا ارتفاع ۶ فٹ ہے ؟

ذیل کے مستدیر اُسطوانوں کے حجم دریافت کرو جن میں ـ

۱۵ ـ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ، ارتفاع ۴ فٹ ۳ انچ ـ

۱۶ ـ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۶ انچ، ارتفاع ۳ فٹ ۹ انچ ـ

۱۷ ـ قاعدہ کا نصف قطر ۱ گز ۲ فٹ ۳ انچ، ارتفاع ۲ گز ۱ فٹ ۹ انچ ـ

ذیل کے مستدیر اُسطوانوں کے قاعدوں کے نصف قطر انچ

کے دسویں حصّہ تک صحت کے ساتھ دریافت کرو جن میں ـــ

۱۸ ـ جحم ۵۰۰۰ مکعب انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۶ انچ۔

۱۹ ـ جحم ۴ مکعب فٹ، ارتفاع ۷ فٹ ۶ انچ۔

۲۰ ـ جحم ۱ مکعب گز، ارتفاع ۴ فٹ ۶ انچ۔

۲۱ ـ قریب ترین گیلن تک پانی کی وہ مقدار دریافت کرو جو ذیل کے ابعاد کی ایک خندق کو بھر دیگی : طول ۴۵ فٹ، عرض بالائی حصہ پر ۱۲ فٹ عرض تہ پر ۹ فٹ اور گہرائی ۶ فٹ۔

۲۲ ـ ۳ فٹ ۶ انچ قطر اور ۲۴ فٹ گہرے کنویں کی گنجائش معلوم کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۳ ـ ۳/۴ انچ قطر اور ۱/۸ انچ دبازت کے کتنے سکّے پگھلانے کی ضرورت ہوگی تاکہ ایک ایسا مستطیلی مجسم بنایا جاسکے جس کے ابعاد ۵ انچ، ۴ انچ اور ۳ انچ ہیں۔

۲۴ ـ بتاؤ کہ ۷ روپیہ فی مکعب گز کے حساب سے ۴ فٹ قطر اور ۲۶ فٹ گہرائی کا ایک کنواں کھدوانے میں کیا اخراجات ہوں گے ؟

۲۵ ـ بتاؤ کہ ایک مکعب فٹ سونے سے ۰٫۰۵ انچ موٹائی کا کس قدر لمبا تار بنایا جاسکتا ہے ؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)۔

۲۶ ـ ایک اُسطوانہ نما خول کی دبازت ۲ انچ، بیرونی سطح کا قطر ۲ فٹ ۶ انچ اور طول ۱۰ فٹ ہے بتاؤ کہ خول میں کتنے مکعب فٹ مادہ ہے۔(π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۷ ـ دو آنہ فی مکعب انچ کے حساب سے ایک ایسی نلی کی قیمت دریافت کرو جس کا سوراخ ۳″، طول ۶ گز اور دبازت ۱/۴ انچ ہے۔

۲۸ ـ اُس مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کا حجم ایک ایسے منشور کے حجم کے برابر ہے جس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے اور جو ایک ایسے مثلث قاعدہ پر بنا ہوا ہے جس کے اضلاع ۵ فٹ ۵ انچ، ۵ فٹ ۵ انچ اور ۹ فٹ ۴ انچ ہیں۔

۲۹ ـ اُس منشور کی جسمیت دریافت کرو جس کا ارتفاع ۵ فٹ ۴ انچ ہے اور جس کا قاعدہ ۱ فٹ ۳ انچ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

۳۰ ـ ایک ٹھوس اُسطوانہ نما حلقہ کی دبازت ۱ انچ اور حجم ۳۰ مکعب انچ ہے : اُس کے اندرونی اور بیرونی قطر دریافت کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۵۹)

۳۱ - اگر کسی حوض کا طول اور عرض اُس کی گہرائی کا بالترتیب دوچند اور نصف ہوں اور اگر حوض کی گنجائش ۸۰۰۰ گیلن ہو تو اُس کی گہرائی دریافت کرو۔

۳۲ - بتاؤ کہ ۲۰ منٹ میں ایک ایسے نل سے کتنے گیلن پانی بہتا ہے اگر نل کا سوراخ ۲" ہو اور پانی ۴ میل فی گھنٹہ کی شرح سے بہتا ہو۔

۳۳ - بتاؤ کہ ۲ میل لمبی، بالائی حصہ پر ۶۴ فٹ عریض، تہ پر ۳۴ فٹ عریض اور ۲۸ فٹ گہری ایک ریلوے کٹائی کے بنانے کے لئے کتنے مکعب گز زمین کے کھدوانے کی ضرورت ہوگی؟-

۳۴ - اگر سنگِ مرمر کی کثافتِ اضافی ۲٫۷ ہو تو سنگِ مرمر کے ایک ایسے اسطوانہ نما ستون کا وزن دریافت کرو جس کی بلندی ۴۰ فٹ اور قطر ۲ فٹ ہے۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)-

۳۵ - ایک ایسے اُسطوانہ نما حلقہ کی دبازت دریافت کرو جس کا اوسط محیط ۲ فٹ اور جس کا حجم ۱۰ مکعب انچ ہے۔ (π = ۳٫۱۴۱۵۹)-

۳۶ - اُسطوانہ کی وضع کے ایک برتن میں ۵۰۰ گیلن پانی آتا ہے اور اُس کا قطر ۵ فٹ ہے۔ اُس کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۷ - اُس قائم مستدیر اُسطوانہ کا حجم دریافت کرو جس کا ارتفاع ۶ فٹ ۶ انچ اور محیط ۵ فٹ ۴ انچ ہے۔

۳۸ - ایک مستدیر کھن راستہ کی گہرائی ۷۵ فٹ اور قطر ۳ فٹ ۴ انچ ہے: بتاؤ کہ ۸ آنہ فی مکعب فٹ کے حساب سے اس کو کھدوانے میں کیا اخراجات ہوئے ہوں گے؟-

۳۹ - ایک ترچھے شلثی منشور کی عمودی تراش ایسا مثلث مساوی الساقین ہے جس کے اضلاع ۱۳ فٹ، ۱۳ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں۔ منشور کا طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ ہے۔ اس کا حجم دریافت کرو۔

۴۰ - اُس چپٹے حلقہ کا حجم کیا ہے جس کی بلندی ۱$\frac{1}{4}$ انچ، اندرونی محیط ۲ فٹ ۶ انچ اور بیرونی قطر ۱۰ انچ ہے؟-

۴۱ - ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا طول ۱ فٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے۔ اِس کو ایک ایسی سطح سے دو قطعات میں کاٹا گیا جو محور کے متوازی اور اُس سے ۳$\frac{3}{4}$ انچ کے فاصلہ پر واقع ہے: چھوٹے قطعہ کا حجم دریافت کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)-

۴۲ ۔ مثال ۲۱ میں اگر کاٹنے والی سطح کا فاصلہ محور سے ۲٫۳ انچ تو چھوٹے قطعہ کا حجم دریافت کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۴۳ ۔ ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا طول ۴۵ انچ اور عمودی تراش کا قطر $\frac{1}{2}$۲ انچ ہے، حجم معلوم کرو۔

۴۴ ۔ ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا اندرونی محیط ۹ انچ اور عمودی تراش کا قطر $\frac{1}{3}$۳ انچ ہے، حجم دریافت کرو۔

۴۵ ۔ ایک اُسطوانہ نما حلقہ کے بیرونی اور اندرونی محیطوں کے قطر بالترتیب $\frac{3}{4}$۱۰ انچ اور $\frac{1}{2}$۹ انچ ہیں، حجم معلوم کرو۔

۴۶ ۔ ایک اُسطوانہ نما حلقہ کے بیرونی محیط کا نصف قطر $\frac{1}{2}$۳ انچ اور عمودی تراش کا قطر $\frac{3}{4}$ انچ ہے؛ حجم دریافت کرو۔

۴۷ ۔ ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا حجم ۸۲٫۷ مکعب انچ اور طول ۵ فٹ ۳ انچ ہے، عمودی تراش کا قطر دریافت کرو۔

۴۸ ۔ ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا حجم ۱ مکعب فٹ ۲٫۷۴ مکعب انچ اور عمودی تراش کا نصف قطر $\frac{1}{2}$۳ انچ ہے، طول دریافت کرو۔

سوالات امتحانات ۲۲

جب تک اس کے خلاف بیان نہ کیا جائے $\pi = \frac{22}{7}$ تسلیم کی جائے

منشور

جامعہ عثمانیہ ۔ ڈپلوما اِن اگریکلچر، دوسرا امتحان

۱ ۔ منشوری وضع کا ایک برتن ۴ انچ ضلع کے منتظم مسدسی قاعدہ پر بنا ہوا اور مائع سے بھرا ہوا ہے، انچ کے تیسرے عشری حصہ تک دریافت کرو کہ اگر برتن میں سے نصف پائنٹ مائع نکال لیا جائے تو مائع کی سطح کس قدر نیچے اُتر آئیگی؟

۲ ۔ کسی ریلوے اسٹیشن کے ایک پلیٹ فارم سے دوسرے پلیٹ فارم تک ایک تل راہ (Subway) بنانا مطلوب ہے ۔ تل راہ کا

اُفقی حِصّہ ۲۰ گز لمبا ہے اور اُس کی عمودی تراش ایک مستطیل ہے جس کا
اُوپر کا حِصّہ ایک نصف دائرہ سے گِھرا ہُوا ہے۔ راستہ کے بازو اور
اوپر کے حصہ میں اینٹ سے چنوانا ہے۔ اینٹوں کو شامل کرنے کے بغیر
کل بلندی اور عرض بالترتیب ۳ گز اور ۱½ گز ہیں اور اینٹوں کی دبازت
۴½ انچ ہے۔ اگر ہر ایک اینٹ کا ۳ $\frac{9}{16}$ کعب فٹ اور وزن ۵ پونڈ
ہو تو اس کام کے لئے مطلوبہ اینٹوں کا وزن ٹن میں معلوم کرو۔

۳ —— ایک ایسے ستون کی جسامت کیا ہے جس کی اوسط تراش ۲½ فٹ
ضلع کا ایک منتظم مسدس ہے اور جس کا ارتفاع ۶۰ فٹ ہے؟

۴ —— کسی منشور کا حجم دریافت کرنے کے قواعد بیان کرو۔
(جامعۂ پنجاب: سول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۵ —— اُس ناقصی کمان کا سماؤ دریافت کرو جس کا فصل ۴۰ فٹ اور ارتفاع
۸ فٹ ہے۔ کمان کی موٹائی پہلو پر ۳½ فٹ اور چوٹی پر ۲½ فٹ اور کمان کا
عرض ۲۱ فٹ ہے۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۶ —— ایک کمان کا شکم اور پُشت شکل میں کامل نصف قطعِ ناقص ہیں کمان
کا طول ۳۲ فٹ، فصل ۳۰ فٹ اور ارتفاع ۷ فٹ ۶ انچ ہے۔ جست کے
مقام پر کمان کی موٹائی ۳ فٹ اور چوٹی پر اس کی موٹائی ۲ فٹ ہے۔ کمان کا
حجم دریافت کرو۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۷ —— ایک منشور کا قاعدہ ایک منتظم مسدس ہے اور اُس کے ہر ایک
کنارہ کا ناپ ۱ فٹ ہے۔ منشور کا حجم معلوم کرو۔
(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۸ —— ایک پختہ پُل کی قطعی کمان میں چُنائی کی مقدار معلوم کرو جس کے شکم کا
نصف قطر ۲۰ فٹ، کمان کی دبازت ۲ فٹ۔ کمان کا طول ۳۰ فٹ اور
کمان کے مقابل مرکز پر کا زاویہ ۱۲۰° ہے۔
(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: سالانہ امتحان)

۹ —— ایک نہر کی تراش بالائی حِصّہ پر عرض میں ۳۲ فٹ، تہ پر عرض میں

۱۴ فٹ اور ۸ فٹ گہری ہے ۔ بتاؤ کہ نہر کے ایک میل طول میں کتنے مکعب گز زمین کھودی گئی تھی ؟ اور اگر پانی کی سطح کا عرض ۲۶ فٹ ہو تو اس کی گہرائی دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر : امتحان داخلہ)

۱۰ — ۴۰ فٹ لمبے اور ۳۰ فٹ چوڑے کمرہ کی چھت بندی ایک ایسی کمان سے کی گئی جس کا ارتفاع مرکز پر ۴ فٹ ہے اور کمان کی دبازت ۲ فٹ ہے ۔ اس کی چُنائی کی مقدار قریب ترین مکعب فٹ تک دریافت کرو۔

(رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۱ — ذیل کے ابعاد والے ایک پُل میں کمان کی چُنائی کی مقدار مکعب فٹوں میں معلوم کرو : فصل ۶۰ فٹ، ارتفاع ۱۵ فٹ، چُنائی کی گہرائی ۴ فٹ اور ایک رُخ سے دوسرے رُخ تک کا طول ۵۰ فٹ ہے ۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۲ — ۴ ایکڑ رقبہ کے ایک کُنڈ میں ۶ انچ موٹی برف کی تہ جمی ہوئی ہے : اگر ایک مکعب فٹ برف کا وزن ۸۹۶ اونس ہو تو کُنڈ پر کی برف کا وزن ٹن میں معلوم کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۳ — ایک کمان کی چُنائی مکعب فٹوں میں دریافت کرو جس کا فصل ۲۰ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ، ایک رُخ سے دوسرے رُخ تک طول ۳۰ فٹ اور ڈاٹیا کی گہرائی $2\frac{1}{2}$ فٹ ہے۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۴ — ایک کھوکھلا ستون اندر کی جانب مستدیر اور باہر کی جانب قطع ناقص ہے ۔ ناقص کے محاور $4\frac{1}{2}$ اور ۵ فٹ اور دائرہ کا قطر ۴ فٹ ہے : حجم دریافت کرو جب کہ کالم ۳۰ فٹ بلند ہے ۔

۱۵ — چھت کی ایک کمان میں چُنائی کی مقدار اور ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کی شرح سے اُس کی قیمت دریافت کرو۔ ابعاد : کمان کا طول ۴۰ فٹ فصل ۱۵ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ اور موٹائی ۹ انچ ۔

۱۶ — ۵۰ مریضوں کی رہائش کے لئے ایک دواخانہ کا طول قریباً تریباً

فٹ تک کیا ہونا چاہیئے ؟ عمارت کی چوڑائی ۲۴ فٹ اور بازو کی دیواروں کی بلندی ۲۰ فٹ ہے، چھت دو پاکھا ہے اور چھت کا اُٹھان فصل کا ۲/۱ واں حصّہ ہے۔ نیز ہر مریض کو ۱۲۰۰ مکعب فٹ فضاء دیجائیگی۔

(رُڑکی انجنیو: آخری امتحان)

۱۷ —— ایک پُل کا فصل ۳۰ فٹ ہے شکم تک ارتفاع ۷ فٹ ۶ انچ، کمان کی دبازت ۳ فٹ۔ طول ۳۰ فٹ: بتاؤ کہ کمان میں کتنے مکعب فٹ چُنائی ہوگی اور ۳۰ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کی شرح سے اس کی بنوائی میں کیا اخراجات ہونگے ؟۔

۱۸ —— کسی پُل کی ایسی کمان میں چُنائی کی مقدار معلوم کرو جس کا فصل ۴۰ فٹ۔ ارتفاع فصل کا ایک چوتھائی، کمان کی دبازت ۳ فٹ اور طول ۲۱ فٹ ہے۔ نیز اس کی بنوائی کی لاگت ۳۰ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے معلوم کرو۔

۱۹ —— ایک ایسے کٹّے میں چُنائی کی مقدار معلوم کرو جس کا طول ۱۰۰ فٹ۔ بالائی عرض بلندی کے مساوی۔ اندرونی اُتار ۳ میں ۱ اور بیرونی ۲/۱ ۱ میں ۱ اور پُشتہ کی بلندی ۱۵ فٹ ہے۔

۲۰ —— ایک کمان کا فصل ۲۰ فٹ۔ ارتفاع ۵ فٹ۔ ایک رُخ سے دوسرے تک طول ۳۰ فٹ اور محرابہ کی گہرائی ۱۸ انچ ہے۔ اس کی چنائی مکعب فٹوں میں معلوم کرو۔

اُسطوانے

۲۱ —— ایک درخت کا تنا ۵ فٹ نصف قطر کا ایک قائم مستدیر اُسطوانہ ہے۔ اور بلندی ۳۰ فٹ ہے۔ تنے کو عین اتنا کاٹا جاتا ہے کہ وہ مربع قاعدہ پر مستطیلی متوازی السطوح میں ٹھیک بدل جاتا ہے۔ تیار لکڑی کا حجم دریافت کرو۔

(جامعۂ الہ آباد: انٹرمیڈیٹ)

۲۲ —— ایک مکعب فٹ پیتل سے ۱۶/۱ انچ قطر کا اُسطوانہ نما تار بنایا گیا: یہ تار ایک مستدیر میدان کے گرد ٹھیک ٹھیک آسکتا ہے۔ میدان کا رقبہ

ایکڑوں میں تقریباً معلوم کرو۔ (جامعۂ بمبئی ۔ ایل ۔ سی ۔ ای : دوسرا امتحان)

جامعۂ پنجاب ۔ سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان

۲۳ — ایک مکعب فٹ پیتل سے ۱/۱۰ انچ قطر کا ایک تار بنایا گیا : اس کا طول دریافت کرو۔

۲۴ — ۱/۲ ۶ فٹ اندرونی قطر کا ایک کنواں ۲۲ فٹ گہرا کھدوایا جائیگا اور ۱/۲ ۱۳ انچ دبازت میں اینٹوں سے اُس کی استرکاری کی جائیگی۔

(ا) کھود کر نکالی ہوئی مٹی کا حجم

(ب) اینٹوں کی چُنائی کی مقدار

معلوم کرو۔

۲۵ — اندرونی قطر ٹھیک ۵ فٹ اور ۳۶ فٹ عمیق (پیپہ کے بغیر) ایک کنواں کھدوانا مطلوب ہے اور ۹ انچ دبازت میں اینٹوں سے اِس کی استرکاری کی جائیگی۔

(ا) کھود کر نکالی ہوئی مٹی کا حجم

(ب) اینٹوں کی چُنائی کی مقدار

معلوم کرو۔

جامعۂ کلکتہ : امتحان ایف ۔ اے۔

۲۶ — ۱/۲ ۴ فٹ قطر کے ایک اسطوانہ نما حوض سے ۱۰ گیلن فی گھنٹہ کے حساب سے پانی نکالا جاتا ہے : (انچ کے دسویں حصہ تک) معلوم کرو کہ ۲۷ منٹ میں سطح کس قدر نیچے اُتر آئیگی (π = ۳٫۱۴۱۶ اور ۱ گیلن = ۲۷۷٫۲۷۵ مکعب انچ)

۲۷ — ثابت کرو کہ کھوکھلے اُسطوانہ کے مادہ کا حجم مساوی ہوتا ہے π ع {ر۲ – (ر – ک)۲} کے اور اس ضابطہ کی مختلف علامتوں کا مطلب سمجھاؤ۔

۲۸ — اُسطوانہ نما ڈنڈوں اور مستطیلی پٹریوں کی دو قطاروں سے ریل کی ایک سڑک بنانا مطلوب ہے ۔ اگر ڈنڈوں کا طول ۶ فٹ، قطر ۶ اور ان کا درمیانی فاصلہ ۶ فٹ ہو اور اگر پٹریوں کی تراش عمودی ۶ × ۱ ابعاد کا مستطیل ہو

تو بتاؤ کہ ایک میل لمبی ریل کی سڑک کے لئے کتنے مکعب فٹ لکڑی کی ضرورت ہوگی؟-

۲۹ ــــ لوہے کے ایک نل کا سوراخ ۳ انچ، دبازت $\frac{1}{2}$ انچ اور طول ۲۰ فٹ ہے: اس کا وزن معلوم کرو جب کہ ۱ مکعب انچ لوہے کا وزن ۴ء۵ ۲۶ اونس ہوتا ہے۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۳۰ ــــ ایک درخت کا تنا ۳ فٹ قطر اور ۲۰ فٹ بلندی کا ایک قائم مستدیر اُسطوانہ ہے لکڑی کو اس قدر کاٹا چھانٹا جاتا ہے کہ وہ مربع قاعدہ کے ایک مستطیلی متوازی السطوح میں تحویل ہو جاتا ہے۔ تیار لکڑی کا حجم دریافت کرو۔
(سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۳۱ ــــ بتاؤ کہ $\frac{3}{4}$ انچ قطر اور $\frac{1}{8}$ انچ دبازت کے کتنے سکوں کو پگھلایا جائے کہ پگھلے ہوئے مادہ سے ایک ایسا مکعب بنایا جا سکے جس کے کنارے کا طول ۳ انچ ہو۔ (سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۳۲ ــــ ایک ایسا کنواں کھودنا مطلوب ہے جس کا اندرونی قطر ۵ فٹ اور گہرائی ۳۶ فٹ ہو۔ اس مطلب کے لئے کھودی ہوئی زمین کی مقدار معلوم کرو۔ نیز اگر کنوئیں میں اینٹوں سے ۱۰ انچ موٹائی میں استرکاری کرائی جائے تو استرکاری کے مادہ کی مقدار معلوم کرو۔
(سب پورا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان فائینل)

۳۳ ــــ پٹواں لوہے کے ایک کھوکھلے مستدیر اُسطوانہ کا محیط ۴۳ء۳۱۴ فٹ اور اندرونی قطر ۹ فٹ ۵ء۹ انچ ہے۔ اس کی دبازت معلوم کرو۔ (π = ۳ء۱۴۱۵۹)
[رڑکی انجینئرنگ داخلہ]

۳۴ ــــ ایک مکعب فٹ پیتل سے $\frac{1}{4}$ انچ قطر کا ایک تار بنایا گیا ہے۔ تار کا طول کیا ہوگا؟ (رڑکی انجینئرنگ داخلہ)

رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ

۳۵ ــــ پٹوان لوہے کے ایک ایسے نل کا وزن دریافت کرو جس کا طول ۹ فٹ، سوراخ ۳ انچ اور دبازت ۱ انچ ہے۔ جب کہ ۱ مکعب انچ

پِٹواں لوہے کا وزن $\frac{1}{4}$ پونڈ ہوتا ہے۔

۳۶ — تانبے کے ایک میل لمبے تار کا وزن ایک ہنڈرڈویٹ ہے۔ اِس کی ایک عمودی تراش کا رقبہ معلوم کرو جب کہ تانبا اپنے مساوی الحجم پانی سے ۸٫۹۶ گنا بھاری ہے۔ اور ا مکعب فٹ پانی کا وزن = ۱۰۰۰ اونس اوورڈوپائی۔

۳۷ — بتاؤ کہ ۲ انچ سوراخ والی ۴۰ فٹ لمبی اسطوانہ نما چمڑہ کی تھیلی میں کتنے گیلن پانی آسکتا ہے۔

۳۸ — ایک ایسے بیلن کی ضرورت ہے جس کا طول $\frac{1}{2}$۳ فٹ اور وزن ۱۰ من ہے۔ یہ بیلن ایسے پتھر سے بنایا جائیگا جس کی کثافت ۲٫۵ ہے بتاؤ کہ اس کا قطر کیا ہونا چاہیئے؟ (اسیر = ۲ پونڈ)۔

۳۹ — بندسروں کے ایک اُسطوانہ نما لوہے کے برتن کا طول ۴ فٹ، بیرونی محیط ۴۰ انچ اور دھات کی دبازت ا انچ ہے۔ اگر اُسطوانہ میں پانی بھر دیا جائے تو اِس کا مجموعی وزن معلوم کرو جب کہ لوہا اپنے مساوی الحجم پانی سے $\frac{1}{9}$۷ گنا بھاری ہوتا ہے اور ا مکعب فٹ پانی کا وزن = ۱۰۰۰ اونس۔

۴۰ — ایک کھوکھلے اُسطوانہ کی اندرونی گہرائی اور قطر بالترتیب ۴ فٹ $\frac{1}{2}$۲ انچ اور ۸ انچ ہیں۔ اُس کے اندر اُسی گہرائی اور $\frac{1}{4}$۶ انچ قطر کا ایک ٹھوس اُسطوانہ رکھا ہوا ہے۔ بتاؤ کہ بقیہ فضا میں کتنے گیلن پانی ڈالا جا سکتا ہے اگر ایک گیلن میں ۲۷۷٫۲۵ مکعب انچ ہوتے ہیں اور دائرہ کا رقبہ اُس کے قطر کے مربع کا $\frac{11}{14}$ ہوتا ہے؟

۴۱ — ایک اُسطوانہ نما نلی میں کتنے مکعب انچ مادہ ہوگا جب کہ اُس کی بیرونی سطح کا نصف قطر ۱۰ انچ، دبازت ۲ انچ اور بلندی ۹ انچ ہے۔

رُڑکی انجنیر: فائینل

۴۲ — سیسہ کی ایک نلی کی اندرونی سطح کا نصف قطر $\frac{1}{2}$۱ انچ اور بیرونی سطح کا نصف قطر $\frac{9}{16}$۱ انچ ہے۔ اگر اس نلی کو پگھلا کر ابتدائی طول کا ایک ٹھوس اُسطوانہ بنایا جائے تو اُس کا نصف قطر دریافت کرو۔

۴۳۔۔۔ اندرونی قطر ۱۰ فٹ اور ۵۰ فٹ عمیق ایک کنویں کی چُنائی کی مقدار معلوم کرو جب کہ چُنائی کے حلقہ کی دبازت ۱۸ انچ ہے: بتاؤ کہ ۲۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کی شرح سے چُنائی کروانے کے اخراجات کیا ہونگے؟

۴۴۔۔۔ $\frac{1}{4}$۱ انچ کے سوراخ اور ۱۴ پونڈ فی گز وزنی نلی میں سیسہ کی دبازت معلوم کرو جب کہ ایک مکعب فٹ سیسے کا وزن ۱۱۳۲۵ اونس ہوتا ہے۔

۴۵۔۔۔ ۷ انچ قطر کے ایک گول ستون میں ۴ مکعب فٹ پتھر ہے تو اُس ستون کا قطر دریافت کرو جس کا طول پہلے ستون کے طول کے مساوی ہو اور جس میں پہلے ستون سے ۱۰ گنا مادہ ہے۔

۴۶۔۔۔ ایک ایسا کنواں بنوانا مطلوب ہے جس کا اندرونی قطر ۱۰ فٹ اور گہرائی ۴۰ فٹ ہو۔ ۱۵ فٹ تک مٹی کھُدیگی اور بقیہ حصہ چٹان کو کھودنا پڑیگا۔ مٹی کے حصہ کی حفاظت ۱۸ انچ دبیز چُنائی سے کی جائیگی۔ بتاؤ کہ ذیل کی شرحوں کی فی ۱۰۰ مکعب فٹ سے اس کی بنوائی میں کیا لاگت ہوگی چُنائی ۲۰ روپیہ مٹی کی کھدوائی ۳ روپیہ اور چٹان کی کھُدوائی ۱۴ روپیہ۔

۴۷۔۔۔ لوہے کے ایک کھُلے اُسطوانہ کا طول ۲۰ فٹ اور بیرونی قطر ۲ فٹ ہے۔ یہ اُسطوانہ ایک سرے پر رکھا گیا اور اُس کے بالائی سرے پر ۳۰۰ ٹن کا وزن ہموارانہ رکھا گیا۔ دھات کی دبازت معلوم کرو تاکہ قاعدہ پر کا دباؤ ۳ ٹن فی مربع انچ ہو۔ فرض کرو کہ ایک مکعب فٹ لوہے کا وزن ۴۴۱ پونڈ ہوتا ہے۔ (مسپلریز اکونٹس)

قطعاتِ اُسطوانہ

۴۸۔۔۔ ایک منشور کی تراش ایک مربع ہے جس کا ہر ضلع ۱۰″ ہے۔ اس کو ۲۶ انچ قطر کے ایک ٹھوس اُسطوانہ کے اندر داخل کیا جاتا ہے۔ اِس طرح کہ دونوں کے محاور ایک دُوسرے کو زاویۂ قائمہ پر کاٹتے ہیں۔ منشور کے اُس حصہ کا حجم معلوم کرو جو اُسطوانہ کے اندر رہے۔ (سیب پور اپرنٹس ڈپارٹمنٹ : فائینل)

۴۹۔۔۔ اگر $\frac{1}{2}$۲ انچ نصف قطر کے ایک ٹھوس اُسطوانہ میں ۲″ چوڑا ایک

مربع وضع کا سُوراخ اِس طرح کیا جائے کہ سُوراخ کا محور اُسطوانہ کے محور کو زاویۂ قائمہ پر کاٹے تو بتاؤ کہ کس قدر مادّہ کاٹا جائیگا ؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)۔
(رڑکی انجینیر: داخلہ)

۵۰ —— ۳ فٹ نصف قطر اور ۱۲ فٹ طول کا ایک اُسطوانہ اپنی گہرائی کے ایک تہائی حصہ تک پانی میں اس طرح ڈوبا ہُوا ہے کہ اُس کا محور افق کے متوازی ہے : اُسطوانہ کا وزن معلوم کرو۔ (رُڑکی اپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)

حلقے

۵۱ —— ایک ایسے اُسطوانہ نما ٹھوس حلقے کا حجم معلوم کرو جس کی دبازت ۹ اور اندرونی قطر ۳۲ ہے۔ (جامعۂ بمبئی۔ ڈپلوما اِن اگریکلچر: دُوسرا امتحان)

۵۲ —— ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا اندرونی قطر ۲٫۵ انچ اور بیرونی قطر ۳٫۸ انچ ہے : حلقہ کا حجم اور اُس کا وزن بحساب ۱۱۰۰۰ اونس فی مکعب فٹ دریافت کرو۔ (جامعۂ بمبئی۔ ایل۔ سی۔ اِی : پہلا امتحان)

۵۳ —— کسی اُسطوانہ نما حلقہ کا حجم دریافت کرو۔
(جامعۂ بمبئی۔ ایل۔ سی۔ اِی : دوسرا امتحان)

۵۴ —— ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا اوسط قطر ۱۸ انچ اور وزن $\frac{1}{4}$ ۴۰۳۳ اونس ہے عرضی عمودی تراش کا نصف قطر دریافت کرو اگر اُس کے ۲۴۰ مکعب انچ مادّہ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہے۔ (جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف۔ اے)

۵۵ —— ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا حجم ۸۰۰ مکعب انچ اور عمودی تراش کا نصف قطر $\frac{۲}{۳}$ ہے : حلقہ کا طول دریافت کرو۔
(سب اوور اپرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۵۶ —— ۵۸۵ فٹ نصف قطر کے ایک مستدیر باغ کے گرد باہر کی طرف گاڑیوں کے لئے سڑک بنوانا مطلوب ہے۔ ۳۰ فٹ عرض اور ۹ انچ دبازت میں سڑک پر پتھر بچھوایا جائیگا - ۶ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے اس کی کیا لاگت ہوگی ؟ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۵۷ —— ۴۵ گز قطر کے ایک مدور قلعہ کے گرد ایک خندق کھدوانا مطلوب ہے۔ خندق کے ابعاد حسب ذیل ہیں: بالائی حصہ پر عرض ۶ گز، تہ پر عرض ۴ گز اور گہرائی ۵ گز: مکعب فٹ میں کھدی ہوئی جگہ کا حجم دریافت کرو۔
(رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۵۸ —— ایک اسطوانۂ حلقہ کا حجم ۱۰۰ مکعب انچ اور طول ۲۰ انچ ہے: اندرونی قطر معلوم کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۵۹ —— اگر ایک گیلن پانی میں ۲۷۷٫۲۷۳۸ مکعب انچ ہوتے ہوں تو بتاؤ کہ ۴۷٫۱۳۵ ایکڑ رقبہ کے میدان پر ۱٫۲۵ انچ بارش سے ایسے کتنے تالاب کلیۃً بھر جائینگے جن کی گنجائش ۱۰۰ گیلن ہے؟
(جامعہ الہ آباد ۔ انٹرمیڈیٹ)

۶۰ —— کسی تالاب سے ایک مستدیر نل کے ذریعہ ۳۰ گز فی منٹ کی رفتار سے پانی بہتا ہے۔ اگر نل کا قطر ۵ انچ ہو اور تالاب ۴۰ گز × ۳۵ گز ۲ فٹ ابعاد والے مستطیلی وضع کا ہو تو بتاؤ کہ کتنی دیر میں پانی کی سطح ۳ فٹ نیچے اُتر جائیگی؟ (جامعہ الہ آباد ۔ انٹرمیڈیٹ)

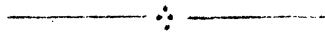
۶۱ —— ۱۰ فٹ لمبے ۲ فٹ ۶ انچ اندرونی قطر اور ۱½ انچ دبیز لوہے کے نل کا وزن معلوم کرو جب کہ لوہے کی کثافتِ اضافی ۷٫۱۴ اور ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے۔ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۶۲ —— تیرنے کے حوض کا طول ۲۰ گز اور عرض ۸ گز ہے۔ اس کے ایک سرے پر ۴ فٹ ۶ انچ گہرائی تک ۱ فٹ ۲ انچ عرض اور ۹ انچ بلندی کی سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں جو حوض کے تمام عرض پر چھائی ہوئی ہیں۔ پھر سیڑھیوں کے اختتام کے بعد حوض کی تہ دوسرے سرے کی طرف ڈھالو ہے اور اس کا اُتار ۱۵ میں ۱ ہے۔ پانی کی وہ مقدار گیلن میں معلوم کرو جو حوض میں آسکتی ہے جب کہ وہ بھرا ہوا ہو۔

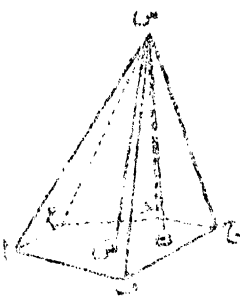
(جامعہ مدراس: امتحان بی۔ای)

۶۳ —— ایک مکعب فٹ تانبے سے ۱/۱۶ انچ قطر کا تار بنایا گیا ہے۔

اس کا طول معلوم کرو۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی ـ ای)

۶۴ ـــــ $\frac{1}{8}$ انچ دبیز دھاتی تختی سے ایک ایسا نل بنایا گیا جس کا اندرونی قطر $\frac{1}{2}$ انچ ہے۔ اس نل کو ۱ فٹ نصف قطر کے اسطوانہ کے گرد رکھا گیا۔ بتاؤ کہ اس میں کتنے مکعب انچ پانی آئیگا اور اس کو بنانے کے لئے کتنے مکعب انچ دھات کی ضرورت ہے۔ (جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف ـ ای)

باب بست وسوم

مخروط مضلع یا ہرم اور مخروط

۱۳۶ —— مخروطِ مضلع یا ہرم مستوی سطحوں سے گھرا ہوا ایک ایسا مجسم ہوتا ہے کہ ان میں کی ایک سطح جو اس کا قاعدہ کہلاتی ہے کوئی شکلِ مستقیم الاضلاع ہوتی ہے اور باقی تمام سطحیں ایسے مثلث ہوتے ہیں جن کا ایک مشترک راس قاعدہ کی سطح کے باہر واقع ہوتا ہے۔

طرفی رخوں کے مشترک راس کو مخروطِ مضلع کا راس کہتے ہیں۔

مخروطِ مضلع کے راس سے اس کے قاعدہ پر کھینچے ہوئے عمود کو مخروطِ مضلع کا ارتفاع کہتے ہیں۔

راس اور قاعدہ کے وسطی نقطہ کو ملانے والا خطِ مستقیم مخروطِ مضلع کا محور کہلاتا ہے۔

پس مخروطِ مضلع س ا ب ج د ع میں۔

ا ب ج د ع قاعدہ ہے

س راس ہے

س ن ارتفاع ہے

س سَ محور ہے

جب کسی مخروطِ مضلع کا قاعدہ کوئی منتظم شکل ہو تو اس کو منتظم

مخروطِ مضلع کہتے ہیں۔

مخروطِ مضلع قائم مخروطِ مضلع کہلاتا ہے جب کہ راس سے قاعدہ پر کھینچے ہوئے عمود کا پائیں قاعدہ کے نقطۂ وسطی پر منطبق ہوتا ہے۔ اگر ایسا نہ ہو تو اُسے ترچھا مخروطِ مضلع کہتے ہیں۔

کسی قائم منتظم مخروطِ مضلع کی ترچھی بلندی یا ارتفاع سے اُس خطِ مستقیم کا طول مراد ہے جو راس کو قاعدہ کے کسی ایک ضلع کے وسطی نقطہ سے ملاتا ہے۔

پس قائم منتظم مخروطِ مضلع
س اب ج دع ہیں—
ن، قاعدہ اب ج دع کا نقطۂ وسطی ہے
س ف ترچھی بلندی یا ارتفاع ہے

جب کسی مخروطِ مضلع کا قاعدہ کوئی مثلث ہو تو ایسے مخروطِ مضلع کو مثلثی مخروطِ مضلع یا ذوالاربعۃ السطوح یا چوسطحی کہتے ہیں۔

مخروطِ مضلع مربع مخروطِ مضلع کہلاتا ہے جب کہ اُس کا قاعدہ ایک مربع ہوتا ہے۔

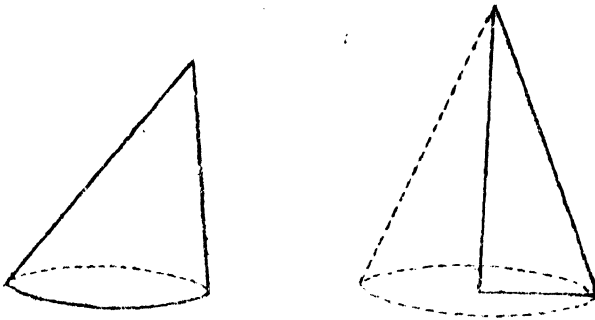
" " مخمسی مخروطِ مضلع " " " " " " مخمس "

" " مسدسی مخروطِ مضلع " " " " " " مسدس "

اور اس طرح بقیہ کے لئے بھی قیاس کر لو۔

۱۳۷— مخروطِ مضلع کے قاعدہ کی تعدادِ اضلاع جب لاانتہا بڑھادی جاتی ہے اور ہر ایک ضلع کا طول لاانتہا چھوٹا ہو جاتا ہے (اس طرح کہ قاعدہ کا احاطہ ہمیشہ محدود رہے) تو مخروطِ مضلع کی سطح مخروط کی سطح ہو جاتی ہے—

پس مخروط کی تعریف اس طرح کی جا سکتی ہے کہ وہ مخروطِ مضلع کی انتہائی صورت ہے جس کے قاعدہ کے اضلاع کی تعداد لاانتہا بڑھادی

گئی ہو اور ہر ضلع کا طول لاانتہا چھوٹا کر دیا گیا ہو۔

مستدیر مخروط کا قاعدہ ایک دائرہ ہوتا ہے۔
زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں سے ایک کے گرد مثلث قائم الزاویہ کو گھمایا جائے تو ایک قائم مستدیر مخروط کی سطح پیدا ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔

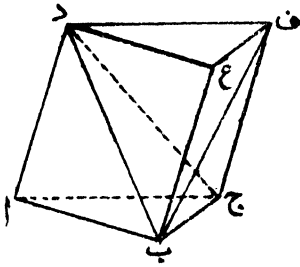
۱۳۸ ــــ مخروطِ مضلع کی تعریف میں اس قدر توسیع کی جا سکتی ہے کہ اُس میں مخروط کی انتہائی صورت بھی شامل ہو جائے۔ اِس طرح کہ ــــ
مخروطِ مضلع ایک ایسا مجسم ہوتا ہے جس کا قاعدہ کوئی مستوی شکل ہے اور جس کے رُخوں کا تعین قاعدہ کے محیط کے تمام نقاط کو قاعدہ کے باہر کے ایک مشترک نقطہ کو ملانے والے خطوطِ مستقیم سے ہوتا ہے۔ یہ مشترک نقطہ اُس کا راس کہلاتا ہے۔
مصر کا عظیم الشان مخروطِ مضلع چیوپ (cheop) مربع مخروطِ مضلع کی عام مثال ہے۔

مسئلہ ۳۴

۱۳۹ ــــ ذو اربعۃ السطوح یا چوسطحی کا حجم معلوم کرنا جب کہ

اُس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ د ا ب ج ایک چوسطحی ہے۔

جس کے قاعدہ ا ب ج کا ناپ، رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے ق اور ارتفاع کا ناپ کسی تناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

اب مطلوب یہ ہے کہ د ا ب ج کا حجم ق اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

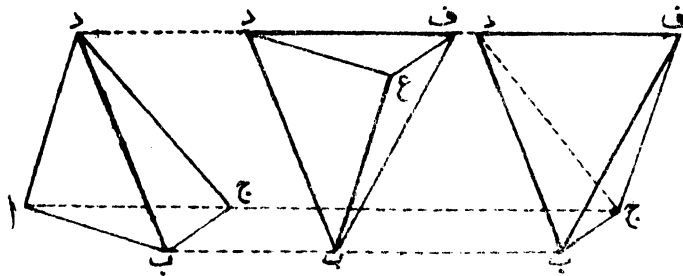
منشور ا ب ف کو مکمل کرو جس کا ایک حصہ چوسطحی د ا ب ج ہے جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

ب ف کو ملاؤ۔

اب منشور ا ب ف ذیل کے تین مخروطِ مضلع سے بنا ہوا فرض کیا جا سکتا ہے

۱ - د ا ب ج

۲ - ب د ع ف

۳ - ب د ف ج

اور چونکہ △ ا ب ج = △ د ع ف

اس لئے مخروطِ مضلع د ا ب ج اور ب د ع ف کے متعلق فرض کیا جا سکتا ہے کہ ان کے قاعدے اور ارتفاع علیحدہ علیحدہ ایک دوسرے کے برابر ہیں۔

پھر چونکہ △ د ج ف = △ ا د ج ...... اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۴

اس لئے مخروط مضلع ب د ف ج اور د ا ب ج (یعنی ب ا د ج) کے متعلق فرض کیا جا سکتا ہے کہ ان کے قاعدے اور ارتفاع علیحدہ علیحدہ ایک دوسرے کے برابر ہیں۔

لیکن مساوی قاعدوں اور مساوی ارتفاع کے مخروط مضلع کے حجم مساوی ہوتے ہیں[1] اس لیے تین مخروط مضلع د ا ب ج، ب د ع ف اور ب د ف ج کے حجم ایک دوسرے کے مساوی ہیں

∴ چوسطحی د ا ب ج کا حجم = $\frac{1}{3}$ × منشور ا ب ف کا حجم

= $\frac{1}{3}$ × ق ع مکعب اکائیاں ...... دفعہ ۱۲۸

پس قاعدہ ۔ چوسطحی کے قاعدہ میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو ارتفاع میں کی تناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو ۔ تب اس حاصل ضرب کا ایک تہائی اُس کے حجم میں تناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا مختصراً — چوسطحی کا حجم = $\frac{1}{3}$ قاعدہ × ارتفاع

ح = $\frac{1}{3}$ ق ع

۱۴۰ — چونکہ منتظم چوسطحی کے راس سے قاعدہ پر کے عمود کا قدم قاعدہ کا نقطۂ وسطی ہوتا ہے اور چونکہ منتظم چوسطحی کے تمام طرفی رُخ مساوی اور مثلثات مساوی الاضلاع ہوتے ہیں اس لیئے یہ بہ آسانی ثابت ہو سکتا ہے کہ —

(۱) اس کا ارتفاع = $\frac{۲}{۳}$ ا ا ۲ √

(۲) اس کا حجم = $\frac{۲√۲}{۳}$ ا ۳ ا

---

[1] اس مسئلہ کی صداقت کہ "مساوی قاعدوں اور ایک ہی ارتفاع والے مخروط مضلع کے حجم مساوی ہوتے ہیں" اقلیدس مقالہ دوازدہم شکل ۶ سے اخذ ہوتی ہے ۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ "ایک ہی ارتفاع کے مخروط مضلع میں جن کے قاعدے کثیر الاضلاع ہیں وہی نسبت ہوتی ہے جو اِن کے قاعدوں کے رقبوں میں نسبت ہوتی ہے ۔

جہاں ۲ ا = ہر ایک کنارہ کا ناپ۔

یہ نتائج بھی کار آمد ہیں اور ان کا ثبوت طالب علم کے لئے بطور ایک مشق کے چھوڑا جاتا ہے۔

مسئلہ ۳۵

۱۴۱ — کسی مخروطِ مضلع کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ س ا ب ج د ط کوئی مخروط مضلع ہے جس کے قاعدہ ا ب ج د ط کا ناپ رقبہ کی کسی اکائی کے لحاظ سے ق اور ارتفاع س گ کا ناپ تناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

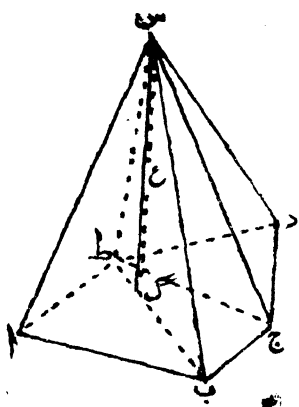
مطلوب یہ ہے کہ س ا ب ج د ط کا حجم ق اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

س ط میں سے گذرنے والی مستویوں کے ذریعہ مجسم کو مثلثی مخروط ہائے مضلع میں تقسیم کرو۔ ان تمام مخروط ہائے مضلع کا ارتفاع وہی ع ہوگا اور اُن کے قاعدے مثلثات ط ا ب، ط ب ج اور ط ج د ہونگے۔

اِس لئے اگر ان تینوں مثلثوں کے رقبے بالترتیب ق۱، ق۲، ق۳ ہوں اور اگر ح۱، ح۲، ح۳ بالترتیب تین مخروط ہائے مضلع س ط ا ب، س ط ب ج اور س ط ج د کے حجم ہوں تو۔

$$ح_۱ = \frac{۱}{۳} ق_۱ ع$$
$$ح_۲ = \frac{۱}{۳} ق_۲ ع \quad \ldots\ldots \text{دفعہ ۱۳۹}$$
$$ح_۳ = \frac{۱}{۳} ق_۳ ع$$

$$\therefore ح_۱ + ح_۲ + ح_۳ = \frac{۱}{۳} (ق_۱ + ق_۲ + ق_۳) ع$$

$$یا\ ح = \frac{۱}{۳} ق\ ع$$

پس قاعدہ: مخروط مضلع کے قاعدہ میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو اُس کے ارتفاع میں کی تناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا ایک تہائی اُس کے حجم میں کی تناظر مکعب اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا مختصراً —

کسی مخروطِ مضلع کا حجم = $\frac{۱}{۳}$ × قاعدہ × ارتفاع

$$ح = \frac{۱}{۳} ق\ ع \quad \ldots\ldots (۱)$$

کسی مخروطِ مضلع کا قاعدہ = $\frac{۳ \times \text{حجم}}{\text{ارتفاع}}$

$$ق = \frac{۳ ح}{ع} \quad \ldots\ldots (۲)$$

اور کسی مخروطِ مضلع کا ارتفاع = $\frac{۳ \times \text{حجم}}{\text{قاعدہ}}$ $\therefore ع = \frac{۳ ح}{ق}$ ...... (۳)

صورت خاص

۱۴۲ — **مخروط**

یہاں مخروطِ مضلع کے قاعدہ کی تعدادِ اضلاع کو لا انتہا بڑھا دیا جاتا ہے —
لیکن مخروطِ مضلع کے قاعدہ کی تعدادِ اضلاع کچھ ہی کیوں نہ ہو:—

مخروطِ مضلع کا حجم = $\frac{۱}{۳}$ × قاعدہ × ارتفاع ...... دفعہ ۱۴۱

∴ مخروط کا حجم = $\frac{۱}{۳}$ × قاعدہ × ارتفاع

ح = $\frac{۱}{۳}$ ق ع

مستدیر مخروط کے لئے یہ ضابطہ اس طرح لکھا جا سکتا ہے :-

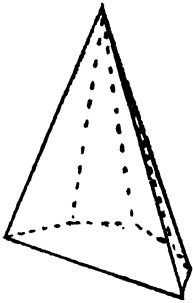
ح = $\frac{۱}{۳}$ π ر^{۲} × ع

جہاں ر طولی اکائیاں = قاعدہ کا نصف قطر

۱۴۳ — مخروط مضلع یا مخروط کے اُس قطعہ پر غور کرو جو اس میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے کاٹا جاتا ہے۔ مخروط مضلع اور مخروط کے متعلق جو کچھ کہا گیا ہے اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ ایسے قطعہ کا حجم ذیل کے ضابطہ سے متعین ہو سکتا ہے۔

ح = $\frac{۱}{۳}$ ق ع

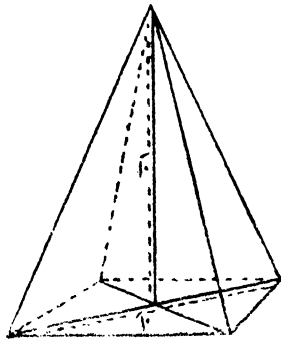
جہاں ق مربع اکائیاں = قطعہ کے قاعدہ کا رقبہ

اور ع طولی اکائیاں = قطعہ کا ارتفاع

۱۴۴ — توضیحی مثالیں

مثال ۱: ۱۰ فٹ ارتفاع کے ایک قائم مخروط مضلع کا قاعدہ ایک ایسا مربع ہے جس کا وتر ۱۰ فٹ ہے: اس کا حجم دریافت کرو۔

مخروط مضلع کا حجم = $\frac{۱}{۳}$ ق ع مکعب فٹ . . . . . دفعہ ۱۴۱

جہاں ق = $\frac{۱}{۲}$ × ۱۰ × ۱۰ . . . . . . دفعہ ۱۳۱

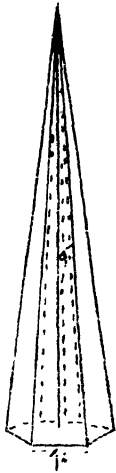
∴ مخروطِ مضلع کا حجم $= \frac{۱}{۳} \times \frac{۱۰۰}{۲} \times ۱۰$ مکعب فٹ

$= ۱۶۶\frac{۲}{۳}$ مکعب فٹ

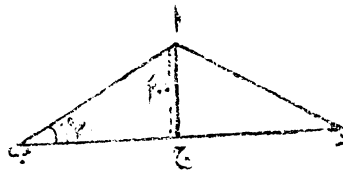
مثال ۲: ایک ایسے قائم مخروطِ مضلع کا حجم معلوم کرو جس کا قاعدہ ایک منتظم مسدس ہے۔ قاعدہ کا ہر ضلع ۱۰ فٹ اور مخروطِ مضلع کا ارتفاع ۹۰ فٹ ہے۔

مخروطِ مضلع کا حجم $= \frac{۱}{۳}$ ق ع مکعب فٹ ... دفعہ ۱۴۱

جہاں ق $= \frac{۳ \times ۱۰^۲ \times \sqrt{۳}}{۲}$ .... دفعہ ۴۵

ع = ۹۰

∴ مخروطِ مضلع کا حجم $= \frac{۱}{۳} \times \frac{۳ \times ۱۰^۲ \times \sqrt{۳}}{۲} \times ۹۰$ مکعب فٹ

$= ۷۷۹۴٫۲۲۸$ مکعب فٹ

مثال ۳: ایک قائم مخروط کا ارتفاع ۲۰۰ فٹ ہے اور اُس کا کوئی خط اُفق کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے: اس کا حجم دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج د سے محور میں سے گزرنے والی مخروط کی انتصابی تراش تعبیر ہوتی ہے۔

تب ب ج = مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر $= \frac{۴۰۰\sqrt{۳}}{۲}$ فٹ ... دفعہ ۷۱

∴ مخروط کا حجم $= \frac{۱}{۳}$ ق ع مکعب فٹ .... دفعہ ۱۴۲

جہاں ق = $\pi \left(\frac{400\sqrt{3}}{2}\right)^2$ . . . . دفعہ ۷۱

ع = ۲۰۰

∴ مخروط کا حجم = $\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3 \times 160000}{4} \times 200$ مکعب فٹ

= $\frac{5}{7}$ ۲۵،۱۴۲،۸۵۷ مکعب فٹ

مثال ۴: اُس بڑے سے بڑے قائم مخروط کا حجم دریافت کرو جو ایک ایسے مکعب میں سے کاٹا جا سکتا ہے جس کا کنارہ ۳ فٹ ہے

(π = ۳٫۱۴۱۶) ۔

مخروط کا قاعدہ مکعب کے ایک رُخ کا اندرونی دائرہ ہوگا اور مخروط کا ارتفاع مکعب کے کنارہ کے برابر ہوگا ۔

∴ مخروط کا حجم = $\frac{1}{3}$ ق × ع مکعب فٹ . . . . دفعہ ۱۴۲

یہاں ق = $\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2$ . . . . دفعہ ۷۱

ع = ۳

∴ مخروط کا حجم = $\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{9}{4} \times 3$ مکعب فٹ

= $\frac{9 \times 3.1416}{4}$ مکعب فٹ

= ۷٫۰۶۸۶ مکعب فٹ

مثال ۵: ایک مسدسی مخروطِ مضلع کے قاعدہ کا رقبہ ۵۴ $\sqrt{3}$ ہے اور اُس کے طرفی رُخوں میں سے ایک کا رقبہ ۹ $\sqrt{6}$ ہے :
مخروطِ مضلع کا حجم معلوم کرو۔

فرض کرو کہ شکل س ا ب د سے مخروطِ مضلع تعبیر ہوتا ہے۔

تب س ا ب د کا حجم = $\frac{1}{3}$ ق ع مکعب اکائیاں . . . . . . دفعہ ۱۴۱

جہاں ق = ۵۴ $\sqrt{3}$

ع = س و میں طولی اکائیوں کی تعداد

س و کو معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ا ب میں و طولی اکائیاں ہیں

تب $\frac{۳ ا^{۲}}{۴}\sqrt{۳} = ۵۴\sqrt{۳}$ . . . . دفعہ ۴۵

∴ ا = ۶

پھر $\frac{۱}{۲}$ ا × س ف = ۹ $\sqrt{۶}$ مربع اکائیاں . . . . دفعہ ۲۰

∴ س ف = ۳ $\sqrt{۶}$ طولی اکائیاں

اور و ف = $\frac{ا ب}{۲}\sqrt{۳}$ . . . . دفعہ ۱۷

∴ و ف = ۳ $\sqrt{۳}$ طولی اکائیاں

اب س و = $\sqrt{س ف^{۲} - ف و^{۲}}$ . . . . دفعہ ۱۶

∴ س و = $\sqrt{۵۴ - ۲۷}$ طولی اکائیاں

= $\sqrt{۲۷}$ طولی اکائیاں

= ۳ $\sqrt{۳}$ طولی اکائیاں

∴ مخروطِ مضلع کا حجم = $\frac{۱}{۳}$ × ۵۴ $\sqrt{۳}$ × ۳ $\sqrt{۳}$ مکعب اکائیاں

= ۱۶۲ مکعب اکائیاں

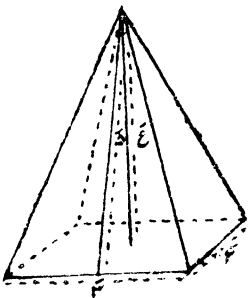
مثال ۷: ایک مخروطِ مضلع کا قاعدہ ایک مستطیل ہے جس کا ناپ ۲ فٹ × ۳ فٹ ہے اور راس سے دونوں بڑے ضلعوں تک کی ترچھی بلندی ۵ فٹ ہے: ایک ایسے اسطوانہ کا ارتفاع معلوم کرو جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے اور جس کی جسامت مخروطِ مضلع کی جسامت کی نصف ہے۔

مخروطِ مضلع کا حجم = $\frac{۱}{۳}$ ق ع مکعب فٹ . . . . دفعہ ۱۴۱

جہاں ق = ۳ × ۲ . . . . دفعہ ۸

ع = $\sqrt{۵^{۲} - ۱^{۲}}$ . . . . دفعہ ۱۶

= ۲ $\sqrt{۶}$

∴ مخروطِ مضلع کا حجم = $\frac{۱}{۳}$ × ۶ × ۲ $\sqrt{۶}$ مکعب فٹ

= ۴ $\sqrt{۶}$ مکعب فٹ

∴ مطلوبہ اسطوانہ کا حجم = $۲\sqrt{۶}$ مکعب فٹ

اس لئے اگر لا فٹ = مطلوبہ اسطوانہ کا ارتفاع

$\pi (\frac{۱}{۲})^۲ .$ لا $= ۲\sqrt{۶}$ . . . . دفعہ ۱۳۱

لا $= \frac{۸\sqrt{۶}}{\pi}$

$= ۶٫۲۳$

مطلوبہ اسطوانہ کا ارتفاع = ۶٫۲۳ فٹ تقریباً

مثال ۷: ۵ اور ۱۲ انچ طول کے اضلاع والے ایک مثلث قائم الزاویہ کو اُس کے وتر کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے دوہرے مخروط کا حجم دریافت کرو۔ (π=۳٫۱۴۱۶)

فرض کرو کہ ا ب ج مثلث قائم الزاویہ ہے۔

زاویۂ قائمہ ب سے وتر ا ج پر عمود ب د نکالو۔

فرض کرو کہ ب د کا ناپ لا انچ ہے۔

تب متشابہ مثلثات سے۔

لا : ۱۲ = ۵ : ۱۳ . . . . دفعہ ۶۶

لا $= \frac{۶۰}{۱۳}$

اب ——

ا ج کے گرد ا ب ج کی گردش سے بننے والے دوہرے مخروط کا حجم = ($\frac{۱}{۳}$ ق $ع_۱$ + $\frac{۱}{۳}$ ق $ع_۲$) مکعب انچ دفعہ ۱۴۴

جہاں ق = π لا^۲ . . . . دفعہ ۱۷

$= \pi (\frac{۶۰}{۱۳})^۲$

$ع_۱ + ع_۲ = ۱۳$

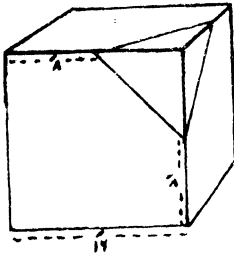
∴ دوہرے مخروط کا حجم = $\frac{۱}{۳} \pi (\frac{۶۰}{۱۳})^۲ \times ۱۳$ مکعب فٹ

= ۲۸۹٫۹۹ مکعب فٹ

مثال ۸: مربع قاعدہ پر ایک مخروطِ مضلع کے ہر کنارہ کا طول ۱۰۰ فٹ اور قاعدہ کا ہر ضلع بھی ۱۰۰ فٹ ہے: اُس کے مساوی الحجم ایک مکعب کا کنارہ معلوم کرو۔

اس لیے بڑے سے بڑے مکعب کے ہر کنارہ کا ناپ ۲،۹۷۸ انچ ہے۔

مثال ۱۰۔ اُس مخروطِ مضلع کا حجم دریافت کرو جو ۱۶ فٹ کنارہ والے مکعب کو ایسی مستوی سطح سے کاٹنے سے بنتا ہے جو مکعب کے تین متصلہ کناروں کی تنصیف کرتی ہے۔

اگر ہم تین مساوی الساقین مثلثات قائم الزاویہ (جن کے ہر مساوی ضلع کا ناپ ۸ فٹ ہے) میں سے کسی ایک کو مخروطِ مضلع کا قاعدہ تصور کریں تو اِس مخروطِ مضلع کا ارتفاع ۸ فٹ ہوگا اور اس کا حجم

$= \frac{1}{3}$ ق ع مکعب فٹ ... دفعہ ۱۳۹

جہاں ق $= \frac{1}{2} \times ۸^2$

اور ع = ۸

اس لیے مخروطِ مضلع کا حجم $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times ۸^2 \times ۸$ مکعب فٹ

$= ۸۵\frac{1}{3}$ مکعب فٹ

امثلہ نمبری ۲۳

(جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ کیا جائے $\pi = \frac{22}{7}$)

ذیل کے ابعاد کے مخروط ہائے مضلع کے حجم دریافت کرو۔

۱ — قاعدہ ۵ مربع فٹ ۴۷ مربع انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۶ انچ۔

۲ — قاعدہ ۱۲ مربع فٹ ۱۰۵ مربع انچ، ارتفاع ۳ فٹ ۳ انچ۔

۳ — قاعدہ ۱۹ مربع فٹ ۸۷ مربع انچ، ارتفاع ۶ فٹ ۲ انچ۔

۴ — قاعدہ ۳ مربع گز ۸ مربع فٹ ۱۱۴ مربع انچ، ارتفاع ۲ گز ۲ فٹ ۱۰ انچ

ذیل کے ابعاد کے مخروط ہائے مضلع کے ارتفاع معلوم کرو:-

۵ — حجم ۸ مکعب فٹ ۱۶۱۶ مکعب انچ، قاعدہ ۴ مربع فٹ ۹۸ مربع انچ

۶ — حجم ۱ مکعب گز ۱۹ مکعب فٹ ۸۱۲ مکعب انچ، قاعدہ ۷ مربع فٹ ۹۲ مربع انچ

ذیل کے ابعاد کے مخروط ہائے مضلع کے قاعدوں کے رقبے دریافت کرو۔

۷ ــــ حجم ۱۰ مکعب فٹ ۱۰۸۰ مکعب انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۱۰ انچ
۸ ــــ حجم ۲۱ مکعب فٹ ۴ ۲۷ مکعب انچ، ارتفاع ۲ گز ۲ فٹ ۵ انچ

ذیل کے ابعاد کے مستدیر مخروطوں کے حجم دریافت کرو:۔

۹ ــــ قاعدہ کا نصف قطر ۷ انچ، ارتفاع ۱۰ انچ
۱۰ ــــ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ انچ، ارتفاع ۶ فٹ۔
۱۱ ــــ قاعدہ کا نصف قطر ۵ء۳ فٹ، ارتفاع ۶ء۴ فٹ۔
۱۲ ــــ قاعدہ کا نصف قطر ۵ فٹ ۱۰ انچ، ارتفاع ۱ گز۔

ذیل کے ابعاد کے مستدیر مخروطوں کے قاعدوں کے نصف قطر معلوم کرو:۔

۱۳ ــــ حجم ۱۹۸ مکعب انچ، ارتفاع ۲۱ انچ۔
۱۴ ــــ حجم ۲۱۳۲ مکعب انچ، ارتفاع ۱۴ انچ۔
۱۵ ــــ حجم ۴۰۴ مکعب انچ، ارتفاع ۷ انچ۔
۱۶ ــــ حجم ۲۲۰۰ مکعب انچ، ارتفاع ۲ء۳ انچ۔

ذیل کے ابعاد کے چوسطحیوں کے حجم دریافت کرو:۔

۱۷ ــــ قاعدہ کے اضلاع ۵۱، ۳۷، ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۱۰ فٹ۔
۱۸ ــــ قاعدہ کے اضلاع ۷، ۲۴، ۲۵ گز اور ارتفاع ۱۳ گز۔
۱۹ ــــ قاعدہ کے اضلاع ۱۳، ۱۴، ۱۵ فٹ اور ارتفاع ۱۲ فٹ۔
۲۰ ــــ قاعدہ کے اضلاع ۳۵، ۴۴، ۷۵ انچ اور ارتفاع ۲۰ انچ۔
۲۱ ــــ اُس مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو جس کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے اور جس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے۔
۲۲ ــــ ایک قائم مستدیر مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ فٹ اور ترچھا ارتفاع ۶ فٹ ۶ انچ ہے: حجم دریافت کرو۔
۲۳ ــــ مربع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کے طرفی رُخ مثلثات مساوی الاضلاع ہیں۔ اگر قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۲۰ انچ ہو تو مخروط مضلع کا حجم دریافت کرو۔
۲۴ ــــ قریب ترین پونڈ تک ایک ایسے مخروط کا وزن دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ اور ارتفاع ۱۵ انچ ہے۔ اگر اُس کے مادہ کا وزن ۵۰۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہو۔

۲۵ — ایک قائم مخروط کا کوئی خط افق کے ساتھ ۶۰° کا زاویہ بناتا ہے۔ اگر مخروط کا ارتفاع ۱۵ انچ ہو تو اس کا حجم دریافت کرو۔

۲۶ — ایک مخروط مضلع کا قاعدہ ۴ء۵ فٹ ضلع کا ایک مربع ہے اور اس کے ترچھے ارتفاع کا ناپ ۵ء۴ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

۲۷ — اُس بڑے سے بڑے قائم مخروط کا حجم دریافت کرو جو ایک ایسے مکعب میں سے کاٹا جا سکتا ہے جس کا کنارہ ۵ انچ ہے (π = ۳ء۱۴۱۶)۔

۲۸ — اُس بڑے سے بڑے مکعب کا کنارہ دریافت کرو جو ایک ایسے قائم مخروط میں سے جس کی بلندی ۱ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۸ انچ ہے اس طرح کاٹا جا سکتا ہے کہ مکعب کا قاعدہ مخروط کے قاعدہ پر منطبق رہے۔

۲۹ — کسی مخروط مضلع کا قاعدہ ایک ایسا مستطیل ہے جس کے ابعاد ۴ گز ۲ فٹ ۲ انچ اور ۳ گز ۱ فٹ ہیں اور راس سے قاعدہ کے دونوں چھوٹے اضلاع تک کی ترچھی بلندی ۲ گز ۱ فٹ ۱ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۳۰ — ایک قائم مخروط مضلع کا قاعدہ ۲ انچ ضلع کا ایک منتظم مثمن ہے اور اس کی پہلو سطحیں افق کے ساتھ ۴۰° کا زاویہ بناتی ہیں: حجم معلوم کرو۔

سوالات امتحانات ۲۲

مخروط مضلع

(π = ۲۲/۷)

۱ — ایک ایسے مخروط مضلع کا حجم دریافت کرو جس کا قاعدہ ۶ فٹ ضلع کا منتظم مسدس اور جس کا ارتفاع ۳۰ فٹ ہے (جامعہ بمبئی۔ ڈپلومان انجینئرنگ: دوسرا امتحان)

۲ — ایک مکعب (کنارہ ا) میں سے ایک ایسی مستوی سطح کے ذریعہ ایک مخروط مضلع کاٹا گیا ہے جو مکعب کے ایک کونے پر ملنے والے تین کناروں کے انتہائی مقاموں میں سے گزرتی ہے۔ کٹے ہوئے مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو (" ")

۳ — ایک مخروط مضلع کے دو طرفی رخ مثلثات مساوی الاضلاع ہیں اور دوسرے دو رخ مثلثات قائم الزاویہ ہیں: مخروط مضلع کا حجم معلوم کرو اگر مساوی الاضلاع

مثلثوں کے ہر ضلع کا طول ۶ فٹ ہو۔

(جامعۂ بمبئی: ایل۔سی۔ای۔ دوسرا امتحان)

۴ — ایک مخروطِ مضلع کا قاعدہ ایک مربع اور اس کے طرفی رُخ مثلثاتِ مساوی الاضلاع ہیں۔ ثابت کرو کہ اس کا حجم $\frac{۱}{۶}\,۲^{\frac{۱}{۲}}$ ا^{۳} ہے جہاں ا قاعدہ کے ایک ضلع کو تعبیر کرتا ہے۔ (")

۵ — ایک منتظم مسدسی مخروطِ مضلع کے قاعدہ کا احاطہ ۱۵ فٹ ہے اور اس کا ارتفاع ۱۵ فٹ ہے: اس کا حجم معلوم کرو۔ (جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ۔ پہلا امتحان)

۶ — مخروطِ مضلع کا حجم دریافت کرنے کا ضابطہ لکھو۔ (")

۷ — ایک خیمہ کا نچلا حصہ منشور کی وضع کا ہے اور بالائی حصہ مخروطِ مضلع ہے۔ منشور کے اضلاع کی تعداد ن اور منشور اور مخروطِ مضلع کے ارتفاع بالترتیب ع اور ع۱ ہیں نیز ضلع کا طول ا ہے۔ بتاؤ کہ اس کی گنجائش حسبِ ذیل ہوگی:—

$(۳ع + ع_۱)\ \frac{ن\,ل^۲}{۱۲}$ جم $\frac{۱۸۰°}{ن}$ (جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف۔ اے)

۸ — ایک گرجا کا مینار منتظم مسدسی قاعدہ کا ایک قائم مخروطِ مضلع ہے۔ قاعدہ کا ہر ضلع ۱۰ فٹ اور ارتفاع ۵۰ فٹ ہے۔ اس میں ایک کھوکھلا حصہ ہے اور وہ بھی منتظم مسدسی قاعدہ کا قائم مخروطِ مضلع ہے۔ کھوکھلے حصہ کی بلندی ۴۵ فٹ اور قاعدہ کا ہر ضلع ۹ فٹ ہے۔ مینار میں چنائی کی مقدار مکعب فٹوں میں معلوم کرو۔ (")

۹ — مربع قاعدہ پر بنے ہوئے ایک مخروطِ مضلع کے دوسرے چار طرفی رُخ چار مثلثات مساوی الاضلاع ہیں اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فٹ ہے حجم معلوم کرو۔

(سب اوورسیرس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۰ — مربع قاعدہ کے ایک مخروطِ مضلع کے طرفی رُخ مثلثات مساوی الاضلاع ہیں۔ قاعدہ کا ایک ضلع ۱۲۰ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔ (")

۱۱ — ایک ایسے منتظم مسدسی کمرہ میں مکعب فٹوں کی تعداد معلوم کرو جس کے ہر رُخ کا طول ۲۰ فٹ ہے اور جس کی دیواریں ۳۰ فٹ بلند ہیں اور کمرہ کی چھت ایک ایسے مسدسی مخروطِ مضلع کی وضع کی ہے جس کا ارتفاع ۱۵ فٹ ہے۔ (")

۱۲ — ایسے مخروطِ مضلع کا حجم معلوم کرو جو ۲۰ فٹ کنارہ کے ایک مکعب کے کونے کو

ایسی مستوی سطح کے ذریعہ کاٹنے سے بنتا ہے جو اس کے تین متصلہ کناروں کی تنصیف کرتی ہے۔ (سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۳۔ ایک مجسم چار مثلثات مساوی الاضلاع سے گھرا ہوا ہے: ہر مثلث کا ایک ضلع ۱۲ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

(سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۴۔ ایک مکعب کا کنارہ ۱۴ انچ ہے۔ مکعب کا ایک کونہ اس طرح کاٹا گیا ہے کہ کٹے ہوئے حصہ سے ایک ایسا مخروطِ مضلع بنتا ہے کہ اس کے ہر ایک کنارہ کا طول ۶ انچ ہے: کاٹنے کے بعد بقیہ مجسم کا حجم معلوم کرو۔

(سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۵۔ مثلثی قاعدہ کے ایک مخروطِ مضلع کا ہر کنارہ ۱ فٹ ہے: بتاؤ کہ مخروطِ مضلع کا حجم $\frac{\sqrt{2}}{12}$ مکعب فٹ ہے۔ نیز بتاؤ کہ مثلثی قاعدہ کے کسی مخروطِ مضلع کا حجم (جس کے تمام کنارے مساوی ہوں) اس کے ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{\sqrt{2}}{12}$ سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

(سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: فائینل)

رڑکی انجینیر: داخلہ

۱۶۔ ع ارتفاع کے ایک مخروطِ مضلع کا قاعدہ قطع مکافی کا ایک قطعہ ہے قطعہ کا وتر ا اور وتر اور متوازی مماس کا درمیانی عمودی فاصلہ ب ہے: مخروطِ مضلع کا حجم دریافت کرو اور اس کا مقابلہ اس مخروطِ مضلع کے حجم کے ساتھ کرو جس کا قاعدہ اسی ابعاد کا ایک قطعۂ دائرہ ہے (مکافی کے قطعہ کا رقبہ = $\frac{2}{3}$ × حائط متوازی الاضلاع کا رقبہ)۔

۱۷۔ اس منتظم مسدسی مخروطِ مضلع کا حجم معلوم کرو جس کے قاعدہ کا ایک ضلع ۴ فٹ اور جس کا ارتفاع ۶۰ فٹ ہے۔

۱۸۔ منتظم قاعدہ کے اس مخمسی مخروطِ مضلع کی جسامت معلوم کرو جس کے قاعدہ کا ہر ضلع ۴ فٹ اور جس کا ارتفاع ۳۰ فٹ ہے۔

۱۹۔ مربعی قاعدہ کے ایک مخروطِ مضلع کے طرفی رخ چار مثلثات مساوی الاضلاع

ہیں۔ ہر ایک کنارہ ۳۰ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔

۲۰۔ کسی مخروطِ مضلع کا قاعدہ ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہے جس کا ہر ضلع ۲ فٹ اور ترچھا کنارہ ۶ فٹ ہے: اس کی جسامت معلوم کرو۔

(رُڑکی انجینیر: فائینل)

۲۱۔ سنہ ۱۸۶۲ء کی بین الاقوامی نمائش کے طلائی ہرم کا قاعدہ ۱۰ فٹ مربع اور اُس کا ارتفاع ۴۴ فٹ ۹ ½ انچ تھا۔ حجم مکعب فٹوں میں معلوم کرو۔ نیز اُس کا وزن اور قیمت بتاؤ اگر ۱ مکعب انچ سونے کا وزن ۱۰۱۴۵۰۲ اونس ٹرائے اور ایک اونس کی قیمت ۸۰ شلنگ ہو۔ (محکمۂ تنقیح حساب کا اعلیٰ امتحان)

مخروط

۲۲۔ مخروط کا حجم معلوم کرنے کے ضابطے لکھو۔

(جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ

۲۳۔ ۳ فٹ ۶ انچ اور ۵ فٹ طول کے ضلعوں والے ایک مثلث قائم الزاویہ کو بڑے ضلع کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے مجسم کا حجم معلوم کرو۔

۲۴۔ راس میں سے گزرنے والی اور قاعدہ پر علی القوائم مستوی سطح سے قائم مستدیر مخروط کی تراش ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہے جس کا ہر ضلع ۱۲ فٹ ہے: مخروط کا حجم معلوم کرو۔

۲۵۔ ۴ فٹ بلند اور تہ پر ۴ فٹ قطر کے مخروط کو زمین پر رکھا گیا اور پھر اُس پر اس قدر ریت ڈالی گئی کہ ۵ فٹ بلند اور تہ پر ۳۰ فٹ محیط کا ایک مخروطی ڈھیر بن گیا: بتاؤ کہ اُس میں کتنے مکعب فٹ ریت ہوگی۔

۲۶۔ منتظم سدسی قاعدہ کے ایک مخروطِ مضلع کو ٹھیک اس قدر تراشا گیا کہ وہ ایک مخروط میں بدل گیا: بتاؤ کہ ابتدائی حجم کے $\frac{1}{10}$ سے قدرے کم نکال دیا گیا ہے۔

۲۷۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کو جس کے اضلاع کے طول ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں بڑے ضلع کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے مخروط کا حجم معلوم کرو۔

(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ : امتحان سالانہ)

۲۸ - ایک مثلث قائم الزاویہ جس کے بقیہ زاویے °۶۰ اور °۳۰ ہیں اپنے وتر کے گرد گردش کرتا ہے وتر کا طول ۱۲ انچ ہے : اس طرح بننے والے مجسم کا حجم معلوم کرو۔ (سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ : فائینل)

۲۹ - ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع بالترتیب ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں : وتر کے گرد مثلث کے گھومنے سے جو دوہرا مخروط بنتا ہے اُس کا حجم معلوم کرو۔

(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ : فائینل)

رُڑکی انجینیر : داخلہ

۳۰ - بتاؤ کہ اُس برتن میں کتنے گیلن سما سکتے ہیں جو ایسے قائم مخروطی شکل کا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۸ فٹ اور ترچھا رُخ ۱۷ فٹ ہے۔

۳۱ - اُس مخروط کی جسامت معلوم کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۳ فٹ اور ارتفاع ۳۰ فٹ ہے۔

۳۲ - اُس بڑے سے بڑے مکعب کا ضلع معلوم کرو جو ایک ایسے قائم مخروط میں سے جس کا ارتفاع ۱۰ انچ اور قاعدہ کا قطر ۶ انچ ہے اِس طرح کاٹا جا سکتا ہے کہ مکعب کا قاعدہ مخروط کے قاعدہ پر منطبق رہے۔

۳۳ - ایک ترچھے مخروط کے قاعدہ کا قطر "۱۲ فٹ" زیادہ سے زیادہ ترچھی بلندی ۲۰ فٹ اور کم سے کم ترچھی بلندی ۱۵ فٹ ہے : مخروط کی جسامت مطلوب ہے۔

رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ

۳۴ - ۵ آدمیوں کی رہائش کے لیے ایک مخروطی وضع کا ڈیرہ مطلوب ہے۔ ہر شخص کو زمین پر ۱۶ مربع فٹ جگہ اور سانس لینے کے لیے ۱۰۰ مکعب فٹ ہوا کی ضرورت ہے : عمودی ارتفاع، ترچھا ارتفاع اور ڈیرہ کا عرض معلوم کرو۔

۳۵ - ایک مخروط کا ارتفاع ۱۵ انچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے اس کو ٹھیک اس قدر تراشا گیا کہ وہ مثلث مساوی الاضلاع قاعدہ کے ایک مخروط مضلع میں تبدیل ہو گیا : تراش کر نکالے ہوئے حصہ کا حجم معلوم کرو۔

رُڑکی انجینیر : فائینل

۳۶ - اگر ۶ انچ اور ۱ انچ بالترتیب دو ایسے کرّوں کے نصف قطر ہوں جو ایک مخروط کے اندر اِس طرح بنائے جا سکتے ہیں کہ بڑا کرہ چھوٹے کرہ کو اور نیز مخروط کے قاعدہ کو مَس کرے تو بتاؤ کہ اُس مخروط کا حجم کیا ہوگا؟

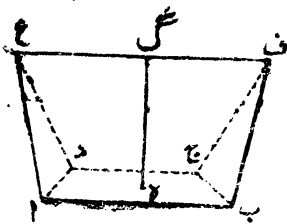
۳۷ - رُبع دائرہ کی وضع کے ٹین کو اِس طرح موڑا گیا کہ اُس سے ایک مخروطی وضع کا برتن بن گیا: اُس کی گنجائش مطلوب ہے اگر رُبع کا نصف قطر ۱۰ انچ ہو۔

۳۸ - ۲۰ انچ، ۱۶ انچ اور ۱۲ انچ اضلاع کے ایک مثلث قائم الزاویہ کو اُس کے وتر کے گرد گھمایا گیا: اِس طرح بننے والے دُوہرے مخروط کا حجم معلوم کرو۔

۳۹ - برف کے مخروطِ مضلع کا ارتفاع ۳ فٹ اور مسدسی قاعدہ کا ہر ضلع ایک فٹ ہے اس کے پگھلنے سے کتنے گیلن پانی نکلیگا۔ اگر پگھلنے کی وجہ سے برف کے حجم میں ۷ فی صدی کی کمی ہوتی ہے اور ۱ مکعب فٹ برف $6\frac{1}{4}$ گیلن پر مشتمل ہوتی ہے؟ (جامعۂ الٰہ آباد : انٹرمیڈیٹ)

باب بست و چہارم

فانہ اور مثلثی منشور کا ترچھا مقطوع

۱۴۵ - فانہ ایک ایسا مجسم ہے جو پانچ مستوی سطحوں سے گھرا ہوا ہوتا ہے - ان سطحوں میں سے ایک سطح مستطیل ہوتی ہے اور اُسے قاعدہ کہتے ہیں دونوں سرے مثلثات اور دو رُخ اشکال منحرف ہوتے ہیں -

وہ خط جس پر فانہ کے دونوں رُخ متقاطع ہوتے ہیں اُس کو فانہ کا کنارہ کہتے ہیں -

یہ تو ظاہر ہے کہ فانہ کا کنارہ اُس کے قاعدہ کے متوازی ہوگا -

فانہ کے کنارہ اور قاعدہ کے درمیان جو عمودی فاصلہ ہوتا ہے اُسے فانہ کا ارتفاع کہتے ہیں -

پس فانہ ا ب ج د ع ف میں -

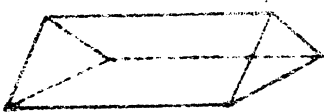
ا ب ج د مستطیلی قاعدہ ہے

ا د ع اور ب ج ف مثلثی سرے ہیں

ا ب ف ع اور ج د ع ف منحرف نما رُخ ہیں

ع ف کنارہ ہے -

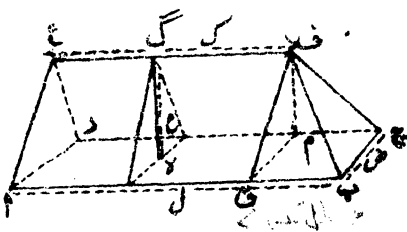
گ ہ ارتفاع ہے -

جبکہ کسی فانہ کے کنارہ کا طول اُس کے قاعدہ کے طول کے برابر ہوتا ہے

تو خانہ، مثلثی منشور بن جاتا ہے۔ . . . . دفعہ ۱۲۴

مسئلہ ۳۶

۱۴۶۔ خانہ کا حجم معلوم کرنا جب کہ اس کا کنارہ، ارتفاع اور قاعدہ کا طول و عرض دیئے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ع ف ایک خانہ ہے اور اس کے کنارہ ع ف کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ک اور ارتفاع گ ہ اسی خطی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

نیز فرض کرو کہ اس کے قاعدہ کا طول ا ب اور عرض ب ج کے ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل اور ض ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د ع ف کا حجم ک، ع، ل اور ض کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

ف سے سطح ا د ع کے متوازی مستوی سطح کھینچو۔

اس سے خانہ، منشور ا د ف اور مخروط مضلع ف ق ب ج م میں تقسیم ہوجاتا ہے۔

ا ب، منشور ا د ف کا حجم = عمودی تراش × طول . . . . دفعہ ۱۳۰

= $\frac{1}{2}$ ع ض × ک مکعب اکائیاں . . . . دفعہ ۲۰

نیز مخروط مضلع ف ق ب ج م کا حجم } = $\frac{1}{3}$ قاعدہ × ارتفاع . . . . . دفعہ ۱۴۱

= $\frac{1}{3}$ (ل ـ ک) ع × ض . . . . دفعہ ۸

$\therefore$ فانہ کا حجم = $\left\{ \frac{1}{2} \text{ع ض} \times \text{ک} + \frac{1}{3} (\text{ل} - \text{ک}) \text{ع} \times \text{ض} \right\}$ مکعب اکائیاں

$= \left(\frac{3 \text{ ع ض ک}}{6} + \frac{2 \text{ ع ض ل}}{6} - \frac{2 \text{ ع ض ک}}{6} \right)$ مکعب اکائیاں

$= \frac{\text{ع ض}}{6} (2 \text{ل} + \text{ک})$ مکعب اکائیاں

پس قاعدہ ـــ

فانہ کے کنارہ میں کی طولی اکائیوں کی تعداد میں قاعدہ کے طول میں ان ہی طولی اکائیوں کی تعداد کا دوچند جمع کرو۔ پھر اس حاصل جمع کو ان ہی طولی اکائیوں کے لحاظ سے فانہ کے قاعدہ کے عرض اور ارتفاع کے حاصل ضرب کے چھٹے حصہ سے ضرب دو۔ تب یہ حاصل ضرب متناظر مکعب اکائیوں میں فانہ کے حجم کو تعبیر کریگا۔

یا اختصاراً۔

$$\text{فانہ کا حجم} = \frac{\text{قاعدہ کا عرض} \times \text{فانہ کا ارتفاع}}{6} \times (2 \times \text{قاعدہ کا طول} + \text{فانہ کا کنارہ})$$

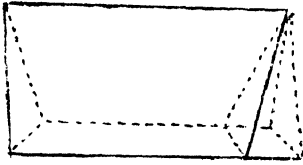
$$\text{ح} = \frac{\text{ع ض}}{6} (2 \text{ل} + \text{ک})$$

اِس امر کا یاد رکھنا نہایت ضروری ہے کہ فانہ کے قاعدہ کے طول سے ہمیشہ اُس کا وہ بُعد مُراد ہوتا ہے جو فانہ کے کنارہ کے متوازی ہوتا ہے۔

نوٹ: چونکہ $\frac{\text{ع ض}}{2}$ مربع اکائیاں = عمودی تراش کا رقبہ۔ اس لیے اس قاعدہ کو مختصراً اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے:۔

$$\text{فانہ کا حجم} = \frac{\text{عمودی تراش کا رقبہ}}{۳} \times (۲ \times \text{قاعدہ کا طول} + \text{فانہ کا کنارہ})$$

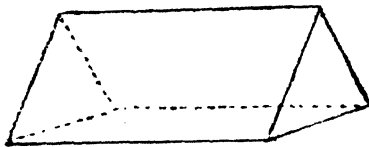
$$ح = \frac{ق_۱}{۳}(۲ل + ک)$$

نوٹ: جب کسی فانہ کا کنارہ قاعدہ سے لمبا ہوتا ہے تو منشور کی تکمیل کرنے کے بعد ثابت کیا جا سکتا ہے کہ اس صورت میں بھی اُسی ضابطہ کا اطلاق ہوتا ہے ۔ یہ منشور ایسا ہوتا ہے کہ فانہ اُس کا ایک حصہ ہوگا جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے ۔ منشور کی تکمیل کے بعد فانہ کے حجم کے متعلق اِس طرح تصور کیا جائیگا کہ وہ منشور اور ایک مخروطِ مضلع کے حجموں کے فرق کے برابر ہے ۔

صورت خاص

۱۴۷ - مثلثی منشور

اس صورت میں فانہ کا کنارہ = قاعدہ کا طول

$\therefore$ منشور مثلثی کا حجم $= \frac{ع ض}{۶}(۲ل + ک)$ مکعب اکائیاں ... دفعہ ۱۴۶

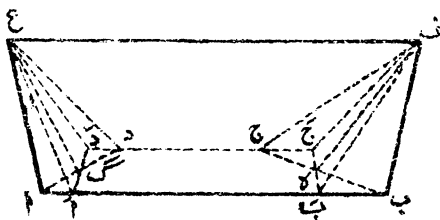
جہاں $ک = ل$

یعنی منشور مثلثی کا حجم = $\frac{\text{ع ض}}{۶}$ × ۳ ل مکعب اکائیاں

= $\frac{\text{ع ض}}{۲}$ × ل مکعب اکائیاں

= ق ل مکعب اکائیاں

جہاں ق = عمودی تراش میں مربع اکائیوں کی تعداد دفعہ ۱۳۰ میں یہی نتیجہ حاصل کیا جا چکا ہے۔

۱۴۸۔ فانہ کی تعریف میں اِس قدر توسیع کی جا سکتی ہے کہ اس میں وہ اشکال بھی شریک ہوں جن کا قاعدہ بجائے مستطیل کے کوئی شکلِ منحرف ہو۔

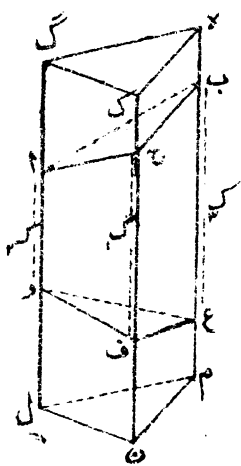
یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ ایسے فانہ کا حجم اسی کنارہ اور ارتفاع کے مستطیلی قاعدہ والے ایسے فانہ کے حجم کے مساوی ہے جس کے مستطیلی قاعدہ کا عرض منحرف قاعدہ کے عرض کے مساوی ہے اور طول منحرف قاعدہ کے متوازی اضلاع کے مجموعہ کے نصف کے مساوی ہے۔

فانہ ا ب ج د ع ف پر غور کرو جس کا قاعدہ ا ب ج د ایک شکل منحرف ہے۔

ا د اور ب ج کے نقاطِ تنصیف گ اور ہ میں سے ا ب پر اَ دَ اور بَ جَ عمود نکالو جو د ج یا د ج ممدودہ سے نقاطِ دَ اور جَ پر ملیں۔

اَع گ ع، دَ ع، بَ ف، ہ ف، جَ ف کو ملاؤ۔
تب چونکہ مساوی قاعدوں اور مساوی ارتفاع کے مخروط ہائے مضلع کے حجم مساوی ہوتے ہیں . . . . دفعہ ۱۳۹
∴ مخروطِ مضلع ع ا اَ گ کا حجم = مخروطِ مضلع ع د دَ گ کا حجم
اور مخروطِ مضلع ف ب بَ ہ = مخروطِ مضلع ف ج جَ ہ
∴ فانہ ا ب ج د ع ف کا حجم = فانہ اَ بَ جَ دَ ع ف کا حجم
اس لیے ۔
منحرف نما قاعدہ کے فانہ کا حجم = $\frac{ع ض}{۲}$ (۲ ل + ک) مکعب اکائیاں
جہاں ل = منحرف نما قاعدہ کے متوازی اضلاع کے مجموعہ کے نصف میں طولی اکائیوں کی تعداد۔

۱۴۹۔ منحرف نما قاعدہ کے فانہ کے متعلق اس طرح تصور کیا جا سکتا ہے کہ وہ مثلثی منشور کا ترچھا مقطوع ہے یعنی منشور مثلثی کا ایسا حصہ ہے جو دو مائل سطحوں کے درمیان ہوتا ہے۔

مثلاً فانہ ا ب ج د ع ف کو مثلثی منشور گ ہ ک ل م ن کا ترچھا مقطوع تصور کیا جا سکتا ہے۔

اگر فانہ ا ب ج د ع ف کے تین متوازی کناروں کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ک۱، ک۲، ک۳ ہوں تو
ضابطہ :-
ح = $\frac{ع ض}{۲}$ (۲ ل + ک)
میں حسب ذیل اندراجات کر سکتے ہیں :-
ل = $\frac{ک۲ + ک۳}{۲}$
ک = ک۱

اور ضابطہ اِس طرح لکھا جا سکتا ہے :-

$$ح = \frac{ع ض}{۲} . \frac{ک_۲ + ک_۳ + ک_۱}{۳}$$

لیکن $\frac{ع ض}{۲}$ = فانہ کی عمودی تراش کا رقبہ

= $ق_۱$ مربع اکائیاں

$$\therefore ح = ق_۱ . \frac{ک_۱ + ک_۲ + ک_۳}{۳}$$

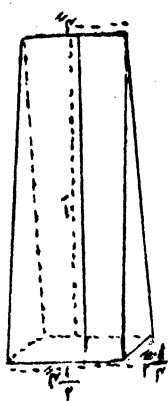
پس قاعدہ —

فانہ (یا مثلثی منشور کے ترچھے مقطوع) کی عمودی تراش میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو متوازی کناروں کے اوسط طول میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو، تب اُس حاصل ضرب سے حجم میں متناظر مکعب اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔

یا اختصاراً —

$$\left\{ \text{فانہ (یا مثلثی منشور کا ترچھا مقطوع) کا حجم} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{عمودی تراش کا رقبہ} \times \\ \text{متوازی کناروں کا اوسط طول} \end{array} \right.$$

$$ح = ق_۱ . \frac{ک_۱ + ک_۲ + ک_۳}{۳}$$

توضیحی مثالیں

۱۵۰ - مثال ۱ : لوہے کے ایک ایسے فانہ کا وزن معلوم کرو جس کے قاعدہ کا طول اور عرض بالترتیب $۴\frac{۱}{۲}$ اور $۲\frac{۱}{۴}$ انچ، کنارہ کا طول ۴ انچ اور ارتفاع ۱ فٹ ہے جب کہ لوہے کا وزن ۸۸ ،۷۷ اونس فی مکعب فٹ ہوتا ہے۔

فانہ کا حجم = $\frac{ع ض}{۶}$ (۲ل + ک) مکعب انچ .... دفعہ ۱۴۶

جہاں ص = ۲ ۱/۴، ع = ۱۲، ل = ۴ ۱/۲، ک = ۴

∴ فانہ کا حجم = (۱۲ × ۲ ۱/۴)/۶ (۲ × ۴ ۱/۲ + ۴) مکعب انچ

= ۴ ۱/۲ × ۱۳ مکعب انچ

∴ فانہ کا وزن = (۷۷۸۸ × ۱۳ × ۴ ۱/۲)/۱۷۲۸ اونس

= ۲۶۳ ۲۱/۳۲ اونس

مثال ۲: ایک مثلثی منشور کے رُخوں کے عرض ۴، ۵ اور ۶ فٹ ہیں۔ ۶ فٹ والا رُخ ۲۰ فٹ لمبا مستطیل ہے لیکن منشور کا دُوسرا کنارہ صرف ۱۷ فٹ لمبا ہے۔ حجم معلوم کرو۔

منشور کا حجم = ق۱ × (ک۱ + ک۲ + ک۳)/۳ مکعب فٹ

دفعہ ۱۴۹

جہاں ق۱ = √(۱۵/۲ × (۱۵/۲ − ۶)(۱۵/۲ − ۵)(۱۵/۲ − ۴))

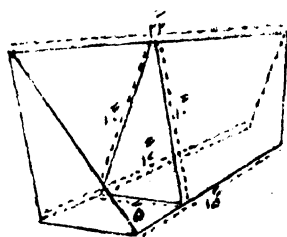
دفعہ ۲۳

= ۱۵√۷/۴

ک۱ = ۲۰، ک۲ = ۲۰، ک۳ = ۱۷

∴ منشور کا حجم = ۱۵√۷/۴ × (۲۰ + ۲۰ + ۱۷)/۳ مکعب فٹ

= ۱۸۸٫۵۰۹ مکعب فٹ

مثال ۳: ایک فانہ کی عرضی تراش ایسا مثلث مساوی الساقین ہے جس کی ساقیں قاعدہ سے دوچند ہیں اور جس کا احاطہ ۲۵ انچ ہے۔ نیز فانہ کے تین متوازی کنارے بالترتیب ۱۵، ۱۷ اور ۲۲ انچ ہیں: اُس کا حجم معلوم کرو۔

فرض کرو کہ لا انچ = عرضی تراش کا قاعدہ

تب لا + ۲ لا + ۲ لا = ۲۵

لا = ۵

∴ فانہ کا حجم = $\frac{ع\ ض}{۶}$ (۲ ل + ک) مکعب انچ ...... دفعہ ۱۴۸

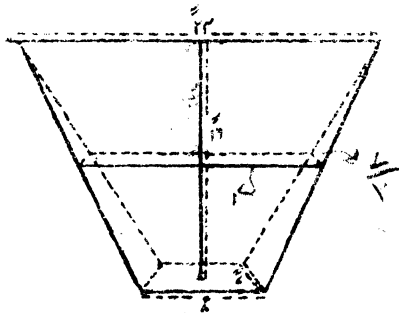
جہاں ض = ۵، ع = $\sqrt{۱۰^۲ - \left(\frac{۵}{۲}\right)^۲} = \frac{\sqrt{۳۷۵}}{۲}$ ... دفعہ ۱۶

ل = $\frac{۱۵ + ۱۷}{۲}$ اور ک = ۲۲

∴ فانہ کا حجم = $\frac{۵\sqrt{۳۷۵}}{۶ \times ۲}$ (۲ × ۱۶ + ۲۲) مکعب انچ

= $\frac{۵ \times \sqrt{۳۷۵} \times ۵۴}{۱۲}$ مکعب انچ

= ۴۳۵٫۷ مکعب انچ

مثال ۴: ایک فانہ کا کنارہ ۲۴ انچ، قاعدہ کا طول ۸ انچ، عرض ۷ انچ اور ارتفاع ۱۶ انچ ہے۔ قاعدہ کے متوازی اور کنارہ کے وسطوں سے گزرنے والی ایک مستوی سطح کے ذریعہ فانہ کو دو حصوں میں منقسم کیا گیا۔ ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

تمام فانہ کا حجم = $\frac{ع\ ض}{۶}$ (۲ ل + ک) مکعب انچ ... دفعہ ۱۴۶

جہاں ض = ۷، ع = ۱۶، ل = ۸، ک = ۲۴

∴ پورے فانہ کا حجم = $\frac{۱۶ \times ۷}{۶}$ (۲ × ۸ + ۲۴) مکعب انچ

= $۷۴۶\frac{۲}{۳}$ مکعب انچ

مستوی سطح سے منقطع ہونے والے چھوٹے فانہ کا حجم = $\frac{ع_۱ ض_۱}{۶}$ ($۲ ل_۱ + ک_۱$) مکعب انچ دفعہ ۱۴۶

جہاں $ض_۱ = \frac{۷}{۲}$، $ع_۱ = \frac{۱۶}{۲}$، $ل_۱ = \frac{۸ + ۲۴}{۲}$، $ک_۱ = ۲۴$

∴ چھوٹے فانہ کا حجم $= \frac{۵۶ \times ۸ \times ۷}{۶ \times ۲}$ مکعب انچ

$= ۲۶۱\frac{۱}{۳}$ مکعب انچ

∴ پورے فانہ کے بقیہ حصہ کا حجم $= ۴۸۵\frac{۱}{۳}$ مکعب انچ

مثال ۵: ایک ایسی پشتۂ کوہ کے درمیان سے سڑک کے لئے کٹائی کروانا مطلوب ہے جس کا ڈھال ایک طرف ۵ میں ۱ اور دوسری طرف ڈھال ۳ میں ۱ ہے پشتۂ کوہ کا انتہائی نقطہ سطح تیاری سے ۱۰۰ فٹ بلند ہے۔ سڑک کا عرض ۲۰ فٹ اور کٹائی کے بازوؤں کا اُتار ۲ میں ۱ ہے۔ بتاؤ کہ سڑک کی تیاری کے لئے ۵ روپیہ فی ۱۰۰۰ مکعب فٹ سے کیا لاگت ہوگی؟

جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے کٹائی ذیل کے ابعاد کا ایک فانہ معلوم ہوتی ہے:-

قاعدہ کا عرض $= \left(\frac{۱۰۰}{۵} + \frac{۱۰۰}{۳}\right)$ فٹ

$= \frac{۱۶۰}{۳}$ فٹ

قاعدہ کا طول $=$ ۲۰ فٹ

ارتفاع $=$ ۱۰۰ فٹ

کنارہ $= \left(۲۰ + \frac{۱۰۰}{۲} + \frac{۱۰۰}{۲}\right)$ فٹ

$=$ ۱۲۰ فٹ

∴ کٹائی کی کعبی جسامت $= \frac{ع ض}{۶}(۲ل + ک)$ مکعب فٹ . . . . . دفعہ ۱۳۶

جہاں $ض = \frac{۱۶۰}{۳}$، $ع = ۱۰۰$، $ل = ۲۰$، $ک = ۱۲۰$

اس لیے کٹائی کی لاگت $= \frac{۱۰۰ \times ۱۶۰}{۶ \times ۳} \times (۱۲۰ + ۴۰) \times \frac{۵}{۱۰۰۰}$ روپے

$=$ ۷۱۱ روپے ۱ آنہ $۹\frac{۱}{۳}$ پائی

امثلہ نمبری ۲۴

۱۔ ایک فانہ کا کنارہ ۱۸ انچ، قاعدہ کا طول ۱۵ انچ، اور قاعدہ کا عرض ۹ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۴ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۲۔ ایک فانہ کا کنارہ ۱ فٹ ۹ انچ، قاعدہ کا طول ۳ فٹ اور قاعدہ کا عرض ۱ فٹ ۳ انچ، اور فانہ کا ارتفاع ۱ فٹ ۲ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

۳۔ ایک فانہ کا کنارہ ۱ فٹ ۸ انچ اور کنارہ پر علی القوائم سطح سے فانہ کی تراش کا رقبہ ۱ مربع فٹ ہے: حجم معلوم کرو اگر قاعدہ کا طول ۲ فٹ ہو۔

۴۔ کنارہ پر علی القوائم سطح سے ایک فانہ کی تراش ۸ انچ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے: حجم معلوم کرو اگر فانہ کا کنارہ ۱۸ انچ اور قاعدہ کا طول ۲۱ انچ ہو۔

۵۔ ایک فانہ کا قاعدہ ۱۲ انچ ضلع کا مربع ہے۔ فانہ کا ارتفاع ۲۱ انچ اور کنارہ ۲۷ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۶۔ ایک فانہ نما خندق کا عرض بالائی حصہ پر ۷ فٹ اور اُس کا طول ۳۰ گز ہے۔ تہ پر کنارہ کا طول ۲۶ گز اور خندق کا عمق ۹ فٹ ہے: کھود کر نکالی ہوئی مٹی کا وزن معلوم کرو اگر ۱ مکعب فٹ مٹی کا وزن ۹۵ پونڈ ہو۔

۷۔ کسی منشور کے ایسے مقطوع کا حجم معلوم کرو جس کی عمودی تراش ۳ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے اور جس کے تین متوازی کناروں کا مجموعہ ۱۲ فٹ ہے۔

سوالات امتحانات

۱۔ ایک فانہ کے کنارہ کا طول $5\frac{1}{2}$ انچ، قاعدہ کا طول ۳ انچ اور اُس کا عرض ۲ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۴ انچ ہے: اس کا حجم معلوم کرو۔
(جامعۂ بمبئی۔ ڈپلوما آف اگریکلچر: دُوسرا امتحان)

۲۔ ایک ایسے فانہ کا حجم معلوم کرو جس کے قاعدہ کا طول اور عرض بالترتیب

۵ فٹ ۴ انچ اور ۹ انچ، کنارہ کا طول ۳ فٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ۴ انچ ہے ۔ (جامعۂ بمبئی ۔ ڈپلوما آف اگریکلچر: دوسرا امتحان)

۳ ۔ دوہری مائل سطح کی وضع کی ایک یکساں پشتِ کوہ میں سے نہر کے لیے ایک کٹائی بنوانا مطلوب ہے ۔ نہر کی تہ کی سطح سے پشتِ کوہ کے بلند ترین نقطہ کا ارتفاع ۱۶ میٹر ہے اور ڈھال ہر ایک طرف افقی اٹھائیں میں ۹ ہے ۔ نہر کی تہ کا عرض ۵ میٹر اور کناروں کا ہموار اُتار ۲ میں ۱ ہے ۔ کھود کر نکالی ہوئی مٹی کی مجموعی مقدار معلوم کرو ۔ (جامعۂ بمبئی: ایل ۔ سی ۔ ای: دوسرا امتحان)

۴ ۔ فانہ کا حجم معلوم کرنیکا ضابطہ لکھو ۔

(جامعۂ پنجاب: سول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۵ ۔ ایک فانہ کا کنارہ ۱۵ انچ، قاعدہ کا طول ۲۴ انچ، عرض ۷ انچ ہے اور ارتفاع ۲۲ انچ ہے ۔ کنارہ کے ایک سرے میں سے دوسرے سرے کے مثلثی رُخ کے متوازی ایک سطح کے ذریعہ فانہ کو ایک مخروطِ مضلع اور ایک منشور میں منقسم کیا گیا ۔ ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو ۔

(جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف ۔ اے)

۶ ۔ ایک اُسطوانہ نما برتن جس کی بلندی ۱ فٹ اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے پانی سے بھرا ہوا ہے ۔ ایک فانہ کو جس کا کنارہ ۷ انچ قاعدہ کا طول ۵ انچ اور عرض ۲ انچ ہے اور جس کا ارتفاع ۶ انچ ہے آہستہ آہستہ پانی کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ زائد پانی برتن میں سے بہ جائے اور پھر فانہ کو پانی سے باہر نکال لیا گیا ۔ بتاؤ کہ اب برتن میں کتنی بلندی تک پانی رہیگا ؟

(سب پور انجینیرڈ ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۷ ۔ ایک فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ، قاعدہ کا طول ۲۷ انچ اور کنارہ پر علی القوائم سطح سے فانہ کی تراش کا رقبہ ۱۶۰ مربع انچ ہے ۔ حجم معلوم کرو ۔

(سب پور انجینیرنگ ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۸ ۔ ایک فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ، قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۶ انچ ہے ۔ قاعدہ کے متوازی سطحوں کے ذریعہ فانہ کو مساوی بلندیوں

کے تین حصوں میں منقسم کیا گیا۔ ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

(سب اوور سیئرز ڈیپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۹۔ ایک خانہ کا کنارہ ۹ فٹ، قاعدہ کا طول ۶ فٹ اور عرض ۴ فٹ اور خانہ کا ارتفاع $2\frac{1}{2}$ فٹ: حجم معلوم کرو۔ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۰۔ ایک خانہ کا کنارہ ۲۵ انچ اور قاعدہ کا طول ۲۲ انچ ہے اور کنارہ پر علی القوائم سطح سے خانہ کی تراش ۱۰ انچ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے: حجم معلوم کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۱۔ اع، ب ف، ج گ، د ہ ایک مکعب فٹ لکڑی کے انتصابی کنارے اور ا ب ج د، ع ف گ ہ اس کے متوازی الافق رخ ہیں۔ ا ب میں ا سے ۷ انچ کے فاصلہ پر ایک نقطہ م اور ا د میں ا سے ۵ انچ کے فاصلہ پر ایک نقطہ ن لیے گئے۔ مکعب کا ایک حصہ م، ف، گ میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے اور پھر اس کا ایک دوسرا حصہ ن، ہ، گ میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے کاٹ لیا گیا۔ ان تین حصوں کے حجم معلوم کرو جن میں وہ مکعب اس طرح منقسم ہو جاتا ہے۔ (اسٹاف کالج)

مثلثی منشور کا مقطوع

۱۲۔ ایک منشور کا قاعدہ ۴ انچ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے: اس مجسم کا حجم معلوم کرو جو اس منشور کا ایک ٹکڑا اس طرح کاٹ لینے سے حاصل ہوتا ہے کہ اس کے متوازی کناروں کا مجموعہ ۴۲ انچ ہو۔

(سب اوور سیئرز ڈیپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۳۔ ایک خانہ کا قاعدہ ۱۵ انچ ضلع کا مربع ہے۔ کنارہ ۲۴ انچ اور خانہ کا ارتفاع ۲۳ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

(رڑکی انجینیر: فائینل)

باب بست و پنجم

قائم منتظم منشور کے ترچھے مقطوع اور قائم مستدیر اسطوانہ کے ترچھے مقطوع

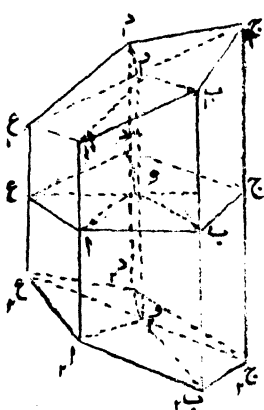
۱۵۱ ـ منشور کے ترچھے مقطوع سے منشور کا وہ حصہ مراد ہے جو ایک دوسرے سے زاویہ بنانے والی مستوی سطحوں کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

منشور کے ترچھے مقطوع کے طول سے منشور کے محور کا وہ حصہ مراد ہے جو دونوں مائل سطحوں کے درمیان ہوتا ہے۔

پس و م ترچھے مقطوع ا ب ج د کا طول ہے۔

مسئلہ ۳۷

۱۵۲ ـ قائم منتظم منشور کے ترچھے مقطوع کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کی عمودی تراش کا رقبہ اور اُس کا طول دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ع ا ج قائم منتظم منشور کا ایک ترچھا مقطوع ہے

اور اُس کی عمودی تراش ا ب ج د ع کا ناپ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے ق$_1$ اور اُس کے طول و$_1$ و$_2$ کا ناپ متناظر طولی اکائی کے لحاظ سے ل ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ ع$_1$ ا$_2$ ج کا حجم ق$_1$ اور ل کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

فرض کرو کہ ا$_1$ ا$_2$، ب$_1$ ب$_2$، ج$_1$ ج$_2$، د$_1$ د$_2$، ع$_1$ ع$_2$ کے ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل$_1$، ل$_2$، ل$_3$، ل$_4$، ل$_5$ ہیں۔

اب جیسا کہ ظاہر ہے تمام مقطوع کو پانچ مثلثی حصوں و$_1$ ا$_2$ ب$_2$، و$_1$ ب$_2$ ج$_2$، و$_1$ ج$_2$ د$_2$، و$_1$ د$_2$ ع$_2$، و$_1$ ع$_2$ ا$_2$ میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ اور ان میں سے ہر ایک مقطوع کی عمودی تراش ایک ایسا مثلث ہے جو منتظم مخمس ا ب ج د ع کا پانچواں حصہ ہے اور اس لیے اس کا ناپ $\frac{ق_1}{۵}$ مربع اکائیاں ہے۔
اِس لیے اگر۔

ح$_1$ ح$_2$ ح$_3$ ح$_4$ ح$_5$

ان پانچ مثلثی حصوں کے حجموں میں متناظر مکعب اکائیوں کی تعداد ہو تو۔

$$\left.\begin{aligned} ح_1 &= \frac{ق_1}{۵} \times \frac{ل_1 + ل_2 + ل}{۳} \\ ح_2 &= \frac{ق_1}{۵} \times \frac{ل_2 + ل_3 + ل}{۳} \\ ح_3 &= \frac{ق_1}{۵} \times \frac{ل_3 + ل_4 + ل}{۳} \\ ح_4 &= \frac{ق_1}{۵} \times \frac{ل_4 + ل_5 + ل}{۳} \\ ح_5 &= \frac{ق_1}{۵} \times \frac{ل_5 + ل_1 + ل}{۳} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \text{دفعہ ۱۴۹}$$

اور تمام مقطوع کا حجم $\}$ = (ح۱ + ح۲ + ح۳ + ح۴ + ح۵) مکعب اکائیاں

= $\frac{\text{ق}_۱}{۵}\left[\frac{۲(\text{ل}_۱+\text{ل}_۲+\text{ل}_۳+\text{ل}_۴+\text{ل}_۵)}{۳} + ۵\text{ل}\right]$ مکعب اکائیاں

لیکن ل بدیہاً ل۱، ل۲، ل۳، ل۴، ل۵ کا اوسط ہے یعنی ـ

$$\text{ل}_۱ + \text{ل}_۲ + \text{ل}_۳ + \text{ل}_۴ + \text{ل}_۵ = ۵\,\text{ل}$$

∴ پورے مقطوع کا حجم = $\frac{\text{ق}_۱}{۵}\left(\frac{۲\times ۵\text{ل}}{۳} + ۵\text{ل}\right)$ مکعب اکائیاں

= ق۱ ل مکعب اکائیاں

پس قاعدہ

قائم منتظم منشور کے ترچھے مقطوع کی عمودی تراش میں کسی مربع اکائی کی تعداد کو اس کے طول میں کی تناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو تب اس حاصل ضرب سے اُس کے حجم میں کی تناظر مکعب اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی ـ

یا اختصاراً ـ

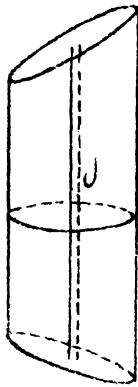
قائم منتظم منشور کے ترچھے مقطوع کا حجم = عمودی تراش × طول

$$\text{ح} = \text{ق}_۱\,\text{ل}$$

صورت خاص

۱۵۳ ـ قائم مستدیر اسطوانہ کا ترچھا مقطوع

اُسطوانہ کی تعریف میں بتایا جا چکا ہے کہ وہ منشور کی انتہائی صورت ہے (دفعہ ۱۲۵)۔

اسی طرح، اُسطوانہ کے ترچھے مقطوع کے متعلق کہا جا سکتا ہے کہ وہ منشور کے ترچھے مقطوع کی انتہائی صورت ہے۔

اس لیے ضابطہ —

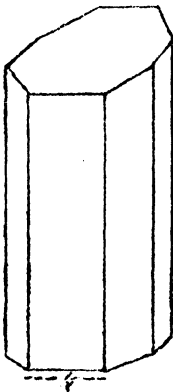
$$ح = ق_۱ \, ل$$

سے قائم مستدیر اُسطوانہ کے ترچھے مقطوع کے حجم کا بھی تعین ہوگا جہاں $ق_۱$ مقطوع کی عمودی تراش میں کسی مربع اکائیوں کی تعداد اور ل اُس کے طول میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد ہے۔

اگر عمودی تراش کے نصف قطر میں ر طولی اکائیاں ہوں تو اس ضابطہ کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے —

$$ح = \pi \, ر^۲ \, ل$$

توضیحی مثالیں

۱۵۴۔

مثال نمبر ۱: ایک قائم منشور کا قاعدہ ۲ فٹ ضلع کا ایک منتظم مثمن ہے۔ اس منشور کا کچھ حصہ اس طرح کاٹ کر ایک مقطوع حاصل کیا گیا کہ آٹھ متوازی کناروں کا مجموعہ ۶۴ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

مقطوع کا حجم = $ق_۱$ ل مکعب فٹ ... دفعہ ۱۵۲

جہاں $ق_۱ = ۲ \times ۲^۲ \times (۱ + \sqrt{۲})$ .... دفعہ ۸۵

$ل = \frac{۶۴}{۸} = ۸$ ...... دفعہ ۱۵۲

∴ مقطوع کا حجم = ٦٤ (١ + √٢) مکعب فٹ
= ١٥٤٫٥٠٩ مکعب فٹ

مثال نمبر ٢: ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ١ فٹ ٩ انچ ہے: اِس اُسطوانہ کے مقطوع کا حجم معلوم کرو اگر مقطوع کا طول ٤ فٹ ٦ انچ ہو۔

مقطوع کا حجم = ق‌ا ل مکعب فٹ ... دفعہ ١٥٣

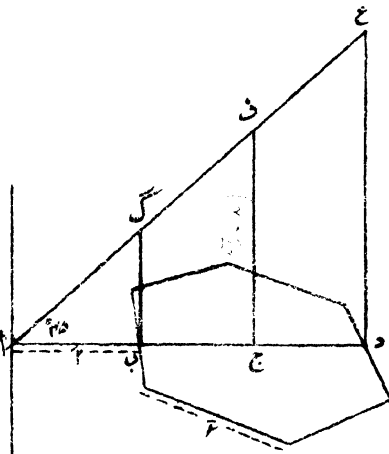
جہاں ق‌ا = ٢٢/٧ (٧/٤)² ..... دفعہ ١٧

ل = ٩/٢

∴ مقطوع کا حجم = ٢٢/٧ × ٤٩/١٦ × ٩/٢ مکعب فٹ

= ٤٣ ٥/١٦ مکعب فٹ

مثال نمبر ٣: ایک منتظم مسدسی منشور کا کچھ حصہ زمین میں دھنسا ہوا ہے اور اس مقام پر سطح زمین کا ڈھال ٤٥° ہے۔ منشور اس طرح دھنسا ہوا ہے کہ اس کا ایک رُخ ڈھال کے قدم کے متوازی اور اُس سے دو فٹ کے فاصلہ پر ہے: اگر منشور کا احاطہ ١٢ فٹ ہو تو زمین میں دھنسے ہوئے حصہ کا حجم معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ب د ع گ منشور کے دھنسے ہوئے حصہ کی انتصابی وسطی تراش ہے جو ڈھال کے قدم پر علی القوائم مستوی سطح سے بنتی ہے۔

تب۔

ج ف = ا ب + ب ج ...... اقلیدس مقالہ اول شکل ۲

لیکن ا ب = ۲ فٹ

اور ب ج = مسدس کا ضلع × $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ .... دفعہ ۱۷

= $\frac{۱۲}{۶} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ فٹ

= $\sqrt{۳}$ فٹ

∴ ج ف = $(۲ + \sqrt{۳})$ فٹ

اس لیے ڈھلے ہوئے حصہ کا حجم = ق × ل کعب فٹ ... دفعہ ۱۵۲

جہاں ق = $\frac{\sqrt{۳} \times ۲^{۲} \times ۳}{۲}$ .... دفعہ ۴۵

ل = $۲ + \sqrt{۳}$

اس لیے ڈھلے ہوئے حصہ کا حجم = $۶\sqrt{۳}\,(۲ + \sqrt{۳})$ کعب فٹ

= $۱۲\sqrt{۳} + ۱۸$ کعب فٹ

= ۳۸٫۷۸۴۶ کعب فٹ

امثلہ نمبری ۳۵

(فرض کرو کہ $\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

۱۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ۴ فٹ ضلع کا ایک منتظم مسدس ہے۔ اس منشور کا ایک حصہ کاٹ کر ایک مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ چھ متوازی کناروں کا مجموعہ ۵۴ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

۲۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع کا ایک منتظم مثمن ہے: اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ آٹھ متوازی کناروں کا مجموعہ ۵۶ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

۳۔ ایک منشور کی عمودی تراش ۲ انچ ضلع کی ایک منتظم بارہ ضلعی شکل ہے۔

اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ بارہ متوازی کناروں کا مجموعہ ۷ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

۴۔ ایک منشور کی عمودی تراش ۱ فٹ ضلع کی ایک منتظم نو ضلعی شکل ہے۔ اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ نو متوازی کناروں کا مجموعہ ۴۵ فٹ ہے۔ مقطوع کا حجم معلوم کرو۔

۵۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۹ انچ ہے: اسطوانہ کے اس مقطوع کا حجم معلوم کرو جس کا طول ۵ فٹ ۹ انچ ہو۔

۶۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۳ انچ ہے: اس اسطوانہ کے ایک مقطوع کا حجم معلوم کرو اگر مقطوع کا طول ۱۲ فٹ ۸ انچ ہو۔

سوالات امتحانات ۲۵

آئی۔ سی۔

۱۔ پتھر کا ایک مثمن نما منشور گھاس کی ایک ایسی مائل سطح کے پایہ کے پاس استادہ ہے جو افق کے ساتھ ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے۔ ڈھال اور افقی زمین کے قطع کرنے کا خط منشور کے ایک رُخ کے متوازی ہے اور اس سے ۱ فٹ آگے واقع ہے۔ اگر منشور کی بلندی ۸ فٹ اور اس کا ضلع ۱ فٹ ہو تو بتاؤ کہ اس کے حجم کا کونسا تناسب مائل سطح کے اوپر واقع ہے؟

(رڑکی انجنیئرنگ داخلہ)

۲۔ اگر ۱ مکعب فٹ سنگِ مرمر کا وزن ۲۱۲ء۲ اونس ہوتا ہو تو سنگِ مرمر کے ایک ایسے ستون کا وزن معلوم کرو جو مقطوع اسطوانہ کی وضع کا ہے اور جس کے اعظم اور اصغر کنارے بالترتیب ۱۲ فٹ ۹ انچ اور ۱۱ فٹ ۱ انچ ہیں اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۲ انچ ہے۔ (مشرقی انجنیئرنگ: داخلہ)

۳۔ ایک مربع مخروط مسلع میں جس کی بلندی قاعدہ کے ضلع کے مساوی ہے تہ سے ایک تہائی بلندی پر قاعدہ کی مستوی سطح اور دو رُخوں کے متوازی ایک مستدیر سوراخ بنایا گیا: خارج شدہ مادّہ کی مقدار معلوم کرو۔ قاعدہ کا طول

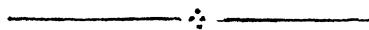
۹ فٹ اور سوراخ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

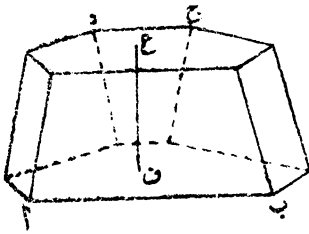
۴ ۔ ۲ انچ کنارے والے لکڑی کے مکعب میں $\frac{1}{2}$ انچ قطر کا برما اِس طرح کیا گیا کہ برما ایک رُخ کے وسط سے داخل ہو کر متصلہ رُخ کے وسط سے خارج ہوتا ہے: خارج شدہ لکڑی کا حجم معلوم کرو۔

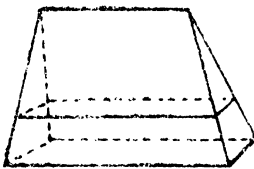
(رُڑکی انجینیر : فائینل)

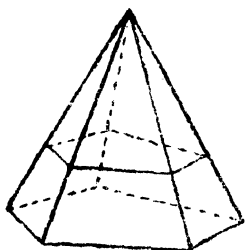
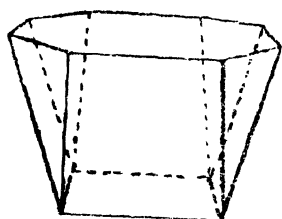
۵ ۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۶ انچ ہے: اُسطوانہ کے مقطوع کا حجم معلوم کرو اگر مقطوع کا طول ۵ فٹ ۹ انچ ہے۔

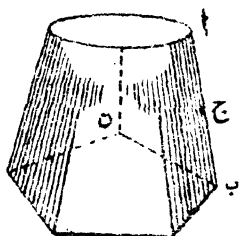
(رُڑکی انجینیر : داخلہ)

باب بست و ششم

منشور نما۔ فانہ کا مقطوع۔ مضلع مخروط کا مقطوع اور مخروط کا مقطوع

۱۵۵۔ منشور نما ایک ایسا مجسم ہے جس کے سرے دو مستقیم الخطوط اشکال ہیں جن میں اضلاع کی تعداد مساوی ہے اور یہ اشکال متوازی سطحوں میں واقع ہیں اور اس کے طرفی رُخ اشکالِ منحرف ہیں۔

منشور نما کے سروں کے درمیان عمودی فاصلہ کو منشور نما کا ارتفاع کہتے ہیں۔

پس ع ف منشور نما ا ب ج د کا ارتفاع ہے۔

جب منشور نما کے سرے مستطیل ہوتے ہیں تو وہ فانہ کا مقطوع بن جاتا ہے۔ یعنی فانہ کا ایسا حصہ جو قاعدہ اور قاعدہ کے متوازی ایک مستوی سطح کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

منشور نما کے سرے جب متشابہ خطی اشکال ہوتے ہیں تو

منشور نما مضلع مخروط کا مقطوع بن جاتا ہے۔ یعنی مخروط مضلع کا ایسا حصہ جو قاعدہ اور قاعدہ کے متوازی مستوی سطح کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

۱۵۶۔ منشور نما کی تعریف میں اس قدر توسیع کی جاسکتی ہے کہ اس کا اس صورت پر بھی اطلاق ہو جب کہ چھوٹے سروں کے غائب ہو جانے کی وجہ سے منحرف نما رخوں میں سے چند مثلث بن جائیں جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

۱۵۷۔ منشور نما کی تعریف میں اور اس قدر توسیع کی جاسکتی ہے کہ اس میں وہ صورت بھی شامل ہو جائے جب کہ سرے متوازی سطحوں میں واقع ہونے والی کوئی دو اشکال ہوں اور اس کے رخ سیدھے ہوں جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

رخ سیدھے ہونے کا مطلب یہ ہے کہ ان کی سطح پر کے کسی نقطہ میں سے ایک خطِ مستقیم اس طرح کھینچا جاسکے کہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک سطح پر منطبق رہے۔

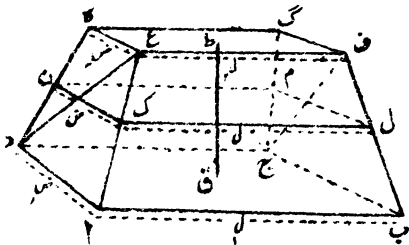
مثلاً، منشور نما ان کے رخ پر کے نقطہ ج سے ایک ایسا خطِ

مستقیم اب کھینچنا ممکن ہے. جو منشور نما کی سطح پر ایک سرے سے دوسرے سرے تک منطبق رہے۔

خزانۂ آب، ریلوے کٹائی، اور تالابوں کے کھٹے اکثر اوقات منشور نما کی وضع کے ہوتے ہیں۔

۱۵۸- منشور نما کے حجم کے لئے ضابطہ ثابت کرنے میں ہم صرف مقطوع قائمہ کی صورتِ خاص پر غور کرینگے کیونکہ عام سے عام صورت کا ثبوت طویل ہونے کے علاوہ اِس کتاب کے لئے بہت پیچیدہ ہو جائیگا۔

مسئلہ ۳۸

۱۵۹- منشور نما (مقطوع قائمہ) کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کا ارتفاع، دونوں سروں کے رقبے، اور سروں کے متوازی اِس کی وسطی تراش کا رقبہ دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ اب گ ہ ایک منشور نما ہے اور اُس کے ارتفاع ط ق کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے (ع) ہے۔ نیز فرض کرو کہ سروں اب ج د اور ع ف گ ہ اور وسطی تراش ک ل م ن کے ناپ رقبہ کی تناظر اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ق، ق، اور ق ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ اب گ ہ کا حجم ع، ق، ق اور ق کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

ع ف اور د ج میں سے گذرنے والی سطح کے ذریعہ منشور نما کو دو فانوں ا ب ج د ع ف اور ع ف گ ہ ج د میں منقسم کرو۔

فرض کرو کہ ا ب، ع ف، ک ل، ا د، ع ہ اور ک ن کے ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $ل_۱$، $ل_۲$، ل، $ض_۱$، $ض_۲$، ض ہیں۔

فرض کرو کہ فانوں ا ب ج د ع ف اور ع ف گ ہ ج د کے ناپ متناظر مکعب اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $ح_۱$ اور $ح_۲$ ہیں۔

تب —

$$ح_۱ = \frac{ع ض_۱}{۶}(۲ ل_۱ + ل_۲) \quad \ldots\ldots\ldots \text{دفعہ ۱۴۶}$$

اور

$$ح_۲ = \frac{ع ض_۲}{۶}(۲ ل_۲ + ل_۱) \quad \ldots\ldots\ldots \text{دفعہ ۱۴۶}$$

$$\therefore \quad ح = ح_۱ + ح_۲ = \frac{ع}{۶}(۲ ل_۱ ض_۱ + ل_۲ ض_۱ + ۲ ل_۲ ض_۲ + ل_۱ ض_۲)$$

$$= \frac{ع}{۶}(ل_۱ ض_۱ + ل_۱ ض_۲ + ل_۲ ض_۱ + ل_۲ ض_۲ + ل_۱ ض_۱ + ل_۲ ض_۲)$$

$$= \frac{ع}{۶}\{(ل_۱ + ل_۲)(ض_۱ + ض_۲) + ل_۱ ض_۱ + ل_۲ ض_۲\}$$

$$= \frac{ع}{۶}\{(۲ ل \times ۲ ض) + ل_۱ ض_۱ + ل_۲ ض_۲\}$$

$$= \frac{ع}{۶}(۴ ق + ق_۱ + ق_۲)$$

پس قاعدہ —

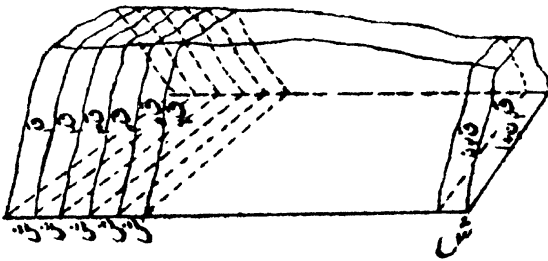
منشور نما کے سروں میں کی کسی مربع اکائیوں کی تعداد میں سروں کے متوازی اور اُن کی وسطی تراش میں کی اُن ہی مربع اکائیوں کی تعداد کا چار گنا جمع کرو۔ پھر اِس مجموعہ کو اس کے ارتفاع میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو تب اس

حاصل ضرب کا چھٹا حصہ متناظر مکعب اکائیوں میں منشور نما کے حجم کو تعبیر کریگا۔

یا اختصاراً ـــــ

منشور نما کا حجم = $\frac{\text{ارتفاع}}{6}$ (سروں کے رقبوں کا مجموعہ + ۴ × وسطی تراش کا رقبہ)

$$ح = \frac{ع}{6}(ق_1 + ق_2 + 4ق)$$

۱۶۰ ۔ منشور نما کے ضابطہ کا اطلاق کر کے ہم کسی ایسی شکل کا حجم تقریباً معلوم کر سکتے ہیں جس کے دو مقابل سرے متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں لیکن جو حقیقۃً منشور نما نہیں ہوتے ۔ مثلاً تالابوں کے کٹے اور ریلوے کٹائیاں جہاں زمین کی سطح کلیۃً سطح نہیں ہوتی ۔ کیونکہ اگر کٹے کو سروں کی متوازی سطحوں سے کسی تعداد کے مساوی حصص میں تقسیم کیا جائے (دیکھو شکل) تو کوئی سی دو متبادل

سطحوں (یعنی ایک مستوی سطح چھوڑ کر) کی درمیانی زمین کو ایک منشور نما تصور کیا جا سکتا ہے اور درمیانی مستوی سطح سے عمودی تراش کو منشور نما کی عرضی تراش مانا جا سکتا ہے ۔

اس لئے اس کا حجم ذیل کے ضابطہ سے علیحدہ معلوم کیا جا سکتا ہے ۔

$$ح = \frac{ع}{۶}(ق_۱ + ق_۲ + ۴ق)$$

اسی طرح اور حصوں کے حجم بھی دریافت کئے جا سکتے ہیں اور زمین کی سطح میں ناہمواریاں ہونے کے باوجود حصوں کی تعداد جتنی زیادہ ہوگی نتیجہ اُسی قدر زیادہ صحیح ہوگا۔

اب طالب علم کو کسی ایسے مجسم کا حجم تقریباً معلوم کرنے کے لئے ضابطۂ ذیل کے ثبوت میں کوئی دقت محسوس نہیں ہوگی جس کے سرے متوازی مستوی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں :-

$$ح = \frac{ش}{۳}\{ق_۱ + ق_{ن+۱} + ۲(ق_۳ + ق_۵ + \cdots + ق_{ن-۱}) + ۴(ق_۲ + ق_۴ + \cdots + ق_ن)\}$$

جہاں ح = حجم

ش = متوازی مستوی سطحوں کا درمیانی مشترک فاصلہ

ن = مساوی حصوں کی تعداد جن میں مجسم کا طول متوازی سطحوں سے منقسم ہوگیا ہے۔

$ق_۱، ق_۲، \ldots\ldots ق_ن، ق_{ن+۱}$ متوازی سطحوں سے مجسم کی عرضی تراشوں کے رقبے ترتیب وار لے کر۔

اِس ضابطہ اور قاعدۂ سمپسن (Simpson) کے ضابطہ کی مشابہت قابل غور ہے (دیکھو باب شانزدہم)۔

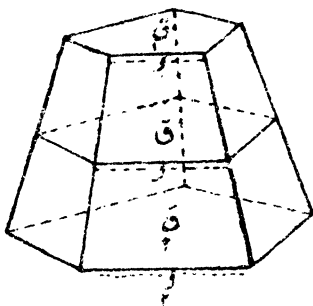
۱۶۱ - ہم نے ثابت کیا ہے کہ ضابطہ

$$ح = \frac{ع}{۶}(ق_۱ + ق_۲ + ۴ق)$$

سے منشور نما کا حجم متعین ہوتا ہے جب کہ منشور نما مقطوع قائمہ کی صورت خاص اختیار کر لیتا ہے۔ اِسی ضابطہ کا اطلاق اور بھی زیادہ وسیع ہے۔ جیسا کہ دفعات ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷ میں ذکر کیا گیا ہے اِس ضابطہ کا اطلاق نہ صرف تمام منشور نماؤں پر ہوتا ہے بلکہ اس سے بعض ایسے مجسمات کے حجموں کا تعین بھی ہوتا ہے جن کی تعریف آسان ابتدائی طریقوں

سے نہیں کی جا سکتی ۔ صرف اِتنا کہنا کافی ہوگا کہ ایسے مجسمات "منشور نمائی مجسمات" کہلاتے ہیں ۔ اور ان میں دیگر مجسمات کے علاوہ کرہ، قطعۂ کرہ اور منطقۂ کرہ، چپٹا کرہ نما اور لمبوترا کرہ نما بھی شامل ہیں ۔

خاص صورتیں

۱۶۲ (۱) مخروطِ مضلع کا مقطوع ۔

اِس صورت میں دونوں سرے اور وسطی تراش متشابہ شکلیں ہوتی ہیں ۔ (دفعہ ۱۵۵)

اب اگر بالائی سرے، تہ اور وسطی تراش کے متناظر اضلاع کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $ل_1$، $ل_2$ اور $ل$ ہوں تو ۔

$$\bar{ق}_1 : \bar{ق}_2 : \bar{ق} = ل_1^2 : ل_2^2 : ل^2 \quad \ldots\ldots \text{دفعہ ۱۰۴}$$

$$\therefore \sqrt{\bar{ق}_1} : \sqrt{\bar{ق}_2} : \sqrt{\bar{ق}} = ل_1 : ل_2 : ل$$

لیکن $2ل = ل_1 + ل_2$

$$\therefore 2\sqrt{\bar{ق}} = \sqrt{\bar{ق}_1} + \sqrt{\bar{ق}_2}$$

اور مربع لینے سے $4\bar{ق} = \bar{ق}_1 + \bar{ق}_2 + 2\sqrt{\bar{ق}_1 \bar{ق}_2}$

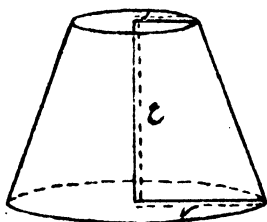
اب تمام منشور نماؤں کے لیے ۔

$$ح = \frac{ع}{6}\left(\bar{ق}_1 + \bar{ق}_2 + 4\bar{ق}\right) \quad \ldots\ldots \text{دفعہ ۱۶۱}$$

اس لیے مخروطِ مضلع کے مقطوع کے لیے ۔

$$\text{ح} = \frac{\text{ع}}{۶}\left\{\text{ق}_۱ + \text{ق}_۲ + \left(\text{ق}_۱ + \text{ق}_۲ + ۲\sqrt{\text{ق}_۱\text{ق}_۲}\right)\right\}$$

$$= \frac{\text{ع}}{۶}\left(۲\text{ق}_۱ + ۲\text{ق}_۲ + ۲\sqrt{\text{ق}_۱\text{ق}_۲}\right)$$

$$= \frac{\text{ع}}{۳}\left(\text{ق}_۱ + \text{ق}_۲ + \sqrt{\text{ق}_۱\text{ق}_۲}\right)$$

(۲) مخروط کا مقطوع۔

مخروط کی تعریف اِس طرح کی گئی تھی کہ وہ مخروطِ مضلع کی انتہائی صورت ہے (دفعہ ۱۳۷)۔

اسی طرح مخروط کے مقطوع کے متعلق کہا جا سکتا ہے کہ وہ مخروطِ مضلع کے مقطوع کی انتہائی صورت ہوتی ہے۔

پس ضابطہ —

$$\text{ح} = \frac{\text{ع}}{۳}\left(\text{ق}_۱ + \text{ق}_۲ + \sqrt{\text{ق}_۱\text{ق}_۲}\right)$$

سے مخروط کے مقطوع کا حجم دریافت ہو سکتا ہے۔

قائم مستدیر مخروط کی صورت میں ذیل کے اندراجات کرنے سے یہ ضابطہ مختصر صورت میں لکھا جا سکتا ہے:—

$$\text{ق}_۱ = \pi \text{ر}_۱^۲ \quad \text{اور} \quad \text{ق}_۲ = \pi \text{ر}_۲^۲$$

جہاں $\text{ر}_۱$، $\text{ر}_۲$ بالترتیب ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے مقطوع کے بڑے اور چھوٹے سروں کے نصف قطر ہیں (دیکھو شکل)۔

اس لیے قائم مستدیر مخروط کے لیے —

$$\text{ح} = \frac{\text{ع}}{۳}\left(\pi \text{ر}_۱^۲ + \pi \text{ر}_۲^۲ + \sqrt{\pi \text{ر}_۱^۲\, \pi \text{ر}_۲^۲}\right)$$

$$= \frac{\pi \text{ع}}{۳}\left(\text{ر}_۱^۲ + \text{ر}_۲^۲ + \text{ر}_۱\text{ر}_۲\right)$$

نوٹ : مستطیلی مجسمات، متوازی السطوح، منشور، اُسطوانے، مخروطِ معنلع، مخروط اور فانہ، یہ تمام مجسمات منشور نما کی خاص صورتیں تصور کی جا سکتی ہیں ۔ اور ہر صورت کے خاص شرائط کو مدِنظر رکھ کر اُن کے حجموں کے ضوابط ذیل کے ضابطہ کی مدد سے بآسانی اخذ کیے جا سکتے ہیں ۔

$$ح = \frac{ع}{۶} (ق_۱ + ق_۲ + ۴ ق)$$

مثلاً فانہ کی صورت میں —

$$ق_۱ = ض ل$$

$$ق_۲ = ۰$$

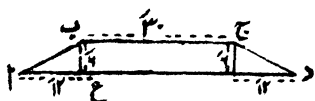
$$ق = \frac{ل + ک}{۲} \times \frac{ض}{۲}$$

$$\therefore ح = \frac{ع}{۶} \left(ض ل + ۴ \times \frac{ل + ک}{۲} \times \frac{ض}{۲}\right)$$

$$= \frac{ض ع}{۶} (۲ ل + ک) \quad \ldots\ldots\ldots \text{دفعہ ۱۴۶}$$

توضیحی مثالیں

۱۶۳ — منشور نما

مثال ۱ : ایک ایسے پُشتہ کا حجم معلوم کرو جس کا طول ۴۰۰ فٹ، سروں پر بلندی بالترتیب ۶ فٹ اور ۴ فٹ، بازو کے ڈھال ۱ : ۲ اور کُل بالائی حصہ کا عرض ۳۰ فٹ ہے اور سرے انتصاباً ہیں

فرض کرو کہ ا ب ج د سے پُشتہ کا ۶ فٹ والا سرا تعبیر ہوتا ہے

تب ب ج = ۳۰ فٹ اور ب ع = ۶ فٹ

اس لیے چونکہ بازو کے ڈھال کا تناسب ۱ : ۲ ہے

$\text{اد} = (۳۰ + ۲ \times ۱۲)$ فٹ

$= ۵۴$ فٹ

اسی طرح ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ۔

۴ فٹ والے سرے کی تہ پر پشتہ کا عرض $\} = (۳۰ + ۲ \times ۸)$ فٹ

$= ۴۶$ فٹ

$\therefore$ پشتہ کا حجم $= \frac{\text{ع}}{۶}(\text{ق}_۱ + \text{ق}_۲ + ۴\,\text{ق})$ مکعب فٹ ... دفعہ ۱۶۱

جہاں $\text{ع} = ۴۰۰$

$\text{ق}_۱ = \frac{۳۰ + ۵۴}{۲} \times ۶ = ۲۵۲$ .... دفعہ ۳۹

$\text{ق}_۲ = \frac{۳۰ + ۴۶}{۲} \times ۴ = ۱۵۲$ .... دفعہ ۳۹

$\text{ق} = \frac{\frac{۴۶ + ۵۴}{۲} + ۳۰}{۲} \times \frac{۴ + ۶}{۲} = ۲۰۰$ .... دفعہ ۳۹

$\therefore$ پشتہ کا حجم $= \frac{۴۰۰}{۶}(۲۵۲ + ۱۵۲ + ۸۰۰)$ مکعب فٹ

$= ۸۰۲۶۶٫۶$ مکعب فٹ

مثال ۲: ایک ایسی موری کی گنجائش معلوم کرو جس کا طول ۱۰۰ فٹ اور جس کے عمق "آغاز" پر، درمیان میں، اور اختتام کے مقام پر، بالترتیب ۳، ۴ اور ۵ فٹ ہیں۔ نیز بازو کے ڈھال ۱ : ۲ اور تہ پر عرض ۴ فٹ ہے۔

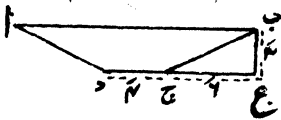
چونکہ درمیانی گہرائی ۴ فٹ، دونوں سروں کی گہرائیوں ۳ فٹ اور ۵ فٹ کا اوسط ہے اس لئے موری کو ایسا منشور نما تصور کر سکتے ہیں جس کے متوازی سرے اور وسطی تراش ایسی اشکال منحرف ہیں جن کے رقبے $\text{ق}_۱$، $\text{ق}_۲$ اور ق مربع فٹ آسانی کے ساتھ دریافت کیے جا سکتے ہیں۔

ق۱ معلوم کرنے کے لیے

فرض کرو کہ ا ب ج د ایسے منحرف نما سرے کو تعبیر کرتا ہے جس کا

رقبہ = ق۱ مربع فٹ

دج محدودہ پر ب ع عمود نکالو۔

چونکہ ب ج کا ڈھال ۱: ۲ ہے

∴ ج ع = ۲ × ب ع = ۶ فٹ

اس لیے ا ب = (۴ + ۱۲) فٹ = ۱۶ فٹ

اور ق۱ = $\frac{۴ + ۱۶}{۲}$ × ۳ . . . . دفعہ ۳۹

= ۳۰

اسی طرح ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ۔

ق۲ = ۷۰

ق = ۴۸

∴ موری کا حجم = $\frac{ع}{۶}$ (ق۱ + ق۲ + ۴ ق) مکعب فٹ . . . دفعہ ۱۶۱

جہاں ع = ۱۰۰

ق۱ = ۳۰

ق۲ = ۷۰

ق = ۴۸

اس لیے موری کا حجم = $\frac{۱۰۰}{۶}$ (۳۰ + ۷۰ + ۱۹۲) مکعب فٹ

= ۴۸۶۶٫۶ مکعب فٹ

مثال ۳: ایک حوض کے بازو بالائی حصہ پر ۳۰ اور ۲۰ فٹ اور تہ پر ۱۲ اور ۸ فٹ اور اس کا عمق ۸ فٹ ہے۔ ایک ایسے نل کے ذریعہ حوض ۲ گھنٹوں میں خالی کیا جا سکتا ہے جس میں سے پانی ۴ فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار کے ساتھ بہتا ہے۔ نل کا قطر معلوم کرو۔

حوض کی گنجائش = $\frac{ع}{۶}$ (ق۱ + ق۲ + ۴ ق) مکعب فٹ .... دفعہ ۱۶۱

جہاں ع = ۸

$ق_۱ = ۲۰ \times ۳۰ = ۶۰۰$ . . . . دفعہ ۸

$ق_۲ = ۱۲ \times ۸ = ۹۶$ . . . . دفعہ ۸

$ق = \frac{۱۲ + ۳۰}{۲} \times \frac{۸ + ۲۰}{۲} = ۲۹۴$ . . . . . . دفعہ ۸

∴ حوض کی گنجائش = $\frac{۸}{۶}(۶۰۰ + ۹۶ + ۱۱۷۶)$ مکعب فٹ

= ۲۴۹۶ مکعب فٹ

فرض کرو کہ ر انچ = نل کا نصف قطر

تب π ر۲ مربع انچ = نل کی عمودی تراش

. . . . . . دفعہ ۱۷

اور $\frac{\pi ر^۲ \times ۴۸}{۱۴۴}$ مکعب فٹ = $\frac{\pi ر^۲}{۳}$ مکعب فٹ

= پانی کی مقدار جو ۴ فٹ نل میں آسکتی ہے . . . دفعہ ۱۳۱

لیکن پانی کی اتنی مقدار حوض میں سے ہر ایک سکنڈ میں خارج ہوتی ہے۔

اِس لیے حوض $(۲۴۹۶ \div \frac{\pi ر^۲}{۳})$ ثانیہ میں خالی ہو جائیگا۔

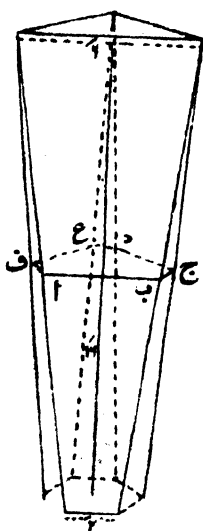
اس لیے $۲۴۹۶ \div \frac{\pi ر^۲}{۳} = ۲ \times ۶۰ \times ۶۰$

$\therefore ر^۲ = \frac{۷۲۸}{۲۲۵}$

$\therefore ر^۲ = ۳٫۲۳۵۵$

$\therefore ر = ۱٫۷۹۸۷......$

اس لیے نل کے قطر کا ناپ تقریباً ۳٫۲۵ انچ ہے۔

مثال ۴ : کسی منشور نما کا ایک سرا ۶ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع اور دوسرا سرا ۲ فٹ ضلع کا منتظم مسدس کی وضع کا ہے۔ مسدس کے تین ضلعے دوسرے سرے کے مثلث کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں۔ بلندی

۱۶ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ع ف سے منشور نما کی وسطی تراش تعبیر ہوتی ہے۔ جس میں ــــ

ا ب = ج د = ع ف = ۴ فٹ

اور ب ج = د ع = ف ا = ۱ فٹ

لیکن ا ب، ج د، ع ف کو دونوں طرف بڑھایا جائے تو معلوم ہوگا کہ شکل ا ب ج د ع ف کا رقبہ ذیل کے دو رقبوں کے فرق کے مساوی ہے:ــ

۶ فٹ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع اور ایک فٹ ضلع کے تین مثلثات مساوی الاضلاع کے رقبہ کا مجموعہ۔

∴ منشور نما کا حجم } = $\frac{ع}{۶}$ (ق۱ + ق۲ + ۴ ق) مکعب فٹ ... دفعہ ۱۶۱

جہاں ع = ۱۶

ق۱ = $\frac{۳ \times ۲ \times ۲ \sqrt{۳}}{۲}$ = ۶ $\sqrt{۳}$ . . . . . دفعہ ۴۵

ق۲ = $\frac{۶^۲ \sqrt{۳}}{۴}$ = ۹ $\sqrt{۳}$ . . . . . . دفعہ ۴۴

ق = ($\frac{۳۶ \sqrt{۳}}{۴}$ − $\frac{۳ \sqrt{۳}}{۴}$) = $\frac{۳۳ \sqrt{۳}}{۴}$ . . . . دفعہ ۴۴

اس لیے منشور نما کا حجم = $\frac{۱۶}{۶}$ (۶ $\sqrt{۳}$ + ۹ $\sqrt{۳}$ + ۳۳ $\sqrt{۳}$) مکعب فٹ

= ۱۲۸ $\sqrt{۳}$ مکعب فٹ

= ۲۲۱٫۷۰۲ مکعب فٹ

مثال ۵:ــ بتاؤ کہ ۵ شلنگ فی ۱۰۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے ذیل کے ابعاد کی خندق

کھدوانے میں کیا اخراجات ہونگے: طول ۲۰۰ فٹ، عرض تہ پر ۱۵ فٹ، تہ کا طولی ڈھال ۱۰۰ میں ۱، کم از کم گہرائی ۱۰ فٹ، بازووں کا ڈھال ۱۰ میں ۱۔

چونکہ خندق کا طول ۲۰۰ فٹ اور تہ کا طولی ڈھال ۱۰۰ میں ۱ اور بالائی سرے پر گہرائی ۱۰ فٹ ہے

∴ نچلے سرے پر گہرائی = $(10 + \frac{1}{100} \times 200)$ فٹ = ۱۲ فٹ

ا۔۔ ظاہر ہے کہ خندق منشور نما ہے اور اس کے دونوں سرے ایسی اشکال منحرف ہیں جن کے قاعدے، ارتفاع اور بازووں کے ڈھال ہمیں معلوم ہیں اور اس لیے مثال ۲ کی طرح ہم ان کے رقبے معلوم کر سکتے ہیں۔

اس لیے۔

خندق کا حجم = $\frac{ع}{6}(ق_1 + ق_2 + 4ق)$ مکعب فٹ ... دفعہ ۱۶۱

جہاں ع = ۲۰۰

$ق_1 = \frac{1}{2}\{15 + (15 + 2 \times 12 \times 10)\} \times 12 = 1620$ ... دفعہ ۳۹

$ق_2 = \frac{1}{2}\{15 + (15 + 2 \times 10 \times 10)\} \times 10 = 1150$ ... دفعہ ۳۹

$ق = \frac{1}{2}\{15 + (15 + 2 \times 11 \times 10)\} \times 11 = 1375$ ... دفعہ ۳۹

اس لیے خندق کا حجم = $\frac{200}{6}(5500 + 1150 + 1620)$ مکعب فٹ

= $\frac{8270 \times 200}{6}$ مکعب فٹ

∴ کھدوائی کے اخراجات = $\frac{5 \times 8270 \times 200}{1000 \times 6}$ شلنگ

= ۶۸ پونڈ ۱۸ شلنگ ۴ پنس

امثلہ نمبری ۳۶ و

۱۔ ایک منشور نما کا ارتفاع ۱۰ فٹ اور دونوں سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے

تناظر ابعاد ۲۸۰ فٹ ، ۲۵۰ فٹ اور ۲۶۰ فٹ ، ۱۹۰ فٹ ہیں حجم معلوم کرو۔

۲ - ایک منشور نما کا ارتفاع ۳ فٹ ۴ انچ اور دونوں سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے تناظر ابعاد ۵ فٹ ۶ انچ ، ۴ فٹ ۸ انچ اور ۳ فٹ ۲ انچ ، ۲ فٹ ۱۰ انچ ہیں : مجسم معلوم کرو ۔

۳ - پانی کا وزن معلوم کرو جو ایک ایسے منشور نما گڑھے میں بھرا جا سکتا ہے جس کی گہرائی ۴ فٹ اور جس کا بالائی حصہ اور تہ ایسے مستطیل ہیں جن کے تناظر ابعاد ۲۴ فٹ ، ۱۰ فٹ اور ۲۲ فٹ ، ۱۴ فٹ ہیں - جواب ٹن میں مطلوب ہے ۔

۴ - ۱۲۰ فٹ لمبے ایک گڑھے کا عرض تہ پر ہر جگہ ۲۴ فٹ ہے - ایک سرے پر اس کی گہرائی ۱۶ فٹ ہے - اور گہرائی میں بالتدریج اضافہ ہوتا ہے یہاں تک کہ دوسرے سرے پر گہرائی ۲۰ فٹ ہو جاتی ہے - ان سروں پر بالائی عرض بالترتیب ۴۷ فٹ اور ۸۶ فٹ ہے : مکعب گزوں میں اس کی گنجائش معلوم کرو ۔

۵ - سروں کے متوازی اور ان کے وسط میں سے گزرنے والی ایک تراش کے ذریعہ ایک منشور نما کو دو حصوں میں منقسم کیا گیا - اگر منشور نما کے سرے ایسے مستطیل ہوں جن کے تناظر ابعاد ۱۴ انچ ، ۱۲ انچ اور ۱۲ انچ ، ۱۰ انچ ہوں اور اگر منشور نما کا ارتفاع ۶ انچ ہو تو ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو ۔

۶ - ایک منشور نما ٹھوس کا قاعدہ مثلث مساوی الاضلاع اور بالائی سرا ایسا منتظم سدس ہے جس کے تین متبادل (یعنی کوئی ضلع اور پھر اس کے بعد ایک ضلع چھوڑ کر دوسرا ضلع) ضلعے قاعدہ کے ضلعوں کے متوازی ہیں - مجسم کا ارتفاع ۱۰ انچ ، قاعدہ کا ہر ضلع ۶ انچ اور مسدس کا ہر ضلع ۴ انچ ہے - حجم معلوم کرو ۔

۷ - ایسے منشور نما وضع کے حوض کو بھرنے کے لیے کتنے گیلن پانی کی ضرورت ہوگی جس کی گہرائی ۳ فٹ اور جس کا بالائی سرا اور تہ ایسے مستطیل ہیں جن کے تناظر ابعاد ۴۰ فٹ ، ۸ فٹ اور ۳۲ فٹ ۶ فٹ ہیں ؟

۸ - ایک ایسی سڑک کی پشتہ بندی کا سماؤ معلوم کرو جس کا طول ۳۰۰ فٹ ہے اور طولی اُتار یکساں ہے - سروں پر بلندی بالترتیب ۵ فٹ اور ۳ فٹ ، بازوؤں کے اُتار ۲ میں ۱ اور بالائی سرے پر ہر جگہ عرض ۲۶ فٹ اور سرے انتصابی مستوی

میں واقع ہیں۔

۹۔ بتاؤ کہ ۱۰ زنجیر طول کی ایک ریلوے کٹائی میں کتنے مکعب گز مٹی ہوگی اگر ذیل کے اعداد مربع گزوں میں اس کی ایسی عرضی تراشوں کے رقبوں کو ظاہر کرتے ہیں جو ایک زنجیر کے فاصلہ پر لی گئی ہیں۔ ۲۷۰، ۲۵۶، ۲۴۲، ۲۳۸، ۲۴۸، ۲۵۰، ۲۶۶، ۲۷۲، ۲۷۶، ۲۷۲، ۲۷۰۔

توضیحی مثالیں

مضلع مخروط کا مقطوع اور مخروط کا مقطوع

۱۶۴۔

مثال ۱: ایک مربع مخروط کی وضع کی چمنی کے تنہ کا کعبی سماؤ معلوم کرو جس کا عرض قاعدہ پر ۴۰ فٹ، بالائی سرے پر ۱۰ فٹ اور تنہ کے رخوں کا ڈھال ۱۰ میں ۱۔ دود کش مستدیر قائم اسطوانہ ہے اور اس کا قطر ۴ فٹ ہے۔ ($\pi = ۳٫۱۴۱۶$)

تنہ کا کعبی سماؤ = مقطوع ہرم کا کعبی سماؤ ـ اسطوانہ کا کعبی سماؤ

چونکہ تنہ کے رخوں کا ڈھال ۱۰ میں ۱ ہے

∴ تنہ کی بلندی : ۱۵ فٹ = ۱۰ : ۱

∴ تنہ کی بلندی = ۱۵۰ فٹ

∴ مقطوع ہرم کا کعبی سماؤ = $\frac{ع}{۳}(ق_۱ + ق_۲ + \sqrt{ق_۱ ق_۲})$ مکعب فٹ

. . . دفعہ ۱۶۲

جہاں ع = ۱۵۰، $ق_۱$ = ۱۰۰، $ق_۲$ = ۱۶۰۰

∴ مقطوع ہرم کا کعبی سماؤ = $\frac{۱۵۰}{۳}(۱۰۰ + ۱۶۰۰ + \sqrt{۱۶۰۰۰۰})$ مکعب فٹ

= ۱۰۵٬۰۰۰ مکعب فٹ

اور اسطوانہ کا کعبی سماؤ = ق ع مکعب فٹ . . . . دفعہ ۱۳۱

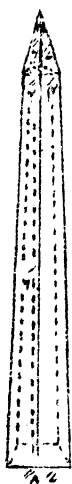
جہاں ق = $\pi ۲^۲$ = ۴ π . . . . دفعہ ۷۱

ع = ۱۵۰

∴ اسطوانہ کا کبعی سماؤ = ۶۰۰ π مکعب فٹ

اس لیے تنہ کا کبعی سماؤ = (۶۰۰ × ۳٫۱۴۱۶ − ۱۰۵٫۰۰) مکعب فٹ

= ۱۰۳٬۱۱۵٫۰۴ مکعب فٹ

مثال ۲: مربع قاعدہ کے مخروطِ مضلع کے مقطوع کا ارتفاع ۶۱ فٹ، قاعدہ ۷ فٹ ۸ انچ کا مربع اور بالائی سرا ۴ فٹ ۶ انچ کا مربع ہے اور اس کے اوپر ایک ایسا مربع مخروط مضلع رکھا گیا ہے جس کے قاعدہ سے راس تک کا عمودی فاصلہ ۷ فٹ ۶ انچ ہے۔ مینار کا حجم مکعب فٹ میں دریافت کرو۔

مقطوع کا حجم = ع/۳ (ق۱ + ق۲ + √ق۱ ق۲) مکعب فٹ ... دفعہ ۱۶۲

جہاں ع = ۶۱

ق۱ = ۴½ × ۴½ = ۸۱/۴ ..... دفعہ ۹

ق۲ = ۷⅔ × ۷⅔ = ۵۲۹/۹ ..... دفعہ ۹

∴ مقطوع کا حجم = ۶۱/۳ (۸۱/۴ + ۵۲۹/۹ + ۶۹/۲) مکعب فٹ

= ۶۱/۳ × ۴۰۸۷/۳۶ مکعب فٹ

مخروطِ مضلع کا حجم = ⅓ ق ع مکعب فٹ .... دفعہ ۱۴۱

جہاں ق = ۴½ × ۴½ = ۸۱/۴ .... دفعہ ۹

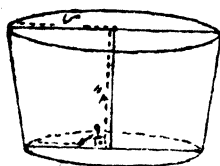
ع = ۷½

∴ مخروطِ مضلع کا حجم = ⅓ × ۸۱/۴ × ۱۵/۲ مکعب فٹ

اس لیے مجموعی مینار کا حجم = (۴۰۸۷ × ۶۱ / ۳۶ × ۳ + ۴۰۵/۸) مکعب فٹ

= ۲۳۵۹ ۵/۲۱۶ مکعب فٹ

مثال ۳: مخروط کے مقطوع کی وضع کی ایک بالٹی کی گنجائش ۴ گیلن ہے۔ اگر گہرائی ۸ انچ اور بالائی سرے اور تہ کے قطروں کی نسبت ۱۰ : ۹ ہو تو انہیں معلوم کرو۔

فرض کرو کہ س انچ = بالٹی کے بالائی سرے کا نصف قطر

تب —

بالٹی کا کعبی سماؤ = $\frac{\pi\,ع}{۳}$ (س² + ر² + س ر) مکعب انچ . . . دفعہ ۱۶۲

جہاں ع = ۸

ر = $\frac{۹}{۱۰}$ س

لیکن بالٹی میں ۴ گیلن یا $۲۷۷\frac{۱}{۴} \times ۴$ مکعب انچ

پانی آسکتا ہے . . . . دفعہ ۱۱۲

∴ $\frac{\pi \times ۸}{۳}$ (س² + $\frac{۸۱}{۱۰۰}$ س² + $\frac{۹}{۱۰}$ س²) = $۲۷۷\frac{۱}{۴} \times ۴$

∴ س² = $\frac{۱۰۰ \times ۷ \times ۳ \times ۱۱۰۹}{۲۷۱ \times ۲۲ \times ۸}$

= ۴۸٫۸۲۷۹.....

∴ س = ۶٫۹۸

اس لیے بالائی سرے کا قطر = ۱۳٫۹..... انچ

اور تہ کا قطر = ۱۲٫۵..... انچ

مثال ۴: ایک مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۳۱ انچ اور ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے: اگر اس مقطوع کا حجم ایک ایسے قائم اُسطوانہ کے حجم کے برابر ہو جس کا ارتفاع $\frac{۱}{۳}$ انچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۶۲ انچ ہو تو مقطوع کے دوسرے سرے کا نصف قطر معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ر انچ = دوسرے سرے کا نصف قطر

تب —

مقطوع کا حجم = $\frac{\pi\,ع}{۳}$ (س² + ر² + س ر) مکعب انچ .... دفعہ ۱۶۲

جہاں ع = ۳۱

س = ۱۰

امثلہ نمبری ۲۶ ب

$(\pi = \frac{22}{7})$

ذیل کے ابعاد والے مخروط مضلع کے مقطوع کا حجم دریافت کرو۔

۱ ۔ سروں کے رقبے ۸ مربع فٹ اور ۵ مربع فٹ، ارتفاع ۳ فٹ ۔

۲ ۔ " " ۱۲ مربع انچ اور ۸ مربع انچ، ارتفاع ۶ انچ ۔

۳ ۔ " " ۳ مربع فٹ ۲۷ مربع انچ اور ۲ مربع فٹ ۲۸ مربع انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۶ انچ ۔

۴ ۔ سروں کے رقبے ۸۵ء۴ مربع فٹ اور ۱۵ء۳ مربع فٹ، ارتفاع ۲ء۵ فٹ ۔

۵ ۔ ایک ایسے مخروط مضلع کے مقطوع کا حجم معلوم کرو جس کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے تمناظر ابعاد ۳۶ انچ ۲۴ انچ اور ۲۷ انچ ۱۸ انچ ہیں اور اس کا ارتفاع ۱۵ انچ ہے ۔

۶ ۔ ایک مخروط مضلع کے مقطوع کے سرے بالترتیب ۵ فٹ اور ۷ فٹ ضلعوں کے مثلثات تساوی الاضلاع ہیں ۔ مقطوع کا ارتفاع ۴ فٹ ہے ۔ اس کا حجم معلوم کرو۔

ذیل کے قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کے حجم دریافت کرو جن میں

۷ ۔ سروں کے نصف قطر ۵ فٹ اور ۶ فٹ، ارتفاع ۴ فٹ ۶ انچ ۔

۸ ۔ سروں کے نصف قطر ۳ فٹ ۸ انچ اور ۲ فٹ ۴ انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۔

۹ ۔ سروں کے نصف قطر ۵ء۷۶ فٹ اور ۲۵ء۴ فٹ، ارتفاع ۵ء۳ فٹ ۔

۱۰ ۔ سروں کے نصف قطر ۳ گز ۲ فٹ اور ۲ گز ۱ فٹ، ارتفاع ۱ گز ۲ فٹ ۹ انچ

۱۱ ۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کے ایک سرے کا محیط ۴۸ انچ اور دوسرے کا ۳۴ انچ ہے اور مقطوع کا ارتفاع ۱۰ انچ ہے ؛ حجم معلوم کرو ۔

۱۲ ۔ ایک مخروط مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے مربعے ہیں جن کے اضلاع کے طول بالترتیب ۶ انچ اور ۸ انچ ہیں ۔ مقطوع کا ارتفاع ۴ انچ ہے ۔ سروں کے

متوازی اور اُن کے عین وسط میں سے گزرنے والی سطح کے ذریعہ مقطوع کو دو حصوں میں قطع کیا گیا : ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۲ فٹ ۹ انچ اور ۲ فٹ ۳ انچ ہیں اور مائل بلندی ۱۰ انچ ہے : حجم معلوم کرو۔

۱۴۔ ایک مخروط مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے منتظم مثمن ہیں جن کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳ فٹ اور ۵ فٹ ہیں۔ ارتفاع ۴ فٹ ہے : حجم معلوم کرو۔

سوالات امتحانات ۲۶

$(\pi = \frac{22}{7})$

منشور نما

۱۔ ترچھے رُخوں کے ایک بن خزانہ (خزانۂ آب) کا قاعدہ ۵۰ فٹ × ۴۰ فٹ اور بالائی سرا ۷۵ فٹ × ۶۰ فٹ اور اس کی انتصابی بلندی ۱۵ فٹ ہے : بتاؤ کہ اس میں کتنے گیلن پانی آسکتا ہے ؟۔

(جامعۂ الہ آباد : انٹرمیڈیٹ)

جامعۂ بمبئی۔ ڈپلوما آف آگریکلچر : دُوسرا امتحان

۲۔ منشور نما کی وضع کے ایک بن خزانہ کا بالائی سرا اور تہ مستطیل ہیں۔ بالائی سرے کے ابعاد ۲۰۰ فٹ × ۱۵۰ فٹ اور تہ کے ابعاد ۱۶۰ فٹ × ۱۳۰ فٹ ہیں۔ اور اس کی یکساں گہرائی ۱۲ فٹ ہے : ۱ شلنگ ۶ پنس فی مکعب گز کے حساب سے اس کی کھدوائی کی اُجرت معلوم کرو۔

۳۔ منشور نما کی وضع کے ایک بن خزانہ کا طول اور عرض بالترتیب ۱۴۰ فٹ اور ۸۰ فٹ ہے۔ تہ کا طول اور عرض بالترتیب ۱۰۰ فٹ اور ۶۰ فٹ ہے اور گہرائی ۱۲ فٹ ہے : بتاؤ کہ کتنے مکعب فٹ زمین

کھودی گئی تھی ؟

۴ - ساگوان کا ایک شہتیر ایک سرے پر ۱ فٹ ۲ انچ عرض اور ۱۰ انچ دبیز ہے اور دوسرے سرے پر اُس کا عرض اور دبازت بالترتیب ۱ فٹ ۶ انچ اور ۱ فٹ ہے اور اس کا طول ۱۴ فٹ ہے: اس کا حجم معلوم کرو -

۵ - سطح زمین پر ایک خطِ مستقیم میں ایک ایسی بدررَو کھدوانا مطلوب ہے جس کا عرض تہ پر ۵ فٹ، بالائی سرے پر عمق ۴ فٹ اور طولی اُتار ۳۲۰ گز میں ۱ فٹ ہو: اگر بازوؤں کا ڈھال ایں ۱ ہو تو بتاؤ کہ پہلے ایک میل میں کتنے مکعب گز زمین کھدوانی پڑیگی ؟

۶ - منشور نماؤں کے لئے ضابطہ بیان کرو اور ذیل کے پُشتہ کا حجم دریافت کرنے کے لیے اُسے استعمال کرو: طول = ۱۰۰ فٹ، سروں کی بلندیاں ۱۰ فٹ اور ۱۴ فٹ بالائی سرے کا عرض = ۵ فٹ، بازوؤں کا جملہ اُتار = ایں ۶

جامعۂ بمبئی: ایل - سی - ای - دوسرا امتحان

۷ - ایک ریلوے کٹائی ایسی زمین میں سے بنائی گئی جو ہموار سطح مائل کی وضع کی ہے اور جس کا رُخ اُسی طرف ہے جس طرف کہ پٹڑیاں جاتی ہیں اس مطلب کے لیے کھود کر نکالی ہوئی مٹی کی مقدار معلوم کرو اگر کٹائی کا طول ۱۰۰ گز، تہ پر عرض ۱۲ گز، ایک سرے کے بالائی حصہ پر عرض ۴۵ گز اور دوسرے پر ۲۵ گز ہو اور اگر ان سروں کے عمق بالترتیب ۱۵ گز اور ۷ گز ہوں -

۸ - ایک ریلوے کٹائی کے بالائی عرض بالترتیب ۱۳۰ اور ۹۰ فٹ ہیں اور ان کی گہرائیاں ۳۰ فٹ اور ۲۰ فٹ ہیں - نیز تہ کا عرض ۳۰ فٹ ہے اور کٹائی کا طول ۶۶ گز، مکعب گز میں جسامت معلوم کرو -

۹ - $\frac{1}{2}$ ۱۱ فٹ بلند گھانس کے ایک تودے کے مستطیلی قاعدہ کا طول ۲۰ فٹ اور عرض ۸ فٹ ہے - زمین سے ۹ فٹ کے فاصلہ پر اولتی میں سے گزرنے والی مستطیلی اُفقی تراش کے اضلاع ۲۲ فٹ اور ۸ء۸ فٹ

ہیں۔ اور اولتی کے اُوپر کا حصہ ایسا مثلثی منشور ہے جس کا طول ۲۲ فٹ ہے۔ اگر ۱۰ مکعب فٹ گھانس کا وزن ۱ ہنڈرڈ ویٹ ہوتا ہو تو بتاؤ کہ گھانس کے کُل تو دے میں کتنے ٹن گھانس ہوگی؟

۱۰۔ ایک مقطوع مخروطِ مضلع کے قاعدہ کا طول اور عرض بالترتیب ۴۵ اور ۳۰ انچ ہے اور بالائی سرے کا ۳۶ اور ۲۴ انچ اور اونچائی ۴۰ انچ ہے۔ مقطوع کو قاعدہ کے ایک ضلع میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے فانہ اور منشور نما میں منقسم کیا گیا ہے۔ مستوی سطح مقطوع کے بالائی سرے کے متناظر ضلع سے ۱۵ انچ کے فاصلہ پر کاٹتی ہے۔ فانہ اور منشور نما کا حجم دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک غار کا طول ۸۵۸ فٹ اور تہ پر یکساں عرض ۵۰ فٹ ہے۔ ایک سرے پر اس کی گہرائی ۱۸ فٹ ہے اور اس میں بالتدریج اضافہ ہوتا ہے یہاں تک کہ دوسرے سرے پر اُس کی گہرائی ۲۰ فٹ ہو جاتی ہے۔ ان سروں کے بالائی عرض بالترتیب ۱۰۴ اور ۱۱۰ فٹ ہیں: غار میں مکعب گزوں کی تعداد معلوم کرو۔

۱۲۔ بتاؤ کہ ایک ایسا مسطح پشتہ بنانے کے لئے کتنے مکعب فٹ مٹی کی ضرورت ہوگی جس کا طول ۱۵۰۰ فٹ، سروں پر گہرائی ۱۷ فٹ اور ۱۲ فٹ، بالائی حصہ پر عرض ۲۰ فٹ ہے اور جس کے بازوؤں کا اُتار ۱½ میں ۱ ہے۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ای)

۱۳۔ منشور نما کے حجم دریافت کرنے کا ضابطہ بیان کرو اور اُس کا مفہوم سمجھاؤ۔ ایک تالاب کا ناپ بالائی حصہ پر ۳۶۴ فٹ × ۳۲۵ فٹ اور تہ پر ۲۷۶ فٹ × ۲۸۵ فٹ ہے اور اس کا عمق ۱۰ فٹ ہے: اگر اُس کے وسط میں ۲۷ فٹ قطر کا ایک مستدیر بُرج ہو تو بتاؤ کہ تالاب کا تین چوتھائی حصہ بھرنے کے لیے کتنے مکعب فٹ پانی کی ضرورت ہوگی؟
(سب پورا انجینیرڈ پارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۴۔ بتاؤ کہ قائم مستدیر مخروط کا حجم دریافت کرنے کا ضابطہ منشور نما کے ضابطہ سے کس طرح اخذ کیا جا سکتا ہے۔ (سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماھانہ)

۱۵- مٹی کے ۳۰۰ فٹ لمبے ایک بند کے دونوں سرے انتصابی ہیں جن میں سے ایک کی بلندی ۲۰ فٹ اور دوسرے کی بلندی ۴۰ فٹ ہے۔ بند کی تہ ایک سرے سے دوسرے کی طرف یکساں طور پر ڈھلوان ہے۔ بند کا بالائی حصہ اُفقی اور ۲۰ فٹ چوڑا ہے۔ ایک رُخ کا طرفی اُتار ۲ اُفقی فاصلہ میں ۱ انتصابی ہے اور دوسرے رُخ کا اُتار ۴ میں ۱۔ بند میں مٹی کی مقدار کا تخمینہ کرو۔ (سب اوورسیئرز اپرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۶- ایک منشور نما کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۱۲ فٹ × ۱۰ فٹ اور ۸ فٹ × ۶ فٹ ہیں اور منشور نما کا ارتفاع ۴ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی اور اُن کے وسط میں سے گزرنے والی سطح کے ذریعہ منشور نما کو دو حصوں میں منقسم کیا گیا ہے: ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔ (سب اوورسیئرز اپرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۷- ایک مسطح زمین کے بڑے سے بڑے اُتار پر ایک سڑک بنائی گئی ہے۔ سڑک کا بالائی عرض ۲۰ فٹ، طرفی اُتار ۲ اُفقی میں ایک انتصابی ہے۔ سڑک کے ایک ایسے حصہ میں مٹی کی مقدار معلوم کرو جس کا طول ۴ زنجیر ہے۔ اس حصۂ سڑک کے آغاز اور اختتام پر پشتہ کی بلندیاں بالترتیب ۱۰ فٹ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ (سب اوورسیئرز اپرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۸- کوئلہ کی ایک ایسی واگن کی گنجائش معلوم کرو جس کے بالائی حصہ کا ناپ طول میں ۶ فٹ ۹ انچ اور عرض میں ۴ فٹ ۶ انچ اور تہ کے ناپ ۳ فٹ ۶ انچ × ۲ فٹ ۶ انچ اور عمق ۴ فٹ ہے۔ (" ")

۱۹- ریل کی ایک سڑک کے پشتہ کا طول نصف میل ہے اور بالائی حصہ کا مستقل عرض ۳۰ فٹ ہے۔ ایک سرے پر اس کی بلندی ۲۵ فٹ ہے اور اس میں بالتدریج کمی ہوکر دوسرے سرے پر بلندی ۱۲ فٹ رہ جاتی ہے قاعدہ پر سروں کے عرض بالترتیب ۱۲۰ فٹ اور ۸۰ فٹ ہیں۔ ۵ روپیہ فی ۱۰۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے پشتہ بندی کی اُجرت معلوم کرو۔
(سب اوورسیئرز اپرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان فائینل)

۲۰ - کسی منشور نما کا ایک سرا ۲ فٹ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع اور دوسرا سرا ۱ فٹ ضلع کا منتظم مسدس ہے ۔ مسدس کے تین تبادلہ ضلعے دوسرے سرے کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں ۔ ارتفاع ۳ فٹ ہے : حجم معلوم کرو ۔ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۲۱ - کوئلے کی ایک ایسی واگن کا حجم معلوم کرو جس کی گہرائی ۴۷ انچ ہے اور بالائی حصہ اور تہ ایسے مستطیل ہیں جن کے تناظر ابعاد ۸۱ انچ × ۵۴ انچ اور ۴۲ انچ × ۳۰ انچ ہیں ۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۲۲ - منشور نما کی وضع کی ایک ایسی لگن کی گنجائش معلوم کرو جس کی تہ کا طول ۴۸ انچ اور عرض ۴۰ انچ اور بالائی حصہ کا طول ۵ فٹ اور عرض ۴ فٹ اور گہرائی ۳ فٹ ہے ۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۲۳ - ۱۰ میں ۱ کے اُتار پر ایک پشتہ بنایا گیا ہے ۔ اس کا بالائی حصہ متوازی الافق اور ہر جگہ اُس کی تراش شکل منحرف کی وضع کی ہے ۔ اُتار پر زیادہ سے زیادہ بلندی ۷۵ فٹ ہے ۔ بالائی حصہ کا عرض ۲۶ فٹ اور بازودں کا اُتار ۱ میں ۱ ہے ۔ پشتہ کے ۱۶۰ گز طول میں مکعب گز کی تعداد معلوم کرو ۔ (سوپیریر اکونٹس)

سوالات امتحانات

مخروطِ مضلع کے مقطوع

۲۴ - ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے مربعے ہیں جن کے اضلاع کے طول بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۳۰ فٹ ہیں ۔ ایک سرے کے کسی ضلع کے نقطۂ وسطی کو دوسرے سرے کے تناظر ضلع کے نقطۂ وسطی سے ملانے والے خطِ مستقیم کا طول ۱۳ فٹ ہے ۔ حجم معلوم کرو ۔ (جامعۂ الہ آباد : - انٹرمیڈیٹ)

۲۵ - ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سرے بالترتیب ۶ فٹ اور ۴ فٹ ضلعے کے مسدس ہیں اور اُس کی مائل بلندی ۱۰ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی-اے)

۲۶ - ایک غیر مکمل مینار ہشت وضع کا ہے اور قاعدہ کا محیط ۸۰ فٹ ہے۔ قاعدہ سے ۵۵ فٹ کی بلندی پر جہاں کہ تعمیر ختم کر دی گئی ہے اُس کے گرد کا ناپ ۳۰ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ اُس میں کتنے مکعب فٹ چنائی ہے؟ (جامعۂ مدراس: امتحان بی-اے)

۲۷ - قائم مخروطِ مضلع کے مقطوع کا حجم دریافت کرو جس کا قاعدہ ن ضلعی منتظم شکل کا ہے۔ (جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف-اے)

۲۸ - ایک قائم مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سروں کے رقبے ی، ی۲ اور دبازت ک ہے ثابت کرو کہ اس کا حجم $\frac{ک}{۳}$ (ی + $\sqrt{ی ی_۲}$ + ی۲) ہے۔ (جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف-اے)

۲۹ - ایک تالاب کی تہ ۱ ایکڑ رقبہ کا مربع ہے۔ اس کی گہرائی ۱۰ فٹ اور بازوؤں کے اُتار ۱$\frac{۱}{۲}$ میں ا ہے، کتنے مکعب فٹ پانی اس میں آسکتا ہے۔ (سب پورا یونیٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۳۰ - ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سرے مثلثات قائم الزاویہ ہیں۔ ایک سرے کے زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع ۲ فٹ اور ۳ فٹ اور دوسرے سرے کا چھوٹے سے چھوٹا ضلع ۸ فٹ ہے اور مقطوع کا ارتفاع ۷ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔ (سب پورا یونیٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۳۱ - ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے مثلثات مساوی الاضلاع ہیں جن کے ضلعوں کے طول بالترتیب ۶ فٹ اور ۷ فٹ ہیں اور مقطوع کے مائل کنارے کا طول ۹ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔ (سب پورا یونیٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان فائنل)

۳۲ - ایک حوض مربع قاعدہ کے ایسے قائم مخروطِ مضلع کے مقطوع کی وضع کا ہے جو الٹ دیا گیا ہو۔ تہ پر ضلع کا طول ۴۰ فٹ اور زمین کی سطح پر ۱۲۰ فٹ ہے (مخروطِ مضلع کا ارتفاع اگر مقطوع کو مکمل کر دیا جائے تو قاعدہ کے ضلع کے برابر

ہوتا ہے) - ۲ فٹ دبازت میں حوض کی چُنائی کی جائیگی - ۲ روپیہ فی کمعب فٹ کے حساب سے چُنائی کی قیمت معلوم کرو۔
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۳۳ - ایک منشورنما جسم کا قاعدہ ایک مربع ہے - اور بالائی حصہ ایسا منتظم مثمن ہے جس کے چار متبادل اضلاع قاعدہ کے ضلعوں کے متوازی ہیں۔ مجسم کا ارتفاع ۱۲ فٹ، قاعدہ کے اضلاع $3\frac{1}{2}$ فٹ اور بالائی حصہ کے اضلاع ۱ فٹ ہیں : اس کا حجم معلوم کرو۔ (" ")

۳۴ - اُس منتظم مسدسی مخروطِ مضلع کے مقطوع کی جسامت کیا ہے جس کے سروں کے اضلاع ۴ اور ۶ فٹ ہیں اور ارتفاع ۲۴ فٹ ہے ؟
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۳۵ - ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کا ارتفاع ۱۲٫۵ انچ ہے - اس کے سرے ایسے مثمن ہیں جن کے ضلعے بالترتیب ۴ انچ اور ۲ انچ ہیں : مقطوع کا حجم معلوم کرو۔ (رُڑکی انجینیر : فائینل)

مقطوع مخروط

۳۶ - ایک پیپے کی وضع ایسی ہے جو مخروط کے دو مساوی مقطوعات کو قاعدہ بہ قاعدہ ملا دینے سے بنتی ہے اُس کا بالائی قطر ۲۰ انچ درمیانی قطر ۲۵ انچ اور طول ۳ فٹ ۴ انچ ہے : اُس کی گنجائش گیلن میں دریافت کرو ($277\frac{1}{4}$ کمعب انچ = ۱ گیلن)
(جامعۂ بمبئی - ڈپلوما آف اگریکلچر : دوسرا امتحان)

۳۷ - گھانس کے ایک تودہ کا نچلا حصہ مقطوع مخروط کی وضع کا ہے اور اوپر کا حصہ مختلف زاویہ کا ایک مخروط ہے اس کے قاعدہ کا محیط ۴۰ اور اونچی کا محیط ۶۰، مقطوع کی عمودی بلندی ۵ فٹ اور مخروط کی بلندی ۱۶ فٹ ہے : بتاؤ کہ اس تودہ میں کتنے کمعب گز گھانس ہے ؟ (" ")

۳۸ - ایک قائم مستدیر مقطوع مخروط کی وضع کے برتن کی تہ کا قطر ۳۲ انچ ہے - محور میں سے گزرنے والی تراش کے وتر اس طرح ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک وتر کے قطعات ۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہیں - برتن کا حجم معلوم کرو -
(جامعۂ بمبئی : ایل - سی - ای - دوسرا امتحان)

۳۹ - اُس قائم مخروط کے مقطوع کا حجم کیا ہے جس کے دو مستدیر سروں کے رقبے بالترتیب ۱۲۵۶٫۶۴ اور ۷۸٫۵۴ مربع انچ ہیں اور مکمل مخروط کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے ؟ (جامعۂ پنجاب : سیول انجنیرنگ کا پہلا امتحان)

۴۰ - چاندی کا ایک جام مقطوع مخروط کی وضع کا ہے - بالائی قطر اندر سے ۶ انچ، نچلا قطر ۳ انچ، بلندی ۶ انچ اور دھات کی دبازت $\frac{1}{8}$ انچ ہے - وزن معلوم کرو (کثافتِ اضافی ۱۱٫۰۰) [جامعۂ مدراس : امتحان بی - ای]

۴۱ - ایک مستدیر کنوئیں کا قطر ۷ فٹ ۶ انچ اور عمق ۳۲ فٹ ہے : چُنائی کی استرکاری کی مقدار معلوم کرو جس کی دبازت بالائی حصہ پر ۲ فٹ اور تہ پر ۴ فٹ ۹ انچ ہے ڈھال عقب کی جانب ہے - (جامعۂ مدراس : امتحان بی - ای)

۴۲ - قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کا حجم دریافت کرنے کا قاعدہ لکھو -

۴۳ - مقطوع مخروط کی وضع کے ایک ڈول کی گہرائی ۱۰ انچ، مُنہ کا قطر ۱۲ انچ اور تہ کا قطر ۹ انچ ہے : بتاؤ کہ ۲۰۰۰ گیلن پانی کے حوض میں یہ ڈول کتنی مرتبہ بھرا جا سکتا ہے (ایک گیلن = ۲۷۷٫۲۷۴ مکعب انچ)

۴۴ - ایک ایکر زمین کا پانی نکالنے کے لئے مقطوع مخروط کی شکل کا ایسا کُنڈ کھُدوایا گیا ہے جس کی سطحی تراش کا نصف قطر ۳۰ گز اور تہ کا ۲۰ گز ہے اور عُمق ۱۵ فٹ ہے - یہ فرض کرکے کہ بارش کے پانی کا $\frac{2}{5}$ واں حصہ زمین میں جذب نہیں ہوتا اور کنڈ میں جاتا ہے اور زیر زمین کے پانی کو نکالنے کے لئے نالیوں کا انتظام نہیں ہے نیز تبخیر کا عمل نظر انداز کیا جا سکتا ہے تو روزانہ اوسط بارش کی مقدار معلوم کرو جب کہ ۲ ماہ میں حوض کا $\frac{1}{2}$ حصہ بھر جاتا ہے -
(ایک ماہ = ۳۰ دن) - (جامعۂ کلکتہ : امتحان ایف - اے)

۴۵ - ایک قائم مستدیر مخروط کا مقطوع لوہے کا بنا ہُوا ہے - اُس کا

ارتفاع ۱۵ انچ ہے۔ اُس کے چھوٹے رُخ کا قطر ۹ انچ اور بڑے رُخ کا ۱۶ انچ ہے۔ ہر دو مستوی رُخ میں مخروطی وضع کے سوراخ بنائے گئے ہیں۔ اِن سوراخوں کے قاعدوں کے قطر اپنے متناظر رُخ کے قطر کے نصف ہیں سوراخوں کے محاور مقطوع کے محور پر منطبق ہوتے ہیں اور اُن کے راس محور کے نقطۂ وسطی پر ملتے ہیں۔ سوراخوں میں سیسہ بھر گیا۔ مرکب جسم کا وزن معلوم کرو اگر لوہے کی کثافت اضافی ۷٫۸ اور سیسہ کی ۱۱٫۴ ہو۔ (سب پوڈا انجینیر ڈپارٹمنٹ : سالانہ)

۴۶۔ لوہے کے ایک قائم مستدیر مخروط کی بلندی ۱۰ انچ اور نصف راس زاویہ ۳۰° ہے۔ مخروط کو قاعدہ کی متوازی تراش سے بلندی کے نقطۂ وسطی پر دو حصوں میں کاٹا گیا۔ اِس طرح حاصل شدہ مقطوع سے $\frac{1}{16}$ انچ قطر کا تار بنایا گیا: تار کا طول دریافت کرو۔ (" ")

۴۷۔ پومپی (Pompey) کے ستون کا تنہ ایک ہی سنگ مرمر کا بنا ہوا ہے۔ اِس کی بلندی ۹۰ فٹ ہے۔ ایک سرے پر قطر ۹ فٹ اور دوسرے سرے پر ۷ فٹ ۶ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔ (سب پوڈا پرنٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ)

۴۸۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی مائل بلندی ۵ فٹ اور سروں کے نصف قطر ۷ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں: حجم معلوم کرو۔ (" ")

۴۹۔ دو یا تین صورتوں میں محسوب کر کے ذیل کے مسئلہ کی تصدیق کرو: اگر ایک قائم مستدیر مخروط کو ایک مخروط اور ایک مقطوع مخروط میں منقسم کیا جائے اور مقطوع کو ٹھیک اِس قدر تراشا جائے کہ وہ قائم مستدیر اسطوانہ میں تبدیل ہو جائے۔ اگر مقطوع کا ارتفاع ابتدائی مخروط کے ارتفاع کا ایک تہائی ہو تو اُسطوانہ کا حجم باقی تمام اشکال سے زیادہ اور ابتدائی مخروط کا $\frac{4}{9}$ ہوگا۔

(سب پوڈا پرنٹس ڈپارٹمنٹ : امتحان فائنل)

۵۰۔ ایک مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۷ فٹ اور دونوں سروں کے نصف قطر بالترتیب ۴ فٹ اور ۵ فٹ ہیں۔ سروں کے متوازی اور چھوٹے سرے سے ۳٫۸۴ فٹ کے فاصلہ پر مستوی سطح سے مقطوع کو دو حصوں میں تراشا

گیا ہے۔ ثابت کرو کہ دونوں ٹکڑے مساوی حجم کے ہیں۔
(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان فائینل)
رُڑکی انجینیر: داخلہ

۵۱۔ ایک مستول کا قطر تہ پر ۳۰ انچ اور بالائی حصہ پر ۱۵ انچ ہے: اگر مستول میں ۱۳۷½ مکعب فٹ لکڑی ہو تو اس کی بلندی فٹ میں معلوم کرو۔

۵۲۔ ایک ڈول مقطوع مخروط کی وضع کا ہے (بلندی = ۹ انچ، بالائی سرے اور تہ کے قطر بالترتیب = ۱۰ انچ اور ½ ۱۲ انچ): بتاؤ کہ ۵ فٹ قطر کے کنوئیں میں سے چوبیس مرتبہ ڈول بھر کر نکالنے کے بعد کنوئیں میں پانی کی سطح کس قدر نیچے اُتر جائیگی۔

۵۳۔ ایک مرتبہ بارش کے دوران میں ۱۲ انچ گہری ایک معمولی بالٹی کو مسطح چھت پر رکھا گیا اور ایک گھنٹہ کے بعد معلوم ہوا کہ بالٹی میں پانی کی انتصابی بلندی ۴ انچ ہے۔ منہ اور تہ پر بالٹی کے قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۳ انچ ہیں۔ بتاؤ کہ فی گھنٹہ کس شرح سے بارش ہو رہی تھی۔

۵۴۔ مقطوع مخروط کی وضع کے ایک سنگ مرمر کے ٹکڑے کے سروں کے قطر ½ ۱ اور ۴ فٹ ہیں۔ اور اس کی مائل بلندی ۸ فٹ ہے: ۱۲ شلنگ فی مکعب فٹ کے حساب سے اس کی کیا قیمت ہوگی؟

۵۵۔ ایک کسار آرادہ کرتا ہے کہ مقطوع مخروط کی وضع کی ایسی کیتلی بنائے جس میں ۱۳٫۸۸۲۷ گیلن پانی آسکے۔ کیتلی کی گہرائی ۱ فٹ اور بالائی حصہ اور تہ کے قطروں کی نسبت ۵ : ۳ ہے۔ قطر کیا ہیں؟

۵۶۔ دو مخروطی مقطوعات کو قاعدوں پر ملا کر ایک پیپہ بنایا گیا ہے۔ اگر اس کا درمیانی قطر ۳۶ انچ اور بالائی قطر ۲۰ انچ اور طول ۴۰ انچ ہو تو بتاؤ کہ کتنے شاہی گیلن اس میں سما سکتے ہیں۔

۵۷۔ ایک برآمدہ ذیل کے ابعاد والے سنگ مرمر کے چھ ستونوں سے سہارا ہوا ہے: ہر ایک کے بالائی اور نچلے حصوں کا قطر بالترتیب ۲ فٹ ½ ۲ فٹ ہے اور طول ۲۰ فٹ ہے۔ ۲ روپیہ فی مکعب فٹ کی شرح سے

اُن کی مجموعی قیمت کیا ہوگی ؟-

رڑکی ایرسب آرڈینیٹ : داخلہ

۵۸ - لکڑی کی ایک ناٹ مقطوع مخروط کی وضع کی ہے - بڑے سرے کا قطر ۱۶ انچ اور چھوٹے سرے کا ۱۲ انچ ہے - انتصابی بلندی ۹ فٹ : ۱ روپیہ ۸ آنہ فی مکعب فٹ کے حساب سے اس کی قیمت کیا ہوگی ؟

۵۹ - مربع قاعدہ کے ایک مخروط بضلع کے مقطوع کو ٹھیک اس قدر تراشا گیا ہے کہ وہ مقطوع مخروط میں تحویل ہوجائے : بتاؤ کہ اس طرح ابتدائی حجم کے $\frac{1}{10}$ ویں حصہ سے قدرے زیادہ مادہ نکل گیا۔

۶۰ - ایک مقطوع مخروط کے سروں کے نصف قطر ۱۵ اور ۲۴ فٹ ہیں اور مائل بلندی ۱۲ فٹ ہے : حجم معلوم کرو۔

۶۱ - گھاس کے ایک تودہ کا نچلا حصہ اُلٹے مقطوع مخروط کی وضع کا ہے اور اُس کے اُوپر کا حصہ مختلف زاویہ کا ایک مخروط ہے - زیادہ سے زیادہ بلندی ۲۵ فٹ' بڑے سے بڑا محیط ۴۰ فٹ' مقطوع کا ارتفاع ۱۵ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۰ فٹ ہے : مکعب گزوں میں حجم معلوم کرو۔

رڑکی ایرسب آرڈینیٹ : ماہانہ

۶۲ - ایک بالٹی مقطوع مخروط کی وضع کی ہے - تہ کا قطر ۱ فٹ اور بالائی قطر ۱ فٹ ۳ انچ ہے - گہرائی ۱ فٹ ۶ انچ ہے - قریب ترین پونڈ تک معلوم کرو کہ پانی سے بھری ہوئی بالٹی کا وزن' خالی بالٹی کے وزن سے کس قدر زیادہ ہوگا۔

۶۳ - ذیل کے ابعاد والے چمنی کے تنہ میں چُنائی کی مقدار مکعب فٹ میں معلوم کرو' قاعدہ کا قطر ۳ فٹ اور بالائی قطر ۶ فٹ' قاعدہ پر دُودکش کا قطر ۳ فٹ اور بالائی حصہ پر ۲ فٹ چمنی کے بیرونی رُخ کی سلامی ۲۰ میں ایک ہے۔

۶۴ - ۴ فٹ چوڑے اور ۱۲ فٹ گہرے اُسطوانہ کی وضع کے ایک کنوئیں کو ایک ایسی بالٹی سے خالی کیا جاتا ہے جس کا بالائی عرض ۲۱ انچ' تہ پر عرض ۱۸ انچ اور گہرائی ۱۵ انچ ہے : یہ فرض کرکے کہ ہر مرتبہ بالٹی کا $\frac{8}{9}$ حصہ پانی سے بھر کر باہر آتا ہے بتاؤ کہ کنوئیں کو خالی کرنے کے لئے بالٹی کو کتنی دفعہ نیچے اُتارنا ہوگا۔

رُڑکی انجینیر : فائینل

۶۵ ـ ایک مستدیر چمنی کے تنہ کی دائری ٹھوس بنیاد کا قطر ۳۰ فٹ اور گہرائی ۱۰ فٹ ہے ـ تنہ کے ناپ حسبِ ذیل ہیں :-

(۱) عمودی بلندی ۲۰۰ فٹ

(۲) بیرونی قطر قاعدہ پر ۲۸ فٹ

(۳) بیرونی قطر بالائی حصہ پر ۸ فٹ

(۴) دُود کش کا قطر ۴ فٹ

پُوری چُنائی کی مقدار معلوم کرو ـ

۶۶ ـ ایک بالٹی کا اندرونی قطر بالائی اور نچلے حصہ پر بالترتیب ۱۵ انچ اور ۸ انچ اور گہرائی ۱۳ انچ ہے ـ اسے دوران بارش میں ہموار سطح پر رکھ دیا گیا ہے ـ اگر ۳۰ منٹ کے بعد بالٹی میں پانی کی گہرائی ۴ انچ ہو تو بارش کی مقدار فی گھنٹہ دریافت کرو ـ

۶۷ ـ ایک پہاڑی پر جس کا اُتار ۴ میں ایک ہے ایسا ٹیلا بنوانا مطلوب ہے جس کا بالائی سرا ۲۰ فٹ ضلع کا چورس مربع ہے ـ مربع کے دو اضلاع اُتار کی سمت میں ہیں اور دو اس کے علی القوائم ـ ٹیلے کے پاندوں کا میلان ۴۵° ہے ـ مربع کا ایک ضلع زمین کی ابتدائی سطح سے ۵ فٹ بلند ہے اور اس کے مقابل کا ضلع ۱۲ فٹ بلند ہے ـ ٹیلے کا حجم مکعب فٹ میں معلوم کرو ـ

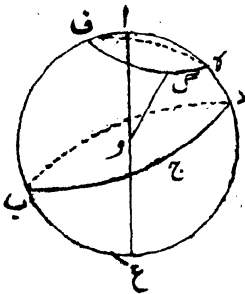
(رُڑکی انجینیر : داخلہ)

باب بست و ہفتم

کُرہ۔ کُروی خول اور کُرہ نما

۱۶۵۔ کُرہ وہ مجسم ہے جو ایک ایسی سطح سے گھرا ہُوا ہو کہ مجسم کے اندر ایک خاص نقطہ سے سطح تک کھینچے ہوئے تمام خطوطِ مستقیم ایک دُوسرے کے مساوی ہوں۔

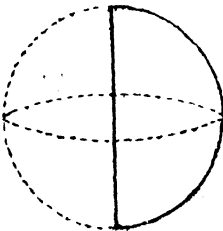
یہ نقطہ کُرہ کا مرکز کہلاتا ہے۔

کُرہ کے نصف قُطر سے وہ خطِ مستقیم مُراد ہے جو اُس کے مرکز سے حائط سطح تک کھینچا جائے۔

کُرہ کا قطر وہ خطِ مستقیم ہے جو مرکز میں سے گزر کر دونوں طرف حائط سطح تک پہنچتا ہے۔

کسی مستوی سطح سے کُرہ کی تراش ایک دائرہ ہوتی ہے۔

اگر کاٹنے والی مستوی سطح کُرہ کے مرکز میں سے گزرے تو ایسی تراش کو دائرۂ کبیرہ کہتے ہیں۔

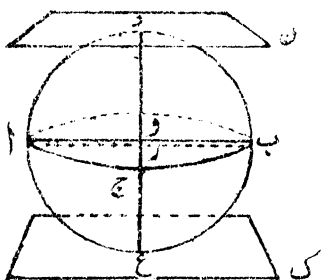
اگر کاٹنے والی مستوی سطح کُرہ کے مرکز میں سے نہ گزرے تو تراش کو دائرۂ صغیرہ کہتے ہیں۔

مثلاً کُرہ ا ب ع دیں۔

وَ کُرہ کا مرکز ہے۔
وگ نصف قطر ہے۔
ا ع قطر ہے۔
ب ج د دائرۂ کبیر ہے۔
ف گ ہ دائرۂ صغیر ہے۔
اگر کسی نصف دائرہ کو اُس کے قطر کے گرد گھمایا جائے تو کُرہ بنتا ہے (دیکھو شکل)۔
ٹینس کا گیند کُرہ کی عام مثال ہو سکتا ہے۔

مسئلہ (۳۹)

۱۶۶۔ کُرہ کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کا قطر دیا ہوا ہو۔
فرض کرو کہ ادب ع ایک کُرہ ہے اور اُس کے قطر ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ ادب ع کا حجم ر کی رقوم میں معلوم کریں۔
چونکہ کُرہ، منشور نمائی مجسم ہے (دفعہ ۱۶۱)
اس لئے ضابطہ ــــ

$$ح = \frac{ع}{۶}(ق + ق_{۲} + ۴ ق)$$

سے کُرہ کا حجم دریافت ہو سکیگا۔ دفعہ ۱۶۱
اب اگر ہم کُرہ اور دو متوازی مماسی مستوی سطحوں ن اور ک کے نقاط تماس کو کُرہ کے دو متوازی سرے تصور کریں تو دائرہ ا ب ج کو ان متوازی سروں کے درمیان کی وسطی تراش تصور کیا جا سکتا ہے اور قطر د ع متوازی سروں کا درمیانی

کا فاصلہ ہو گا۔
اس لئے ضابطہ ــــ ح = $\frac{ع}{٦}$ (ق، + ق٢ + ٤ ق) میں ہم ذیل کے اندراجات کر سکتے ہیں :ــ

ع = ر
ق٢ = ۰
ق١ = ۰
ق = $\frac{٢٢}{٧}$ ر٢ . . . . دفعہ ١٧

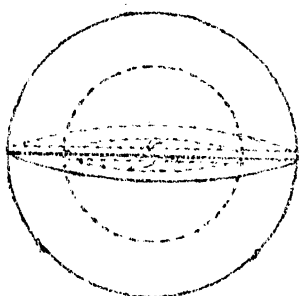
∴ کرہ کا حجم = $\frac{ر}{٦}$ (۰ + ۰ + ٤ ۰ $\frac{٢٢}{٧}$ ر٢) مکعب اکائیاں

= $\frac{٨٨}{٢١}$ ر٣ مکعب اکائیاں

قاعدہ ــــ کرہ کے قطر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کے مکعب کو ٢٢ سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا چھٹا حصہ کرہ کے حجم میں متناظر مکعب اکائیوں کو تعبیر کریگا۔
یا مختصراً ــــ

کرہ کا حجم = $\frac{٢٢}{٤٢}$ × (قطر)٣

ح = $\frac{٨٨}{٢١}$ ر٣ . . . . (١)

∴ ر = $\sqrt[3]{\frac{٢١ ح}{٨٨}}$ . . . . (٢)

١٩٤۔ کروی خول کے حجم کے لئے دو ہم مرکز کروں کے قطروں کی رقم میں ضابطہ آسانی کے ساتھ اخذ کیا جا سکتا ہے۔ کیونکہ خول کا حجم دو ہم مرکز کروں کے حجموں کے فرق کے مساوی ہوتا ہے۔

∴ خول کا حجم = $\frac{٨٨}{٢١}$ ر١٣ ـ $\frac{٨٨}{٢١}$ ر٢٣ . . . . . دفعہ ١٩٣

= $\frac{٨٨}{٢١}$ (ر١٣ ـ ر٢٣)

جہاں س اور ر دونوں کروں کے قطر اور ح خول کا حجم ہے۔

$$\therefore \quad ح = \frac{\pi}{6}(س - ر)(س^2 + سر + ر^2)$$

$$= \frac{\pi}{6} . س^2 . (س - ر)\left(1 + \frac{ر}{س} + \frac{ر^2}{س^2}\right)$$

اب فرض کرو کہ خول کی دبازت قطر س کے مقابلہ میں کم ہے۔
تب $\frac{ر}{س}$ تقریباً اکائی کے مساوی ہے اور

$$ح = \frac{\pi}{6} . س^2 (س - ر) \times 3 \text{ تقریباً}$$

$$= \frac{\pi}{2} س^2 \times 2 ٹ \text{ تقریباً} \quad (\text{جہاں } ٹ = \text{خول کی دبازت})$$

$$ح = \pi . س^2 . ٹ \text{ تقریباً}$$

نیز اگر خول کی دبازت قطر س کی تقریباً نصف ہو یعنی اگر خول تقریباً ٹھوس کرہ ہو تو $\frac{ر}{س}$ بہت چھوٹی مقدار ہوگی۔
اور —

$$ح = \frac{\pi}{6} . س^2 (س - ر) \text{ تقریباً}$$

$$= \frac{\pi}{6} س^2 \times 2 ٹ \text{ تقریباً} \quad (\text{جہاں } ٹ = \text{خول کی دبازت})$$

$$= \frac{\pi}{3} س^2 . ٹ \text{ تقریباً}$$

۱۶۸ — اگر کرہ کو مقابل کے قطبین پر چپٹا کر دیا جائے تو اسے کرہ نما کہتے ہیں۔

زمین ایک کرہ نما ہے۔

قطع ناقص کو اگر اس کے ایک محور کے گرد گھمایا جائے تو ایسا مجسم پیدا ہوتا ہے۔

شکل

اگر قطع ناقص اپنے محور اصغر کے گرد گھومے تو جو کرہ نما

پیدا ہوتا ہے اُس کو چپٹا کُرہ نما کہتے ہیں (دیکھو شکل ۲۱)

اگر قطع ناقص اپنے محورِ اعظم کے گرد گھومے تو جو کُرہ نما پیدا ہوتا ہے اُس کو لمبوترا کُرہ نما کہتے ہیں (دیکھو شکل ۲۲)۔

شکل ۲۲

گیند تقریباً چپٹے کُرہ نما کی عام مثال اور رگبی (Rugby) فٹ بال لمبوترے کُرہ نما کی عام مثال ہو سکتے ہیں۔

دفعہ ۱۶۱ جیسا کہ بیان کیا جا چکا ہے کُرہ نما منشور نمائی مجسم ہیں۔ اس لئے ان کے حجم بھی ذیل کے ضابطہ سے دریافت کیے جا سکتے ہیں:—

$$ح = \frac{ع}{۶}(ق_۱ + ق_۲ + ۴ ق) \quad \ldots \ldots \text{دفعہ ۱۶۱}$$

اب کُرہ کی طرح کُرہ نما کی دو متوازی مماسی سطحوں کے نقاطِ تماس کو کُرہ نما کے دو متوازی سرے تصور کر سکتے ہیں۔

اس لئے ہم لکھ سکتے ہیں کہ—

$$ق_۱ = ۰$$

$$ق_۲ = ۰$$

اور قطع ناقص (جس کے گھومنے سے کُرہ نما بنتا ہے) کا محورِ اعظم ۲ ا اور محورِ اصغر ۲ ب ہو تو ہم یہ بھی مندرج کر سکتے ہیں—

$ع = ۲ ب$ اور $ق = \pi ا^۲$ جب کہ کُرہ نما چپٹا ہے۔

اور $ع = ۲ ا$ اور $ق = \pi ب^۲$ جب کہ کُرہ نما لمبوترا ہے۔

ان اندراجات کی بنا پر ہمیں ذیل کے ضابطے حاصل ہوتے ہیں:—

(۱) چپٹے کُرہ نما کے لیے

$$ح = \frac{۲ ب}{۶}(۰ + ۰ + ۴ \times \pi ا^۲)$$

$$= \frac{۴}{۳}\pi ا^۲ ب$$

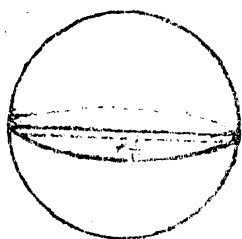
(۲) لمبوترے کرہ نما کے لیے

$$ح = \frac{۲ ل}{۶}(۰ + ۰ + ۴ \times \pi ب^۲)$$

$$= \frac{۴}{۳} \pi ل ب^۲$$

۱۶۹ - توضیحی مثالیں

مثال ۱ : $۳\frac{۱}{۲}$ انچ قطر کے ایک کرہ کا وزن ۹ اونس ہے : اُس مادہ کے ایک مکعب فٹ کا وزن معلوم کرو جس سے کہ کرہ بنایا گیا ہے ۔

کرہ کا حجم = $\frac{\pi ر^۳}{۶}$ مکعب انچ ... دفعہ ۱۶۶

جہاں ر = $۳\frac{۱}{۲}$

∴ کرہ کا حجم = $\frac{\pi (۳\frac{۱}{۲})^۳}{۶}$ مکعب انچ

= $\frac{۵۳۹}{۲۴}$ مکعب انچ

∴ $\frac{۵۳۹}{۲۴}$ مکعب انچ مادہ کا وزن ۹ اونس ہے

∴ ۱ مکعب فٹ مادہ کا وزن

$$\frac{۲۴ \times ۱۷۲۸ \times ۹}{۵۳۹} \text{ اونس} = ۴۳.۳۰۸۰۱ \text{ پونڈ}$$

مثال ۲ : بتاؤ کہ ۳ انچ قطر کے سیسہ کے گولے سے $\frac{۱}{۴}$ انچ قطر کی کتنی گولیاں ڈھالی جا سکتی ہیں اگر دوران عمل دھات کا کچھ بھی حصہ ضائع نہ ہو ۔

$\frac{۱}{۴}$ انچ قطر کی ہر ایک گولی کا حجم = $\frac{(\frac{۱}{۴})^۳ \times \pi}{۶}$ مکعب انچ ... دفعہ ۱۶۶

۳ انچ قطر کے گولے کا حجم = $\frac{(۳)^۳ \times \pi}{۶}$ مکعب انچ ... دفعہ ۱۶۶

∴ گولیوں کی مطلوبہ تعداد = $\frac{(۳)^۳ \times \pi}{۶} \div \frac{(\frac{۱}{۴})^۳ \times \pi}{۶} = ۱۷۲۸$

مثال ۳ : ۶ انچ قطر کے توپ کے ایک کروی گولے کو پگھلا کر ایک ایسے مخروطی

سانچے میں ڈھالا گیا ہے جس کے قاعدہ کا قطر ۱۲ انچ ہے: مخروط کا ارتفاع معلوم کرو۔

توپ کے گولہ کا حجم $= \frac{\pi}{6}$ ر۳ مکعب انچ . . . . دفعہ ۱۶۶

یہاں ر = ۶ انچ

∴ توپ کے گولہ کا حجم $= \frac{\pi}{6}$ ۶۳ مکعب انچ

اور اگر ع انچ = مخروط کا ارتفاع

تو مخروط کا حجم $= \frac{1}{3} \cdot \pi \times$ ۶۲ × ع مکعب انچ . . . . . دفعہ ۱۴۲

∴ $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot$ ۶۲ ع $= \frac{\pi \times ۶^3}{6}$

یا ع = ۳

اس لیے مخروط کا ارتفاع ۳ انچ ہے۔

مثال ۴: اگر ۴ انچ قطر کے لوہے کے ایک گولہ کا وزن ۹ پونڈ ہو تو بتاؤ کہ لوہے کے اُس خول کا وزن کیا ہوگا جس کے بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۶ انچ ہیں؟

خول کی جسامت $= \frac{\pi}{6}$ (س۱۳ − س۲۳) مکعب انچ . . دفعہ ۱۶۷

جہاں س۱ = ۹ اور س۲ = ۶

∴ خول کی جسامت $= \frac{\pi}{6}$ (۹۳ − ۶۳) مکعب انچ

نیز گولہ کا حجم $= \frac{\pi \times ۴^3}{6}$ مکعب انچ . . دفعہ ۱۶۶

لیکن گولہ کا وزن ۹ پونڈ ہے

∴ خول کا وزن $= \frac{\frac{\pi}{6}(۹^3 - ۶^3) \times ۹}{\frac{۴^3 \times \pi}{6}}$ پونڈ

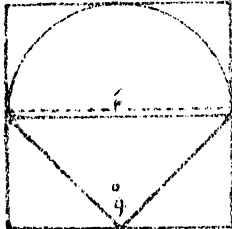
$= ۷۲\frac{۹}{۶۴}$ پونڈ

مثال ۵: ایک ایسے کرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کے محیط اور حجم کی عددی قیمتیں وہی ہیں۔

فرض کرو کہ ر طولی اکائیاں = کرہ کا نصف قطر

تب کرہ کا حجم = $\frac{\pi\, ق^3}{6}$ مکعب اکائیاں . . . . دفعہ ۱۴۶
جہاں ق = ۲ ر
∴ کرہ کا حجم = $\frac{4}{3}\pi$ ر^3 مکعب اکائیاں
نیز کرہ کا محیط = ۲ π ر خطی اکائیاں . . . . دفعہ ۹۶
اس لیے $\frac{4}{3}\pi$ ر^3 = ۲ π ر،
ر^2 = ۱٫۵
ر = ۱٫۲۲۴۷

مثال ۷ : ایک قائم مخروط اور ایک نصف کرہ ۲ فٹ قطر کے مشترک قاعدہ پر مقابل سمتوں میں واقع ہیں - مخروط کا راسی زاویہ قائمہ ہے : اس وضع میں اگر ایک اسطوانہ ان کا احاطہ کرے تو بتاؤ کہ اس سے کتنی زائد فضا گھر جائیگی ؟

تینوں شکلوں کے مجموعہ کی ایک استوائی تراش پر غور کرو -

ہر ایک شکل کے قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ہوگا -
اسطوانہ کا ارتفاع نصف کرہ کے نصف قطر سے دوچند اور مخروط کی بلندی نصف کرہ کے نصف قطر کے برابر ہوگی -

∴ نصف کرہ کا حجم = $\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi\times 2^3}{6}$ مکعب فٹ . . . دفعہ ۱۴۶

مخروط کا حجم = $\frac{1}{3}\pi\times 1^2\times 1$ مکعب فٹ . . . . دفعہ ۱۴۲
اسطوانہ کا حجم = $\pi\times 1^2\times 2$ مکعب فٹ . . . . دفعہ ۱۳۱
پس اسطوانہ کے احاطہ کرنے کی وجہ سے زائد فضا =

$$\left\{2\pi - \left(\frac{2}{3}\pi + \frac{1}{3}\pi\right)\right\}$$ مکعب فٹ

= π مکعب فٹ

مثال ۸ : ایک کرہ کے قطر کا ناپ . . . ۸ انچ ہے : تقریباً معلوم کرو کہ اس کا حجم ایک دوسرے

ایسے کُرہ کے حجم سے کتنے مکعب میل زیادہ ہوگا جس کا قُطر پہلے کُرہ کے قُطر سے ۵۰ گز کم ہے؟

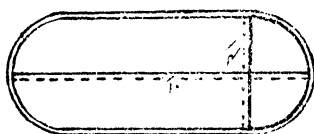
چھوٹے کُرہ پر بڑے کُرہ کی زیادتی = π سہ۲ ٹ مکعب میل تقریباً ۔۔۔ دفعہ ۱۶۷

جہاں سہ = ۶۰۰۰ اور ٹ = $\frac{۲۵}{۱۷۶۰}$

$\therefore$ زیادتی = $\frac{۲۵ \times ۶۰۰۰ \times ۶۰۰۰ \times \pi}{۱۷۶۰}$ مکعب میل تقریباً

= $\frac{۲۵ \times ۶۰۰۰ \times ۶۰۰۰ \times ۲۲}{۱۷۶۰ \times ۷}$ مکعب میل تقریباً

= ۱۶۰۷۱۴۲ $\frac{۶}{۷}$ مکعب میل تقریباً

مثال ۸: پٹواں لوہے کے ایک بند اُسطوانہ نما جوشارہ کا طول ۱۰ فٹ قطر ۴ فٹ اور دبازت $\frac{۳}{۸}$ انچ ہے اور اُس کے سرے نصف کُروی ہیں: اگر ۱ مکعب فٹ پٹواں لوہے کا وزن ۴۹۶ پونڈ ہوتا ہو تو اس جوشارہ کی دھات کا وزن معلوم کرو۔

جوشارہ کا حجم = بیرونی سطح سے گھری ہوئی فضا ۔ اندرونی سطح سے گھری ہوئی فضا۔

بیرونی سطح سے گھری ہوئی فضا = $\pi (۲۴\frac{۳}{۸})^۲ \times ۱۲۰ + \frac{\pi (۴۸\frac{۳}{۴})^۳}{۶}$ مکعب انچ
(دفعات ۱۶۶، ۱۳۱)

= $\pi (۲۴\frac{۳}{۸})^۲ \left\{ ۱۲۰ + \frac{۸ \times ۲۴\frac{۳}{۸}}{۶} \right\}$ مکعب انچ

= $\pi (\frac{۱۹۵}{۸})^۲ \times \frac{۶۲۷}{۶}$ مکعب انچ

اندرونی سطح سے گھری ہوئی فضا = $\pi (۲۴)^۲ \times ۱۲۰ + \frac{\pi (۴۸)^۳}{۶}$ مکعب انچ دفعات ۱۶۶، ۱۳۱

= $\pi (۲۴)^۲ \left\{ ۱۲۰ + \frac{۸ \times ۲۴}{۶} \right\}$ مکعب انچ

= π (۲۴)² × ۶۲۴/۶ مکعب انچ

= π (۲۴)² × ۱۰۴ مکعب انچ

∴ جو شارہ کا حجم = π {(۱۹۵/۸)² × ۶۲۷/۶ − (۲۴)² × ۱۰۴} مکعب انچ

= π × ۲۱۸۱٫۶۹۵ مکعب انچ

= ۳٫۹۶۸۰ مکعب فٹ

اس لیے۔

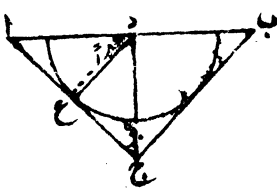
دھات کا وزن = ۳٫۹۶۸۰ × ۴۹۶ پونڈ = ۱۹۶۸ پونڈ تقریباً

نوٹ۔ جو غلاف کی سطح کو دھات کی دبازت سے ضرب دے دیا جائے تو اُس کا تقریبی حجم زیادہ آسانی کے ساتھ معلوم ہو سکتا ہے۔

مثال ۹ : مخروطی وضع کے ایک ایسے جامِ شراب میں پانی بھر گیا جس کا راسی زاویہ ایک قائمہ ہے۔ پھر ایک انچ نصف قطر کے ایک نصف کرہ کو پانی میں اِس طرح ڈبو دیا گیا کہ اس کی منحنی سطح نیچے کی طرف رہے۔ اب معلوم ہوا کہ جب نصف کرہ جامِ شراب کے بازوؤں پر ٹک جاتا ہے تو اس کی مستوی سطح عین پانی کی سطح میں رہتی ہے۔ نصف کرہ کو ڈبونے کے بعد جام میں جو پانی باقی رہ جاتا ہے اُس کی مقدار معلوم کرو۔

فرض کرو کہ شکل سے مخروط اور نصف کرہ کی انتصابی وسطی تراش تعبیر ہوتی ہے۔

چونکہ مثلثات ا د ج اور د ع ج متساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث ہیں اور د ع کا طول = ۱ انچ ہے۔

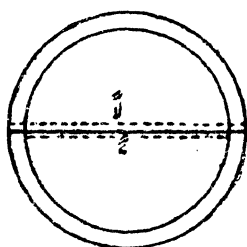
∴ د ا = د ج = √۲ انچ .... دفعہ ۱۰۱

نصف کُرہ ڈبونے کے بعد بقیہ پانی کی مقدار = مخروط کا کعبی حجم ـ نصف کُرہ کا کعبی حجم

$= \left\{\frac{\pi (2)^3}{12} - 2\sqrt{2} \times (\sqrt{2})^2 \frac{1}{3}\pi\right\}$ کمعب انچ ... دفعہ ۱۴۲ اور دفعہ ۱۴۶

$= \frac{\pi 2}{3}(\sqrt{2}-1)$ کمعب انچ

$= 0.8674$ کمعب انچ

مثال ۱۰ : ایک ایسے خول کی دبازت معلوم کرو جس کے اندرونی قُطر کا ناپ ۷ انچ اور جس کا وزن اُسی قطر کے ایک ٹھوس گولے کے وزن کا نصف ہے۔

فرض کرو کہ خول کے بیرونی قطر کا ناپ لا انچ ہے۔

تب —

خول کا حجم $= \frac{\pi}{6}$ (لا^3 − 7^3) کمعب انچ ... دفعہ ۱۴۷

لیکن ٹھوس گولے کا حجم $= \frac{\pi}{6} \times 7^3$ کمعب انچ دفعہ ۱۴۶

$\therefore \frac{\pi}{6}$ (لا$^3 - 7^3$) $= \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \times 7^3$

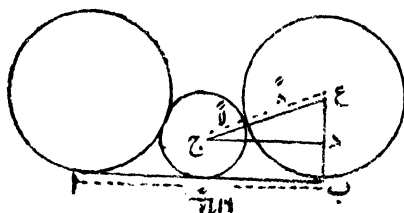
لا$^3 = \frac{3}{2} \times 7^3$

لا$^3 = 514.5$

لا $= 8.012$

اس لیے خول کی دبازت $= \frac{8.012 - 7}{2}$ انچ

$= 0.506$ انچ

مثال ۱۱ : ۴ ایسے گولے جن میں سے ہر ایک کا قُطر ۱۶ انچ ہے میز پر اس طرح رکھے گئے کہ ہر ایک بقیہ میں سے دو کو مَس کرتا ہے۔ بتاؤ کہ ایک ایسے پانچویں گولہ کا قطر کیا ہونا چاہیئے اگر اس کو میز پر چاروں گولوں کے درمیان رکھا جائے تو وہ ان میں سے

ہر ایک کو مس کرے ؟

چاروں گولے جب حسب شرائط سوال رکھے ہوئے ہوں تو ان کے مرکز ایک ایسے مربع کے چار کونے ہونگے جس کے ضلع کا ناپ ۱۶ انچ ہے۔

اس لیے اگر شکل سے اس مربع کے وتر میں سے گزرنے والے گولوں کی انتصابی تراش تعبیر ہو اور اگر پانچویں گولہ کا نصف قطر لا انچ ہو تو۔

ا ب = ۱۶ $\sqrt{۲}$ انچ　. . . . . .　دفعہ ۱۷

ج د = ۸ $\sqrt{۲}$ انچ

ج ع = (لا + ۸) انچ

د ع = (۸ − لا) انچ

لیکن ج ع^۲ = ج د^۲ + د ع^۲ . . . .　اقلیدس مقالۂ اول شکل ۴۷

$\therefore$ (لا + ۸)^۲ = ۱۲۸ + (۸ − لا)^۲

۳۲ لا = ۱۲۸

لا = ۴

اس لیے پانچویں گولہ کا قطر = ۸ انچ

امثلہ نمبری (۲۷)

(جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ کیا جائے π = $\frac{۲۲}{۷}$)

ذیل میں مندرج قطر والے کُروں کے حجم معلوم کرو :۔

۱۔ ۹ فٹ ۔ ۲۔ ۳ فٹ ۲ انچ ۔ ۳۔ ۱۲۵ء۶ انچ ۔

۴۔ اگز ۲ فٹ ۷ انچ

کُروں کے قطر معلوم کرو جن کے حجم ذیل میں مندرج ہیں :۔

۵۔ $۱۷۹\frac{۲}{۳}$ مکعب فٹ　۶۔ $۱۱۳\frac{۱}{۷}$ مکعب انچ۔

مکعب انچ میں اعشاریہ کے دو مقامات تک اُن کُروں کے حجم معلوم کرو جن کے محیط ذیل میں مندرج ہیں :۔

۸ - ۱۰ انچ - ۸ - ۲ فٹ ۴ انچ

۹ - بتاؤ کہ سیسہ کے ایک ایسے مکعب سے کرّوی وضع کی کتنی گولیاں بنائی جاسکتی ہیں جس کے کنارے کا ناپ ۱۰ انچ ہے اس طرح کہ ہر گولی کا قطر ا انچ ہو؟

۱۰ - نصف کرّوی وضع کے ایک ایسے پیالے میں کتنے گیلن پانی آئیگا جس کا نصف قُطر ۲ فٹ ہے؟ -

۱۱ - دھات کے ایک ٹھوس کرہ کا وزن معلوم کرو جس کا نصف قُطر ۸ انچ ہے اگر ۱ مکعب انچ دھات کا وزن ۸ اونس (Avoir)

۱۲ - ایک نل کے ذریعہ نصف کرّوی وضع کا ایک تالاب ۸ گیلن فی منٹ کی شرح سے خالی کیا جاتا ہے۔ بتاؤ کہ اگر تالاب کا قطر ا فٹ ۶ انچ ہوتا تو اس کا نصف حصہ خالی کرنے کے لیے کتنی مدت صرف ہوتی؟

۱۳ - ایک ایسے قائم استدیر اسطوانہ نما جسم کا حجم معلوم کرو جس کے سرے نصف کرے ہیں اگر اُس کا زیادہ سے زیادہ طول ۲۴ فٹ اور قطر ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔

۱۴ - بتاؤ کہ ایک ایسے کرّوی خول میں کتنے وزن کا سفوف بھرا جا سکتا ہے جس کا اندرونی قطر ۸ انچ ہے اگر ۳۰ مکعب انچ سفوف کا وزن ا پونڈ ہو؟

۱۵ - اُس کروی خول کا حجم معلوم کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطر بالترتیب ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہیں۔

۱۶ - ایک کرّوی خول کا اندرونی قطر ۱۰ انچ اور اس کی دبازت $\frac{1}{2}$ انچ ہے: خول کا وزن معلوم کرو اگر وہ ایسے مادّہ کا بنا ہُوا ہو جس کا وزن ۸۰ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔

۱۷ - ایک کرّوی خول کا بیرونی قطر ۱۰ انچ اور اُس کی دبازت ا انچ ہے: اس کا وزن معلوم کرو اگر وہ ۵ اونس فی مکعب انچ وزنی تانبے کا بنا ہُوا ہو۔

۱۸ - ایک قطع ناقص کے محور اعظم اور محور اصغر کے ناپ بالترتیب ۲ فٹ ۸ انچ اور ا فٹ ۶ انچ ہیں۔ یہ اپنے محورِ اصغر کے گرد گھومتا ہے، اس طرح بننے والے کرہ نما کا حجم معلوم کرو۔

۱۹ - ایک قطع ناقص کا محورِ اعظم ۴۲ء۷ انچ اور محورِ اصغر ۸۲ء۳ انچ ہے اور یہ اپنے محورِ اعظم کے گرد گردش کرتا ہے اِس طرح بننے والے کرہ نما کا حجم دریافت کرو (۱۴۱۶=πء۳)

سوالات امتحانات

۱ ۔ قائم مخروط کی وضع کے ایک ایسے ٹھوس کو جس کا قاعدہ نصف کُرہ ہے پانی سے بھرے ہوئے ایک قائم اسطوانہ کی وضع کے برتن میں ڈال دیا گیا اور وہ برتن کی تہ کو مس کرتا ہے ۔ ہٹائے ہوئے پانی کا حجم معلوم کرو اگر اسطوانہ کا قطر ۳ فٹ، بلندی ۴ فٹ، نصف کرہ کا نصف قطر ۲ فٹ اور مخروط کا ارتفاع ۴ فٹ ہو۔ (جامعۂ الہ آباد : انٹرمیڈیٹ)

۲ ۔ پانی کے ایک قطرہ کو $\frac{1}{10}$ انچ قطر کا کرہ فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ایسے ... قطروں سے ایسے مخروط نما جام شراب میں کتنی گہرائی تک پانی بھر جائیگا جس کا ارتفاع اُس کے بالائی کنارہ کے قطر کے برابر ہو۔

(جامعۂ الہ آباد انٹرمیڈیٹ)

۳ ۔ وہ کون سے تین صحیح اعداد ہیں جو کُرہ، اُس کے حائط اسطوانہ اور حائط مساوی الاضلاع مخروط کے حجموں کے متناسب ہیں ۔

(جامعۂ بمبئی : ایل۔سی۔ای۔ دوسرا امتحان)

۴ ۔ مخروط کے حجم سے ایک کرہ کا حجم اخذ کرو۔ ( )

۵ ۔ ایک کرہ کا قطر ۳۶ انچ ہے ۔ اس کا حجم مکعب فٹوں میں معلوم کرو۔

(جامعۂ پنجاب : سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۶ ۔ توپ کے ایک کُروی گولہ کا قطر ۹ انچ ہے اس کو پگھلا کر ایک ایسے مخروطی سانچہ میں ڈھالا گیا جس کے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہے : مخروط کا ارتفاع معلوم کرو ۔ (جامعۂ پنجاب : سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۷ ۔ اُس کرہ کا حجم کیا ہے جس کا قطر ۲۱ انچ ہے ؟ ( )

۸ ۔ یہ تخمینہ ہے کہ ایک سال میں آفتاب سے زمین کو جتنی حرارت پہنچتی ہے وہ تمام سطح زمین پر .. افٹ دبازت کی برف کی سِل کو پگھلا دینے کے لئے کافی ہو جائیگی ۔ زمین کو ... ۴ میل نصف قطر کا کُرہ فرض کرکے اس برف کا حجم

مکعب میلوں میں معلوم کرو۔ (جامعۂ مدراس ۔بی ۔ ای ۔ امتحان)

۹۔ ۱۲ انچ بیرونی قطر کا ایک کھوکھلا خول ایک ایسے مخروطی برتن میں رکھا گیا جس کا ارتفاعی زاویہ ۶۰° ہے اور اس میں یہاں تک پانی بھرا گیا کہ خول ٹھیک ٹھیک ڈھک جائے اور اُس میں کا خلا بھر جائے۔ پھر خول کو پانی سے خالی کرکے برتن میں سے نکال لیا جاتا ہے اور اُس کے بجائے اتنے ہی قطر کا ایک ٹھوس گولہ اس میں رکھا جاتا ہے تو اُس سے پانی $\frac{1}{2}$ انچ اُوپر چڑھ جاتا ہے۔ خول کی دبازت تقریباً معلوم کرو۔ (جامعۂ کلکتہ: ۲ امتحان ایف ۔ اے)

۱۰۔ لوہے کا ایک ٹھوس مکعب جس کے کنارہ کا طول ۲ فٹ ہے اور ۱ فٹ نصف قطر کا لوہے کا ایک ٹھوس کرہ، مکعب وضع کے ایک ایسے حوض میں ڈال دیے گئے جس کا ضلع ۶ فٹ ہے اور جو نصف حصہ تک پانی سے بھرا ہوا ہے۔ اگر مکعب اور کرہ دونوں پانی میں کلیتہً ڈوب جائیں تو اعشاریہ کے پانچ مقامات تک دریافت کرو کہ پانی کی سطح کتنے انچ چڑھ جائیگی ($\pi = ۳٫۱۴۱۵۹$)۔ (جامعۂ کلکتہ ۔ ۲ امتحان ۔ایف ۔اے)

۱۱۔ ایک ایسے اُسطوانہ سے جس کا ارتفاع قطر کے مساوی ہے کتنا بڑے سے بڑا کرہ بنانا ممکن ہے۔ بتاؤ کہ ابتدائی مجسم کے حجم کا کونسا کسری حصہ کاٹ ڈالا گیا؟ (جامعۂ کلکتہ: ۲ امتحان ایف ۔ اے)

سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ

۱۲۔ لوہے کے ایک ایسے مخروطِ مضلع کا وزن معلوم کرو جس کا ارتفاع ۸ انچ اور جس کا قاعدہ ۴ انچ ضلع کا ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔ یہ فرض کرلیا جائے کہ ۴ انچ قطر کے لوہے کے کرہ کا وزن ۹ پونڈ ہوتا ہے۔

۱۳۔ ۱۵ فٹ قطر کے ایک نصف کروی برتن کی گنجائش ایک ایسے اُسطوانہ نما برتن کی گنجائش کی ایک سو بیس گنی ہے جس کی گہرائی ۱ فٹ ۲ انچ ہے۔ اُسطوانہ نما برتن کا قطر معلوم کرو۔

۱۴۔ کسی مادہ کے ۴ انچ نصف قطر کے گولہ کا وزن ۸ پونڈ ہے۔ اُسی مادہ کے ایک ایسے کروی خول کا وزن معلوم کرو جس کے اندرونی اور

بیرونی قطر بالترتیب ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہیں۔

۱۵۔ ایک ایسے مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کا حجم ۵ فٹ نصف قطر کے کرُہ کے حجم کے مساوی ہے اور مخروط کا ارتفاع کرہ کے نصف قطر کا نصف ہے۔

۱۶۔ اگر زمین کا قطر ۸۰۰۰ میل ہو اور ماہرانِ علم طبقات الارض سطح کے نیچے ۵ میل گہرائی تک زمین کی اندرونی حالت سے واقف ہو چکے ہوں تو بتاؤ کہ زمین کی کُل جسامت کے کونسے کسری حصہ سے واقفیت ہو چکی ہے؟

۱۷۔ سیسہ کے ایسے مستطیلی جسم سے $\frac{1}{2}$ انچ قطر کی کتنی کرُوی گولیاں بنائی جاسکتی ہیں جس کے ابعاد ۱ فٹ ۳ انچ، ۱ فٹ ۲ انچ اور ۵ انچ ہیں؟

۱۸۔ ایک مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ ہے اگر اس کا حجم ۴ انچ قطر کے کرُہ کے حجم کے مساوی ہو تو اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۱۹۔ ایک مجسم ایک مخروط اور ایک نصف کرُہ پر اس طرح مشتمل ہے کہ یہ ۲ فٹ قطر کے ایک مستدیر قاعدہ کے مقابل جانبوں پر واقع ہیں اور مخروط کا راسی زاویہ ایک قائمہ ہے: مجسم کا حجم معلوم کرو۔

(سب پوراپرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۲۰۔ نصف کرُوی وضع کے ایک برتن کے بالائی کنارہ کا طول ۵ فٹ ۶ انچ ہے: اگر وہ نصف حجم تک شربت سے بھرا ہُوا ہو تو بتاؤ کہ $1\frac{3}{4}$ انچ قُطر کے نصف کرُوی پیالوں میں کتنے آدمیوں کو شربت پلایا جاسکتا ہے؟

(سب پوراپرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۲۱۔ ۲ فٹ لمبی نلی میں کچھ پانی ہے ایک کرُہ جو نلی میں ٹھیک ٹھیک سما سکتا ہے اُس کے اندر ڈالا گیا اور معلوم ہوا کہ پانی کی سطح ٹھیک ٹھیک کرُہ کے بلند ترین نقطہ تک پہنچ گئی۔ نلی میں کتنا پانی تھا؟

(سب پوراپرینٹس ڈپارٹمنٹ: فائینل)

۲۲۔ لوہے کے ایک خول کا بیرونی قطر ۱ فٹ ہے اور دھات کی دبازت ۲ انچ ہے۔ خول کا وزن معلوم کرو [۱ مکعب فٹ لوہے کا وزن = ۴۵۰ پونڈ] (” ”)

۲۳۔ ۶ انچ نصف قطر کے سیسہ کے ایک نصف کرہ سے ایک ٹھوس مکعب بنایا گیا۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک مکعب کے کنارہ کا طول معلوم کرو ($\pi = 3.14159$)۔ (رُڑکی انجنیر: داخلہ)

۲۴۔ ایک ایسے خول کی دبازت معلوم کرو جس کے بیرونی قطر کا ناپ ۷ انچ اور جس کا وزن اتنے ہی قطر کے ایک ٹھوس گولے کے وزن کا نصف ہے۔ (رُڑکی انجنیر: داخلہ)

۲۵۔ لوہے کے ایک خول کا وزن معلوم کرو جس کا بیرونی قطر ۱۳ انچ اور لوہے کی دبازت ۲ انچ ہے۔ (لوہے کا وزن فی مکعب انچ = ۴۲ء۲ اونس) (رُڑکی انجنیر: داخلہ)

۲۶۔ اگر ایک کروی خول سے ایک ٹھوس کرہ بنایا جائے اور اُس کا حجم خول کے کھوکھلے حصہ کے حجم کے برابر ہوتا ہو تو بتاؤ کہ خول کی دبازت کیا ہونی چاہیئے؟ (رُڑکی انجنیر: داخلہ)

رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ

۲۷۔ ۴ فٹ قطر کے مشترک قاعدہ کے مقابل جانبوں پر ایک نصف کرہ اور ایک قائم مخروط واقع ہیں اور مخروط کا راسی زاویہ ایک قائمہ ہے۔ اس وضع میں اگر ایک اُسطوانہ ان کا احاطہ کرے تو بتاؤ کہ کس قدر زائد فضا گھر جائیگی؟

۲۸۔ اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ۱ پونڈ ہو تو اُس کھوکھلے کرہ کا قطر معلوم کرو جس میں ۱۱ پونڈ بارود آسکتی ہے۔

۲۹۔ بتاؤ کہ ۲ فٹ ۴ انچ قطر کے ایک نصف کروی کونڈے میں کتنے گیلن پانی آسکتا ہے؟

۳۰۔ نصف کروی سروں والا لوہے کا ایک اُسطوانہ پانی میں ڈبو دیا گیا۔ ہٹائے ہوئے پانی کی مقدار معلوم کرو۔ جسم کا بڑے سے بڑا طول ۱۲ فٹ اور قطر ۳ فٹ ہے۔

۳۱۔ ایک کروی خول کے بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب $\frac{1}{2}$ ۱۵ انچ اور

$10\frac{3}{4}$ انچ ہیں حجم معلوم کرو۔

۳۲ ۔ ۱۳ انچ کے لوہے کے خول کا وزن معلوم کرو جس کی دبازت ۲ انچ ہے ایک مکعب فٹ لوہے کا وزن ۴۴۴ پونڈ ہوتا ہے۔

۳۳ ۔ لوہے کے اس خول کا وزن کیا ہوگا جس کا بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب ۱۳ انچ اور ۱۰ انچ ہے۔ اگر ۴ انچ قطر کے لوہے کے گول کا وزن ۹ پونڈ ہو؟ (رڑکی انجینیرنگ : فائینل)

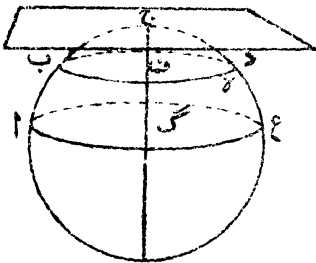
۳۴ ۔ ایک نصف کروی کونڈا جس کا اندرونی نصف قطر ۱ فٹ ہے پانی سے بھر اگیا اور اس طرح رکھا گیا کہ اس کا بالائی کنارہ متوازی الافق رہے پھر ایک مخروط کو جس کا راسی زاویہ ۹۰° ہے اس کے اندر اس طرح ڈبو یا گیا کہ اس کا محور انتصاباً رہے اور قاعدہ کونڈے کے بالائی کنارہ کی سطح میں اور راس برتن کی تہ کے مرکز پر رہے ۔ بتاؤ کہ مخروط کو اس طرح ڈبونے کے بعد برتن میں کتنا پانی باقی بچیگا؟ ۔ (رڑکی انجینیرنگ : فائینل)

۳۵ ۔ لوہے کے اس کروی خول کا وزن معلوم کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطر بالترتیب $6\frac{1}{2}$ اور $7\frac{1}{2}$ انچ ہیں ۔ ایک مکعب فٹ لوہے کا وزن ۴۵۰ پونڈ ہوتا ہے ۔ [اسٹاف کالج] ۔

باب بست و ہشتم

منطقہ کرہ۔ قطعہ کرہ اور قطاع کرہ

منطقہ کرہ سے کرہ کا وہ حصہ مراد ہوتا ہے جو کوئی سی دو متوازی سطحوں کے درمیان ہوتا ہے۔

منطقہ کے ارتفاع سے وہ عمودی فاصلہ مراد ہے جو دو متوازی سطحوں کے درمیان ہوتا ہے۔

جب متوازی سطحوں میں سے ایک سطح کرہ کو قطع نہ کرے بلکہ صرف اس کو مس کرے تو ایسی صورت میں منطقہ کرہ کو قطعہ کرہ کہتے ہیں۔

اس لئے قطعہ کرہ کی تعریف اس طرح کی جا سکتی ہے کہ اس سے وہ شکل مراد ہے جو کوئی سی ایک مستوی اور اس سے کٹے ہوئے کرہ کے حصہ سے تشکیل ہوتی ہے۔

قطعہ کا قاعدہ کرہ کی وہ تراش ہے جو مستوی سے بنتی ہے۔

پس کرہ ا ب ج د ع میں ا ب د ع ایک منطقہ ہے جس کا ارتفاع ف گ ہے اور ب ا ج د ایک قطعہ ہے جس کا ارتفاع ج ف اور قاعدہ ب ہ د ہے۔

۱۷۱- **قُطاع کرہ** سے وہ مجسم مراد ہے جو ایک قطعہ کرہ اور ایک ایسے مخروط پر مشتمل ہوتا ہے جس کا قاعدہ قطعہ کرہ کا قاعدہ اور راس کرہ کا مرکز ہوتا ہے۔

مسئلہ (۴۰)

۱۷۲- منطقہ کرہ کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کے دونوں سروں کے نصف قُطر اور اس کا ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ کُرہ ا ب ع ج د کا ایک منطقہ ا ب ج د ہے اور اُس کے دو سروں کے نصف قطر $ر_1$، $ر_2$ ہیں اور اُس کے ارتفاع کا ناپ اُسی خطی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ منطقہ کا حجم $ر_1$، $ر_2$ اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

فرض کرو کہ کرہ کا نصف قطر ر اور منطقہ کی وسطی تراش کا نصف قطر ر ہے اور کُرہ کے مرکز اور منطقہ کے قریب ترین سرے کا عمودی فاصلہ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے م ہے۔

چونکہ منطقہ کرہ بھی ایک منشور نمائی مجسم ہے (دفعہ ۱۶۱) اس لئے ضابطہ

$$ح = \frac{ع}{6}\,(ق_1 + ق_2 + 4\,ق)$$

سے اُس کا حجم حاصل ہو جائیگا . . . . . دفعہ ۱۶۱

لیکن اس صورت میں —

$$\left.\begin{array}{l} ق_1 = \pi\, ر_1^2 \\ ق_2 = \pi\, ر_2^2 \\ ق = \pi\, ر^2 \end{array}\right\}$$ . . . . دفعہ ۱۷

∴ منطقہ ا ب ج د کا حجم $= \frac{ع}{6}(\pi ر_1^2 + \pi ر_2^2 + 4\pi ر^2)$ مکعب اکائیاں۔

اب اگر ہم ر کو ر۱، ر۲ اور ع کی رقوم میں ظاہر کر سکیں تو ہمارا مطلب پورا ہو جائیگا۔

اب —

$$\left.\begin{aligned} ر^2 + \left(م + \frac{ع}{2}\right)^2 &= و^2 \\ ر_1^2 + م^2 &= و^2 \\ ر_2^2 + (م + ع)^2 &= و^2 \end{aligned}\right\}$$ .... دفعہ ۱۶

$$∴ \left\{\begin{aligned} ر^2 + م^2 + مع + \frac{ع^2}{4} &= و^2 \\ ر_1^2 + م^2 &= و^2 \\ ر_2^2 + م^2 + 2مع + ع^2 &= و^2 \end{aligned}\right.$$

اس لیے تفریق کرنے سے ——

$$\left\{\begin{aligned} ر^2 + مع + \frac{ع^2}{4} - ر_1^2 &= 0 \\ ر_2^2 + 2مع + ع^2 - ر_1^2 &= 0 \end{aligned}\right.$$

اس لیے م کو ساقط کرنے سے —

$$ر^2 = \frac{ع^2}{4} + \frac{ر_1^2 + ر_2^2}{2}$$

اب ر کی یہ قیمت رکھنے سے حاصل ہوتا ہے کہ

منطقہ ا ب ج د کا حجم $= \frac{\pi ع}{6}\left\{ر_1^2 + ر_2^2 + 4\left(\frac{ع^2}{4} + \frac{ر_1^2 + ر_2^2}{2}\right)\right\}$ مکعب اکائیاں

$= \frac{\pi ع}{6}\left\{3(ر_1^2 + ر_2^2) + ع^2\right\}$ مکعب اکائیاں

پس قاعدہ —— منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطروں میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربعوں کے مجموعہ کے تین گنے میں اس کے ارتفاع میں کی اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد کا مربع جمع کرو اور اس مجموعہ کو ارتفاع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو تب اس حاصل ضرب کو $\frac{\pi}{6}$ ـ

سے ضرب دیا جائے تو یہ حاصل ضرب منطقہ کے حجم کو متناظر مکعب اکائیوں میں تعبیر کریگا۔

یا اختصاراً

منطقۂ کرہ کا حجم = $\frac{\pi}{6}$ × ارتفاع × (۳ × سروں کے نصف قطروں کے مربعوں کا مجموعہ + ارتفاع^2)

$$ح = \frac{\pi ع}{6}\left\{۳\left(ر_1^2 + ر_2^2\right) + ع^2\right\}$$

صورت خاص

۱۷۳ - قطعہ کرہ —

یہاں $ر_2 = ۰$ .... دفعہ ۱۷۰

∴ قطعہ کرہ کا حجم = $\frac{\pi ع}{6}\left(۳ ر^2 + ع^2\right)$ مکعب اکائیاں

اگر کرہ کے قطر کا ناپ س خطی اکائیاں ہو تو

$ر^2 = ع\,(س - ع)$ .... دفعہ ۵۵

اور ضابطۂ بالا اس طرح لکھا جا سکتا ہے :

$$ح = \frac{\pi ع}{6}\left\{۳ ع\,(س - ع) + ع^2\right\}$$

یا $$ح = \frac{\pi ع^2}{6}\left(۳ س - ۲ ع\right)$$

اگر قطعہ کا ارتفاع کرہ کے نصف قطر کے مساوی ہو تو اس صورت میں قطعہ ایک نصف کرہ ہوگا۔ تب ضابطہ

$$\frac{\pi ع^2}{6}\left(۳ س - ۲ ع\right)$$

میں $ع = \frac{س}{2}$ لکھنے سے —

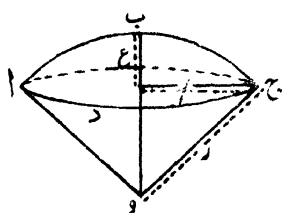
نصف کرہ کا حجم $= \frac{\pi}{6}\cdot\left(\frac{ق}{۲}\right)^{۲}(۳ ق - ق)$ مکعب اکائیاں

$= \frac{\pi ق^{۳}}{۱۲}$ مکعب اکائیاں

اور یہ دفعہ ۱۶۶ میں حاصل شدہ نتیجہ کے مطابق ہے ۔

مسئلہ (۴۱)

۱۷۴ ۔ قطاع کرہ کا حجم معلوم کرنا جب کہ اُس کے قطعہ کا ارتفاع اور کرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں ۔

فرض کرو کہ و ا ب ج د ایک قطاع کرہ ہے اور اُس کے قطعہ ا ب ج د کا ارتفاع اور کرہ کا نصف قطر بالترتیب ع اور ر طولی اکائیاں ہیں ۔

مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا حجم ع اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے ۔

فرض کرو کہ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر $ر_۱$ ہے ۔

اب قطاع و ا ب ج د کا حجم = قطعہ ا ب ج د کا حجم + مخروط و ا ج د کا حجم

$= \frac{\pi ع}{۶}(۳ ر_۱^{۲} + ع^{۲})$ مکعب اکائیاں $+ \frac{۱}{۳}(ر - ع)\pi ر_۱^{۲}$ مکعب اکائیاں ... دفعات ۱۷۳، ۱۴۲

لیکن $ر_۱^{۲} = ع(۲ر - ع)$ .... دفعہ ۵،

$\therefore$ قطاع کا حجم $= \frac{\pi ع}{۶}\{۳ع(۲ر - ع) + ع^{۲}\}$ مکعب اکائیاں $+ \frac{۱}{۳}(ر - ع)$
$\pi\cdot ع(۲ر - ع)$ مکعب اکائیاں

= $\frac{\pi ع}{6}$ (۶ ع ر − ۲ ع²) مکعب اکائیاں + $\frac{\pi ع}{6}$ (۳ ر² − ۳ ع ر + ع²) مکعب اکائیاں

= $\frac{\pi ع}{6}$ (۳ ع ر − ع² + ۲ ر² − ۳ ع ر + ع²) مکعب اکائیاں

= $\frac{2}{3}$ π ر² ع مکعب اکائیاں

پس قاعدہ

کرہ کے قطاع کے قطعہ کے ارتفاع میں جو طولی اکائیوں کی تعداد ہوتی ہے اس کو کرہ کے نصف قطر میں والی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع سے ضرب دیا جائے تو اس حاصل ضرب کا $\frac{2}{3}$ π [illegible] اکائیوں میں قطاع کے حجم کو تعبیر کریگا۔

یا اختصاراً

قطاعِ کرہ کا حجم = $\frac{2}{3}$ π × (کرہ کا نصف قطر)² × قطعہ کا ارتفاع

ح = $\frac{2}{3}$ π ر² ع

توضیحی مثالیں

۱۷۵-

مثال ۱: ایک منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطر ۱۰ فٹ اور ۶ فٹ اور اس کا ارتفاع ۸ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

منطقہ کا حجم = $\frac{\pi ع}{6}$ {۳ (ر۱² + ر۲²) + ع²} مکعب فٹ

جہاں ع = ۸، ر۱ = ۱۰، ر۲ = ۶

∴ منطقہ کا حجم = $\frac{22}{7}$ × $\frac{8}{6}$ {۳ (۱۰۰ + ۳۶) + ۸²} مکعب فٹ تقریباً

= ۸۸/۲۱ × ۳۸ء۳۴ مکعب فٹ تقریباً

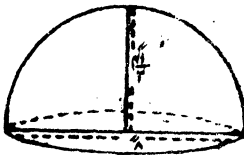
= ۱۶۰ء۶۹ مکعب فٹ تقریباً

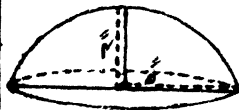
مثال ۲ : ایک ایسے قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو جس کا ارتفاع ۴½ انچ اور قاعدہ کا قطر ۸ انچ ہے۔

قطعہ کا حجم = $\frac{\pi ع}{۶}$ (۳ ر² + ع²) مکعب انچ ... دفعہ ۱۷۳

جہاں ع = ۴½ ، ر = ۴

∴ قطعہ کا حجم = $\frac{۹ \times ۲۲}{۲ \times ۴۲}$ [۳ × ۴² + (۹/۲)²] مکعب انچ

= $\frac{۲۷۳ \times ۹ \times ۲۲}{۴ \times ۶ \times ۲ \times ۷}$ مکعب انچ تقریباً

= ۱۶۰ء۸ مکعب انچ تقریباً

مثال ۳ : ایک کرہ کے قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ اور اس کا ارتفاع ۴ انچ ہے۔ اگر قطعہ کو کوٹ کر ۴۰ انچ قطر کی مستدیر تختی کی شکل میں لایا جائے تو تختی کی دبازت معلوم کرو۔

قطعہ کا حجم = $\frac{\pi ع}{۶}$ (۳ ر² + ع²) مکعب انچ ... دفعہ ۱۷۳

جہاں ر = ۵ ، ع = ۴

∴ قطعہ کا حجم = $\frac{۴ \times \pi}{۶}$ (۳ × ۵² + ۴²) مکعب انچ

= $\frac{۱۸۲ \pi}{۳}$ مکعب انچ

اس لیے اگر لا انچ = تختی کی دبازت

تو π (۲۰)² لا = $\frac{۱۸۲ \pi}{۳}$ .... دفعہ ۱۳۱

لا = $\frac{۹۱}{۶۰۰}$ = ۰ء۱۵۱۶

یعنی تختی کی دبازت = ۰ء۱۵۱۶ انچ

مثال ۴ : ایک کرہ کا قطر ۱۲ انچ ہے بتاؤ کہ دو متوازی مستویوں کے درمیان اُس کا جو حصہ ہوگا اُس کے حجم کا تناسب کرہ کے حجم سے کیا ہوگا؟ متوازی مستوی مرکز کے مقابل جانبوں میں اُس سے ۴ اور ۲ انچ کے فاصلوں پر ہیں۔

ظاہر ہے کہ دو متوازی سطحوں کے درمیان کرہ کا جو حصہ ہوگا وہ ایک منطقہ کرہ ہوگا۔

فرض کرو کہ اِس منطقہ کے سروں کے نصف قطر $ر_۱$ اور $ر_۲$ ہیں۔

تب ـــــ

$ر_۱^۲ = ۴ \times ۱۲ = ۴۸$ . . . . دفعہ ۵ ؎

$ر_۲^۲ = ۲ \times ۱۴ = ۲۸$ . . . . دفعہ ۵ ؎

$\therefore$ اِس منطقہ کا حجم $= \frac{\pi ع}{۶}\{۳(ر_۱^۲ + ر_۲^۲) + ع^۲\}$ مکعب انچ . . . . دفعہ ۱۷۲

جہاں $ع = ۱۰$، $ر_۱^۲ = ۴۸$، $ر_۲^۲ = ۲۸$

اس لیے منطقہ کا حجم $= \frac{۱۰ \times \pi}{۶}\{۳(۴۸ + ۲۸) + ۱۰۰\}$ مکعب انچ

$= \frac{۵\pi}{۳} \times ۳۲۸$ مکعب انچ

اور کُل کرہ کا حجم $= \frac{\pi \times ۱۶^۳}{۶}$ مکعب انچ

$\therefore$ مطلوبہ تناسب $= \dfrac{۳۲۸ \times \frac{۵\pi}{۳}}{\frac{۱۶^۳ \times \pi}{۶}} = \frac{۲۰۵}{۲۵۶}$

مثال ۵: ۸ فٹ قطر کے ایک نصف کروی برتن میں $۳\frac{۱}{۲}$ فٹ گہرائی تک پانی بھرا ہوا ہے۔ ایک پتھر کو اِس کے اندر ڈالنے سے پانی کی سطح بلند ہو کر برتن کے ٹھیک کنارے تک آگئی: بتاؤ کہ اُس پتھر کی جسامت کیا تھی۔

فرض کرو کہ شکل سے برتن اور پتھر کی انتصابی وسطی تراش تعبیر ہوتی ہے۔
فرض کرو کہ د ع اور ا ب بالترتیب پتھر کے ڈوبنے سے پہلے اور بعد پانی کی سطح کو تعبیر کرتے ہیں۔

تب —

$$\text{گ ج} = ۳\tfrac{۱}{۲}\ \text{فٹ}$$

$$\text{ف گ} = \tfrac{۱}{۲}\ \text{فٹ}$$

$$\text{ف ب} = ۴\ \text{فٹ}$$

اور اگر $\text{گ ع} = \text{لا}\ \text{فٹ}$

تو $\text{لا}^{۲} = ۳\tfrac{۱}{۲} \times ۴\tfrac{۱}{۲}$ . . . . دفعہ ۵۔

$$= \frac{۶۳}{۴}$$

$$\text{لا} = \frac{\sqrt{۶۳}}{۲}$$

$$\therefore\ \text{گ ع} = \frac{\sqrt{۶۳}}{۲}\ \text{فٹ}$$

اب پتھر کی جسامت = اُس سے ہٹائے ہوئے پانی کا حجم

= منطقہ ا ب ع د کا حجم

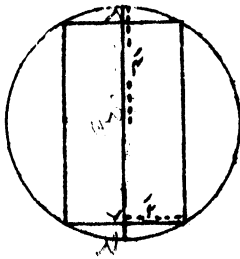
$$= \frac{\pi(\tfrac{۱}{۲})}{۶}\left\{۳\left(\frac{۶۳}{۴}+۱۶\right)+\left(\tfrac{۱}{۲}\right)^{۲}\right\}\ \text{مکعب فٹ}$$ . . . دفعہ ۱۷۲

$$= \frac{\pi}{۱۲} \times \frac{۱۹۱}{۲}\ \text{مکعب فٹ}$$

= ۲۵٫۰۱۱ مکعب فٹ تقریباً

مثال ۶ : ۴ فٹ نصف قطر کے ایک کرہ میں ۲ فٹ نصف قطر کا ایک اُسطوانہ اس طرح رکھا جائے گا کہ دونوں ہم مرکز رہیں۔ اس مطلب کے لیے کرہ کے جتنے حصہ کو کاٹ کر نکالنا پڑیگا اُس کا حجم معلوم کرو — (π = ۳٫۱۴۱۶)

فرض کرو کہ شکل سے کرہ اور اُسطوانہ کی ایک انتصابی وسطی تراش ظاہر ہوتی ہے۔

کرہ کے اُس حصہ کا حجم جو کاٹ کر نکال دیا جائیگا =

کرہ کے دو مساوی قطعات کا حجم + اُسطوانہ کا حجم

فرض کرو کہ لا فٹ = ہر ایک قطعہ کا ارتفاع

تب —

$\text{لا}(8 - \text{لا}) = 4$ .... دفعہ ۷۵

$\text{لا} = 4 - 2\sqrt{3}$

∴ ہر ایک قطعہ کا ارتفاع $= (4 - 2\sqrt{3})$ فٹ

اور اُسطوانہ کا طول $= \{8 - 2(4 - 2\sqrt{3})\}$ فٹ

$= 4\sqrt{3}$ فٹ

اس لیے ہر ایک قطعہ کا حجم $= \frac{\pi(4 - 2\sqrt{3})}{6}\left\{3 \times 2^2 + (4 - 2\sqrt{3})^2\right\}$ مکعب فٹ ... دفعہ ۱۷۳

$= \frac{\pi(2 - \sqrt{3})}{3} \cdot (40 - 16\sqrt{3})$ مکعب فٹ

اور —

اُسطوانہ کا حجم $= \pi \times 2^2 \times 4\sqrt{3}$ مکعب فٹ .... دفعہ ۱۳۱

$= 16\sqrt{3} \times \pi$ مکعب فٹ

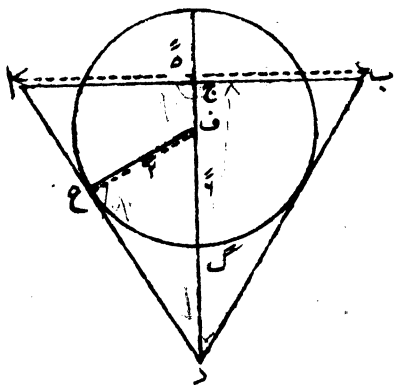
∴ کرہ کے اُس حصہ کا حجم جو کاٹ کر نکال دیا جائیگا $= \left\{\frac{2\pi(2 - \sqrt{3})}{3} \times (40 - 16\sqrt{3}) + 16\sqrt{3} \times \pi\right\}$ مکعب فٹ

$= 16\pi\left\{\frac{(2 - \sqrt{3})(5 - 2\sqrt{3})}{3} + \sqrt{3}\right\}$ مکعب فٹ

$= 16\pi(0.13718 + 1.73205)$ مکعب فٹ

$= 16 \times 3.1416 \times 1.8692$ مکعب فٹ

$= \underline{93.95}$ مکعب فٹ تقریباً

مثال ۷ : مخروطی وضع کے ایک گلاس کی گہرائی ۶ انچ اور اُس کے

بالائی کنارہ کا قطر ۵ انچ ہے ۔ اِس میں پانی بھرا جاتا ہے اور پانی سے زیادہ کثیف مادّہ کا ۴ انچ قطر کا ایک کُرہ اُس میں ڈالا جاتا ہے ۔ بتاؤ کہ کس قدر پانی بہ جائیگا؟

فرض کرو کہ شکل سے گلاس اور کُرہ کی ایک انتصابی وسطی تراش ظاہر ہوتی ہے ۔

تشابہ مثلثات سے ۔

د ع : ع ف = ج د : ا ج .... دفعہ ۶۶

د ع : ۲ انچ = ۶ : $\frac{۱}{۲}$ ۲

∴ د ع = $\frac{۲۴}{۵}$ انچ

∴ ف د = $\sqrt{\left(\frac{۲۴}{۵}\right)^۲ + ۲^۲}$ انچ .... دفعہ ۱۲

= $\frac{۲۶}{۵}$ انچ

∴ ج ف = $\left(۶ - \frac{۲۶}{۵}\right)$ انچ = $\frac{۴}{۵}$ انچ

اور ج گ = $\frac{۴}{۵}$ ۲ انچ

ڈوبے ہوئے قطعہ کرہ کا حجم = $\frac{\pi ع^۲}{۳}$ (۳ ر ـ ع) مکعب انچ .... دفعہ ۱۷۳

جہاں ع = $\frac{۴}{۵}$ ۲ اور ر = ۲

∴ ڈوبے ہوئے قطعہ کرہ کا حجم = $\frac{\pi}{۳} \times \frac{۱۹۶}{۲۵}\left(۱۲ - \frac{۲۸}{۵}\right)$ مکعب انچ

= $\frac{۳۲ \times ۱۹۶ \times ۲۲}{۵ \times ۲۵ \times ۳ \times ۷}$ مکعب انچ تقریباً

= ۲۶٫۲۸ مکعب انچ تقریباً

= پانی کی مقدار جو گلاس میں سے بہ جائیگی

مثال ۔ ایک نصف کرہ کا قطر ۶ فٹ ہے اس میں اسی قاعدہ کا مخروط جس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے دھنسا دیا جاتا ہے۔ نصف کرہ کے باقیماندہ حصہ کا حجم معلوم کرو۔

فرض کرو کہ شکل سے نصف کرہ اور مخروط کی انتصابی وسطی تراش تعبیر ہوتی ہے۔

تب —

و ب = ۴ فٹ

ب ج = ب ر = ۳ فٹ

و ر = ۱ فٹ

فرض کرو کہ و س = ۴ لا فٹ

تب —

ٹ س = ۳ لا فٹ .... دفعہ ۶۶

ر س = (۴ لا - ۱) فٹ

س ب = (۴ - ۴ لا) فٹ

اب (۴ لا - ۱) (۷ - ۴ لا) = ۹ لا^2 .... دفعہ ۷۵

∴ لا = $\frac{۷}{۲۵}$

∴ ٹ س = $\frac{۲۱}{۲۵}$ فٹ

ر س = $\frac{۳}{۲۵}$ فٹ

س ب = $\frac{۷۲}{۲۵}$ فٹ

مقطوع ٹ ڈ ج ا کا حجم = $\pi \times \frac{۷۲}{۲۵} \times \frac{۱}{۳} \left\{ \left(\frac{۲۱}{۲۵}\right)^2 + (۳)^2 + \frac{۲۱ \times ۳}{۲۵} \right\}$ مکعب فٹ ..... دفعہ ۱۶۲

= $\pi \times \frac{۷۲}{۲۵} \times \frac{۱}{۳} \times \frac{۷۱۴۱}{۶۲۵}$ مکعب فٹ

قطعہ ٹ ر ڈ س کا حجم = $\pi \times \frac{۳}{۲۵} \times \frac{۱}{۶} \left\{ ۳ \times \left(\frac{۲۱}{۲۵}\right)^2 + \left(\frac{۳}{۲۵}\right)^2 \right\}$ مکعب فٹ ... دفعہ ۱۷۳

= $\pi \times \frac{۳}{۲۵} \times \frac{۱}{۶} \times \frac{۱۳۳۲}{۶۲۵}$ مکعب فٹ

∴ مجموعی حجم جو کٹ کر نکل جائیگا } $= \frac{2 \times 9 \times 3 \times \pi}{625 \times 3 \times 25}(12 \times 849 + 37)$ مکعب فٹ

$= \frac{\pi 7362}{625}$ مکعب فٹ

تمام نصف کرہ کا حجم $= \frac{36\pi}{12}$ مکعب فٹ . . . . دفعہ ۱۶۶

$= 18\pi$ مکعب فٹ

∴ باقیماندہ حصہ کا حجم $= \pi\left(18 - \frac{7362}{625}\right)$ مکعب فٹ

$= \frac{22}{7} \times \frac{3888}{625}$ مکعب فٹ تقریباً

$= 19.55$ مکعب فٹ تقریباً

مثال ۹: ایک قائم مخروط کے قاعدہ کا قطر ۸" ہے اور مائل بلندی ۱۲" ۔ اس کو ۳" نصف قطر کے ایک کرہ کے اندر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ مخروط کا راس اور کرہ کا مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں: مجسم کا حجم دریافت کرو۔

فرض کرو کہ شکل سے مجسم کی ایک ایسی تراش ظاہر ہوتی ہے جو مخروط کے محور میں سے گزرتی ہے۔

مخروط کا ارتفاع $= \sqrt{144 - 16}$ انچ

. . . دفعہ ۱۶

$= 8\sqrt{2}$ انچ

تشابہ مثلثات سے —

ع د : $8\sqrt{2}$ انچ $= 3 : 12$

. . . دفعہ ۶۶

∴ ع د $= 2\sqrt{2}$ انچ

∴ ج د $= (3 - 2\sqrt{2})$ انچ

اس لیے کُروی قُطاع ع اج ب $= \frac{2}{3}\pi \times (3)^2 \cdot (3 - 2\sqrt{2})$ مکعب انچ ... دفعہ ۱۷۴

$= 6 \times \pi \times 0.17157$ مکعب انچ

$= \pi \times 1.029$ مکعب انچ

اس لیئے مخروط $= \pi \cdot (4)^2 \frac{8\sqrt{2}}{3}$ مکعب انچ .... دفعہ ۱۴۲

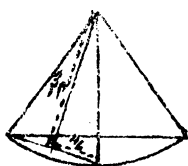
$= \pi \times 60.339$ مکعب انچ

اور کرۂ $= \frac{\pi \cdot (6)^3}{6}$ مکعب انچ .... دفعہ ۱۶۶

$= \pi \times 36$ مکعب انچ

$\therefore$ مطلوبہ حجم $= \pi\,(36 + 60.339 - 1.029)$ مکعب انچ

$= 299.5$ مکعب انچ تقریباً

مثال ۱۰: ایک مخروط کا ارتفاع ۲۴ انچ اور اُس کے قاعدہ کا قُطر ۱۴ انچ ہے ۔ اس کو ایک ایسے خط کے گرد گھمایا جاتا ہے جو قاعدہ کے محیط کے کسی نقطہ کو راس سے ملاتا ہے ۔ اِس طرح بننے والی شکل کا حجم دریافت کرو ۔

بننے والی شکل ایک کُروی قطاع ہے ۔ اُس قطاع کی ایک ایسی وسطی تراش پر غور کرو جو کرہ کے مرکز میں سے گزرتی ہے ۔

کرۂ کا نصف قُطر $= \sqrt{(24)^2 + (7)^2}$ انچ .... دفعہ ۱۶

$= 25$ انچ

اور اگر قُطاع کے قطعہ کا ارتفاع ع انچ اور اُس کے قاعدہ کا نصف قطر ص ہو تو۔

$ع\,(50 - ع) = ص^2$ .... دفعہ ۷۵

اور $ص^2 = (14)^2 - ع^2$ .... دفعہ ۱۶

$\therefore\ ع\,(50 - ع) = (14)^2 - ع^2$

$ع = \frac{98}{25}$

∴ کُروی قُطاع کا حجم = $\frac{۲}{۳} \cdot \pi \cdot ر^{۲}$ ع مکعب انچ .... دفعہ ۱۷۴

جہاں ر = ۲۵، ع = $\frac{۹۸}{۲۵}$

اس لیے کُروی قطاع کا حجم = $\frac{۲}{۳} \cdot \frac{۲۲}{۷} \cdot (۲۵)^{۲} \cdot \frac{۹۸}{۲۵}$ مکعب انچ تقریباً

= ۵۱۳۳ $\frac{۱}{۳}$ مکعب انچ تقریباً

امثلہ نمبری (۲۸)

(π = $\frac{۲۲}{۷}$ فرض کرو)

۱۔ ایک منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۵ انچ اور ۶ انچ اور اس کا ارتفاع ۴ انچ ہے۔ حجم معلوم کرو۔

۲۔ ایک منطقہ کرہ کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۱۰ انچ اور ارتفاع ۶ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۳۔ ایک قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ اور اس کا ارتفاع ۲ انچ ہے حجم معلوم کرو۔

۴۔ ایک قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۵۔ ایک قطعہ کرہ کا ارتفاع ۳ فٹ اور کرہ کا قُطر ۱۰ فٹ ہے: قطعہ کا حجم معلوم کرو۔

۶۔ ایک قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ہے: قطعہ کا حجم معلوم کرو۔

۷۔ ۱۸ انچ قطر کے ایک کرہ کو ایک ایسی مستوی سطح سے کاٹا جاتا ہے جس کا عمودی فاصلہ مرکز سے ۳ انچ کے فاصلہ پر ہے: اُن دو قطعات کے حجم دریافت کرو جن میں کہ کرہ منقسم ہو جاتا ہے۔

۸۔ ایک کرہ کا قُطر ۱۰ انچ ہے اور دو متوازی مستویوں سے مساوی بلندیوں کے تین حصوں میں اُسے منقسم کیا جاتا ہے: ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

۹۔ اُس منطقہ کا حجم معلوم کرو جو ۶ انچ قُطر کے ایک کرہ میں سے دو متوازی مستویوں کے ذریعہ کاٹا جاتا ہے۔ یہ مستوی مرکز کے ایک طرف اُس سے بالترتیب ۱٫۵ اور ۲ انچ کے فاصلے پر واقع ہیں۔

۱۰۔ اُس منطقہ کا حجم دریافت کرو جو ۳ فٹ ۲ انچ قُطر کے ایک کرہ میں سے دو ایسی متوازی مستوی سطحوں سے کاٹا جاتا ہے جو مرکز کے مقابل جانبوں میں اُس سے بالترتیب ۱۰ انچ اور ۷ انچ کے فاصلوں پر واقع ہوتے ہیں۔

۱۱۔ قریب ترین گیلن تک پانی کی وہ مقدار دریافت کرو جو ایک ایسے کٹورے میں سما سکتی ہے جس کی وضع ایک قطعہ کرہ کی ہے۔ کٹورے کی گہرائی ۷ انچ اور اُس کے بالائی سرے کا نصف قطر ۱۱ انچ ہے۔

۱۲۔ تین متوازی مستوی سطحوں سے ۱۰ فٹ قطر کا ایک کرہ مساوی بلندیوں کے چار حصوں میں تقسیم کیا گیا: ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

۱۳۔ ذیل کے ابعاد کے کُروی قُطاع کا حجم دریافت کرو: کُرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ انچ اور قطعہ کا ارتفاع ۹ انچ۔

۱۴۔ ذیل کے ابعاد کے کُروی قُطاع کا حجم دریافت کرو: کُرہ کا نصف قطر ۱۴ انچ، قطعہ کا ارتفاع ۲ انچ۔

سوالات امتحانات ۲۸

$(\pi = \frac{22}{7})$

منطقہ کرہ

۱۔ ایک منطقہ کرہ کی دبازت ۴ فٹ اور اُس کے مقابل کے رُخوں کے قُطر ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں: حجم دریافت کرو۔

(جامعۂ بمبئی: ایل۔سی۔ای۔ دُوسرا امتحان)

۲۔ ۱۲ انچ قطر کے ایک کرہ کے حجم کا کونسا حصہ اُن دو متوازی مستویوں کے درمیان ہوگا جو مرکز کے ایک ہی طرف اُس سے ۲ انچ اور ۴ انچ کے فاصلوں پر ہیں۔ (جامعۂ بمبئی: ایل۔سی۔ای۔ دُوسرا امتحان)

۳۔ اُس کُروی منطقہ کا حجم دریافت کرو جس کے سروں کے نصف قطر بالترتیب

۳ فٹ اور ۲ فٹ اور ارتفاع $\frac{1}{2}$ ۱ فٹ ہے۔

(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ : امتحان ماہانہ)

۴ ـ ۶ فٹ قطر کے ایک نصف کروی کونڈے کا کچھ حصہ منہ کے بل اُفقی وضع میں زمین کے اندر مدفون ہے، اس طرح کہ اُس کی بلندی کا صرف ایک تہائی حصہ زمین کے اُوپر ہے۔ بتاؤ کہ مٹی کی کتنی مقدار کھودی جانی چاہیے تاکہ وہ کونڈا پورا زمین سے کھلا ہوا ہو اور مٹی کی اُسطوانہ نما دیوار سے گھیرے ہوئے ہو۔

(سب پور اپرینٹس ڈپارٹمنٹ : امتحان سالانہ)

۵ ـ کروی منطقہ کے دونوں سروں کو کرہ کے مرکز کے ایک ہی طرف اور اُس سے بالترتیب ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ کے فاصلوں پر فرض کر کے اُس کا حجم دریافت کرو ۔ کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔ (رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۶ ـ ۱۶ انچ قطر کا ایک کرہ تین متوازی مستوی سطحوں سے مساوی بلندیوں کے چار حصوں میں تقسیم کیا گیا ۔ ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو ۔ (π = ۳٫۱۴۱۶) ۔

{رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ}

۷ ـ ۱۰ انچ قطر کا ایک کرہ متوازی مستویوں سے مساوی بلندیوں کے تین حصوں میں منقسم کیا گیا۔ ان حصوں کے حجم کیا ہوں گے ؟ ("   "   )

۸ ـ اُس منطقہ کی جسامت کیا ہوگی جس کا بڑا قطر ۹ فٹ ۳ انچ، چھوٹا قطر ۶ فٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۵ فٹ ۶ انچ ہے ؟ (رُڑکی انجینیر : فائینل)

کروں کے قطعے

۹ ـ لوہے کے ایسے ڈمبل (Dumb-bell) کا وزن معلوم کرو جو ۶ فٹ قطر کے دو کروں کے قطعوں پر مشتمل ہے اور یہ کرے ۷ انچ لمبی اور ۲ انچ قطر کی اُسطوانہ نما سلاخ سے ملا دیے گئے ہیں : فرض کرو کہ ۴ انچ قطر کے لوہے کے گولہ کا وزن ۹ پونڈ ہوتا ہے ۔ (جامعۂ بمبئی : ایل ۔ سی ۔ ای : دوسرا امتحان)

۱۰ ـ سٹلٹن (Stilton) پنیر اُسطوانہ نما وضع میں بنایا جاتا ہے اور ہالینڈ پنیر کروی وضع میں

سٹلٹن پنیر کے اُس ٹکڑے کی بلندی دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قُطر ۶ انچ اور جسامت اُتنی ہی ہے جتنی کہ ½ ۴ انچ دبیز اور ⅔ ۱۲ انچ قُطر کے ہالینڈ پنیر کے ٹکڑے کی جسامت ہے۔
(جامعۂ بمبئی: ایل۔سی۔ای: دوسرا امتحان)

۱۱۔ قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو جب کہ قاعدہ کا نصف قُطر ۱۶ فٹ اور قطعہ کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ای)

۱۲۔ ایک کرہ کا قُطر ۱۸ فٹ ہے۔ اس کو دو ایسے قطعات میں منقسم کیا گیا جن میں سے ایک کی بلندی دُوسرے کی بلندی سے دوچند ہے: ہر ایک کا حجم دریافت کرو۔ (سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۳۔ قطعہ کرہ کی وضع کا ایک کٹورہ ہے اِس کی گہرائی ۹ انچ اور بالائی سرے کا قُطر ۳ فٹ ہے: قریب ترین گیلن تک پانی کی وہ مقدار دریافت کرو جو کٹورہ میں سما سکیگی۔ (سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان ماہانہ)

۱۴۔ ۴ انچ قطر کا ایک وزنی کرہ ایک ایسے پانی سے بھرے ہوئے مخروط نما گلاس میں ڈالا جائے جس کے بالائی کنارے کا قطر ۵ انچ اور گہرائی ۶ انچ ہے تو بتاؤ کہ کس قدر پانی بہ جائیگا؟ (سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۱۵۔ ایک قطعہ کرہ کی بلندی ۵ فٹ اور کرہ کا قطر ۱۵ فٹ ہے: حجم دریافت کرو۔ (سب پورا پرینٹس ڈپارٹمنٹ: فائینل)

۱۶۔ ایک قطعہ کرہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ انچ اور کرہ کا نصف قطر ½ ۲ انچ ہے: قطعہ کا حجم دریافت کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۷۔ ایک قطعہ کرہ کی بلندی ۲ فٹ ۳ انچ اور کرہ کا قطر ۶ فٹ ۳ انچ ہے: حجم دریافت کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۸۔ اُس بڑے سے بڑے مکعب کے کنارے کا طول دریافت کرو جو ایک ایسے قطعہ دائرہ میں سے کاٹا جا سکتا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ اور بلندی ۵ انچ ہے۔ (" " ")

نوٹ:- مکعب کے دو ترچھے متراشی لو۔ تو ایک مستطیل حاصل ہوگا جو ایک قطعہ دائرہ سے گھرا ہوگا
مستطیل کا لمبا کنارہ ۵ مکعب کا وتر اور چھوٹا کنارہ ۵ مکعب کا کنارہ ہوگا۔

قطاع دائرے

۱۹ ۔ ۱۰ فٹ نصف قطر کے ایک کرہ میں سے ایک ٹھوس قطاع ایسے مخروط سے کاٹا جاتا ہے جس کا زاویہ °۱۲۰ ہے ۔ اُس کرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کی جسامت قطاع کی جسامت کے مساوی ہے ۔

(جامعۂ بمبئی : ایل ۔سی ۔ای ۔ پہلا امتحان)

۲۰ ۔ کسی کرہ میں ایک مخروط داخل کیا گیا اس طرح کہ مخروط کا راس دائرہ کے مرکز پر منطبق ہوگیا ۔ کرہ کا قطر ۲۴ انچ ۔ مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۵ انچ اور اُس کی بلندی ۲۰ انچ ہے ۔ بتاؤ کہ کرہ کے وزن میں کس قدر کمی ہو جائیگی ؟ ایک مکعب انچ مادہ کا وزن ۲۵ء۰ پونڈ فرض کرو ۔ (رڑکی انجینیر : داخلہ)

۲۱ ۔ ایک مخروط کی بلندی اور اُس کے قاعدہ کا قطر بالترتیب ۴ فٹ اور ۶ فٹ ہیں ۔ اس کو ایک ایسے خط کے گرد گھمایا جاتا ہے جو قاعدہ کے محیط کے کسی نقطہ کو راس سے ملاتا ہے ۔ اس طرح بننے والی شکل کا حجم دریافت کرو ۔

(رڑکی انجینیر : فائینل)

ضمیمہ سوالات امتحانات ۲۸

۲۲ ۔ محیط کے نقاط ن اور ق پر ۸ انچ نصف قطر کے ایک دائرہ کے دو مماس ط ن اور ط ق اس طرح کھینچے گئے کہ اُن کے درمیان °۶۰ کا زاویہ بنتا ہے ۔ اگر نقطہ ط اور مرکزِ دائرہ کو ملانے والے خط کے گرد شکل کو گھمایا جائے تو بتاؤ کہ اس طرح بننے والے مجسم کا حجم کیا ہوگا ؟

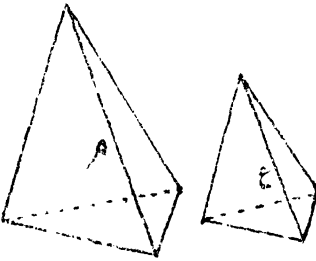
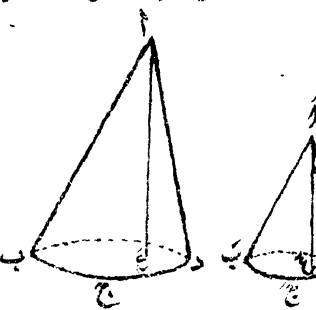
(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۲۳ ۔ دو فٹ قطر کے کرہ کے ایک منطقہ کے سرے دو ایسے متوازی دائرے ہیں جو ایک مشترک قطب سے بالترتیب ۳ انچ اور ۹ انچ کے فاصلوں پر ہیں ۔ اس منطقہ کا حجم دریافت کرو ۔ (رڑکی انجینیر : داخلہ)

باب بست و نہم

متشابہ مجسّمات

۱۷۶ - مجسّمات متشابہ کہلاتے ہیں اگر اُن کی وضع قطع ایک ہی ہو لیکن اُن کی جسامتوں کا مساوی ہونا ضروری نہیں ۔ شکل منسلکہ میں مخروط مضلع م اور مخروط مضلع ع متشابہ ہیں ۔ تمام مکعب ایک دوسرے کے متشابہ ہوتے ہیں اور اسی طرح تمام کُرے بھی ۔ کسی مشین کا نقشہ خود مشین کے متشابہ ہوتا ہے ۔ کسی جسم کی تکبیر خود اُسی کے متشابہ ہوتی ہے ۔

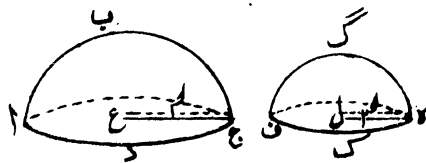
م ع

اگر کسی بڑے مخروطِ مضلع میں سے قاعدہ کے متوازی کسی تراش سے ایک چھوٹا مخروطِ مضلع کاٹ لیا جائے تو یہ ابتدائی مخروطِ مضلع کے متشابہ ہوتا ہے

۱۷۷ - اگر کسی مجسّم میں دو خطوطِ مستقیم یا منحنی کھینچے جائیں اور دو متناظر خطوط کسی متشابہ مجسم میں بھی کھینچے جائیں تو یہ چاروں خطوط متناسب ہوں گے ۔

ا ب ج د اَ بَ جَ دَ

اِس طرح متشابہ مخروطوں اب ج د اور اَبَ جَ دَ میں ۔

محیط ب ج د : محیط بَ جَ دَ
= ارتفاع اع : ارتفاع اَعَ

مسئلہ (۴۲)

۱۷۸۔ دو متشابہ مجسمات میں کھینچے ہوئے دو متناظر خطوط کے طول اور اِن مجسمات میں سے ایک کا حجم دیے ہوئے ہوں تو دُوسرے مجسم کا حجم دریافت کرنا۔

فرض کرو کہ اب ج د اور ف گ ہ ک دو متشابہ مجسمات ہیں جن کے متناظر خطوط ع ج اور ل ہ کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $ا_۱$ اور $ا_۲$ ہیں۔
نیز فرض کرو کہ مجسم ف گ ہ ک کا حجم کسی مکعب اکائی میں $ح_۲$ ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ مجسم ا ب ج د کا حجم $ا_۱$، $ا_۲$ اور $ح_۲$ کی رقوم میں دریافت کریں۔
یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ متشابہ مجسمات کے حجم ایک دُوسرے کے ساتھ وُہی نسبت رکھتے ہیں جو اُن میں کھینچے ہوئے کوئی سے دو متناظر خطوط کے طولوں کے مکعبوں کی نسبت ہوتی ہے۔
∴ مجسم ا ب ج د کا حجم : مجسم ف گ ہ ک کا حجم = $ع ج^۳ : ل ہ^۳$
یعنی —

مجسم اب ج د کا حجم : $ح_{۲} = ا_{۱}^{۳} : ا_{۲}^{۳}$

پس قاعدہ —

کسی مجسم کا حجم معلوم ہو سکتا ہے اگر اُس کی نسبت کسی متشابہ مجسم کے معلوم حجم سے دریافت کی جائے اور اِس (نسبت) کو دونوں مجسمات میں کے معلوم متناظر طولوں کے مکعبوں کی نسبت کے مساوی رکھا جائے۔

یا اِختصاراً —

پہلے مجسم کا حجم : دُوسرے مجسم کا حجم = پہلے مجسم اور دُوسرے مجسم میں کے متناظر طولوں کے مکعبوں کی نسبت

اِس لیے

$ح_{۱} : ح_{۲} = ا_{۱}^{۳} : ا_{۲}^{۳}$ . . . . (۱)

$ا_{۱} : ا_{۲} = \sqrt[۳]{ح_{۱}} : \sqrt[۳]{ح_{۲}}$ . . . . (۲)

توضیحی مثالیں

۱۷۹

مثال ۱: بتاؤ کہ ۲۰ فٹ ارتفاع کے مخروطِ مضلع کی کس قدر بلندی کاٹ لی جانی چاہیے تاکہ اس طرح حاصل شدہ مخروطِ مضلع کل کا چہار بٹے پانچواں حصہ ($\frac{۴}{۵}$) ہو؟

چھوٹا مخروطِ مضلع اور وہ جس سے کہ وہ کاٹا جاتا ہے دونوں متشابہ مجسمات ہیں . . . دفعہ ۱۷۶

اس لیے اگر $ا_{۱}$ فٹ = چھوٹے مخروطِ مضلع کا ارتفاع

تو $ا_{۱} : ا_{۲} = \sqrt[۳]{ح_{۱}} : \sqrt[۳]{ح_{۲}}$ . . . . دفعہ ۱۷۸

جہاں $ا_{۲} = ۲۰$، $ح_{۱} = ۴$ اور $ح_{۲} = ۵$

$\therefore ا_{۱} : ۲۰ = \sqrt[۳]{۴} : \sqrt[۳]{۵}$

$ا_{۱} = ۲۰\sqrt[۳]{\frac{۴}{۵}} = ۴\sqrt[۳]{۱۰۰}$

مطلوبہ بلندی = $۴\sqrt[۳]{۱۰۰}$ فٹ

مثال ۲: ایک مکعب فٹ پیتل کا وزن ۹۰۰۰ اونس ہوتا ہے۔ پیتل کے

ایک ایسے مکعب کا وزن دریافت کرو جس کا وتر ۱۲ انچ ہے۔

ایک مکعب فٹ کے وتر کا ناپ $\sqrt{۳}$ فٹ ہوتا ہے . . . . . دفعہ ۱۱۹

اس لیے اگر ۱۲ انچ وتر کے مکعب کا وزن و اونس ہو تو تشابہ مجسمات سے —

$و : ۹۰۰۰ = ۱^۳ : (\sqrt{۳})^۳$ . . . . دفعہ ۱۷۸

$\therefore و = \frac{۹۰۰۰}{(\sqrt{۳})^۳} = ۱۰۰۰\sqrt{۳} = ۱۷۳۲٫۰۵$

مطلوبہ وزن = ۱۷۳۲٫۰۵ اونس

مثال ۳: قاعدہ کے متوازی مستوی سطحوں سے ایک مخروط کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ان سطحوں کے مقام معلوم کرو۔ مخروط کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے۔

فرض کرو کہ مخروط کے راس سے متوازی سطحیں بالترتیب لا انچ اور ما انچ کے فاصلوں پر ہیں۔

تب تشابہ مجسمات سے —

$لا^۳ : ۳۰^۳ = \frac{۲}{۳} : ۱$ . . . . دفعہ ۱۷۸

$\therefore لا = ۳۰\sqrt[۳]{\frac{۲}{۳}}$

$= ۱۰\sqrt[۳]{۱۸}$

اور $ما^۳ : ۳۰^۳ = \frac{۱}{۳} : ۱$ . . . . دفعہ ۱۷۸

$\therefore ما = ۳۰\sqrt[۳]{\frac{۱}{۳}}$

$= ۱۰\sqrt[۳]{۹}$

سطحیں مخروط کے راس سے بالترتیب $۱۰\sqrt[۳]{۱۸}$ انچ اور $۱۰\sqrt[۳]{۹}$ انچ کے فاصلوں پر ہیں۔

مثال ۴: اگر لوہے کو شاہ بلوط کی لکڑی سے آٹھ گنا بھاری فرض کیا جائے تو لوہے کے اُس گولہ کا قطر کیا ہونا چاہیئے جس کا وزن ۱۸ انچ قطر والے شاہ بلوط کے گولہ کے وزن کے برابر ہے۔

فرض کرو کہ د پونڈ ہر ایک گولہ کا وزن ہے اور ر اور رَ بالترتیب لوہے اور شاہ بلوط کے گولوں کو تعبیر کرتے ہیں۔

تب —

$$\frac{و}{ح} = \frac{۸و}{حَ}$$

یا ح : حَ = ۱ : ۸

لیکن اگر $ل_۱$ انچ = لوہے کے گولہ کا قطر

تو $ح : حَ = ل_۱^۳ : ۱۸^۳$ . . . . دفعہ ۱۷۸

$$\therefore \quad ل_۱^۳ : ۱۸^۳ = ۱ : ۸$$

$$ل_۱^۳ = \frac{۱۸^۳}{۸}$$

$$ل_۱ = \frac{۱۸}{\sqrt[۳]{۸}} = ۹$$

لوہے کے گولہ کا قطر ۹ انچ ہوگا۔

مثال ۵: ایک مخروط کے قاعدہ کا رقبہ ۲۵ مربع انچ ہے: ایک تشابہ مخروط کے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے حجم اور اول الذکر مخروط کے حجم کا تناسب ۸ : ۱ ہے۔

فرض کرو کہ $ل_۱$ انچ اور $ل_۲$ انچ دونوں مخروطوں میں کے متناظر طول ہیں

تب —

$ل_۱ : ل_۲ = \sqrt[۳]{۱} : \sqrt[۳]{۸}$ . . . . دفعہ ۱۷۸

اور نیز $ل_۱ : ل_۲ = \sqrt{۲۵} : \sqrt{ق_۲}$ . . . . دفعہ ۱۰۴

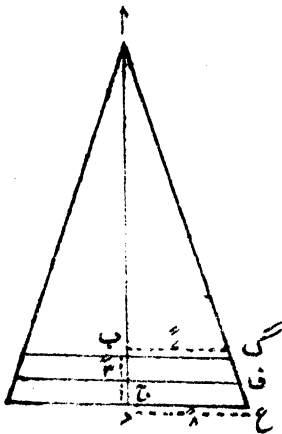
جہاں $ق_۲$ مربع انچ = تشابہ مخروط کے قاعدہ کا رقبہ

$$\therefore \quad \sqrt{ق_۲} : \sqrt{۲۵} = \sqrt[۳]{۸} : \sqrt[۳]{۱}$$

$$\therefore \quad \sqrt{ق_۲} = ۱۰$$

$$ق_۲ = ۱۰۰$$

تشابہ مخروط کے قاعدہ کا ناپ ۱۰۰ مربع انچ ہے۔

مثال ۶: ایک قائم مستدیرہ مخروط کے مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۷ انچ اور ۸ انچ ہیں اور اِس کا ارتفاع ۳ انچ ہے۔ سروں کے متوازی ایک

ایسی تراش کا مقام دریافت کرو جو اُس کے جحم کو دو مساوی حصوں میں منقسم کردیگی۔
اُس مخروط کو مکمل کرو جس کا ایک حصہ دیا ہُوا مقطوع ہے۔
شکل سے مخروط کی ایک ایسی تراش ظاہر ہوتی ہے جو اُس کے محور میں سے گزرتی ہے۔
تب —

گ ب = ۷ انچ

ع د = ۸ انچ

ب د = ۳ انچ

اور اگر ا ب = لا انچ —

لا : لا + ۳ = ۷ : ۸ . . . . دفعہ ۶۶

∴ لا = ۲۱

اب فرض کرو کہ ف ج سے کاٹنے والی مستوی سطح تعبیر ہوتی ہے اور
ا ج = ا انچ

یہ بھی فرض کرلو کہ تینوں مخروطوں اب گ، اج ف اور ا د ع کے جحم بالترتیب ح، ح۲ اور ح۳ مکعب انچ ہیں۔
تب تشابہ مجسمات سے —

ح : ح۲ : ح۳ = ۲۱³ : ا³ : ۲۴³ . . . . دفعہ ۱۷۸

لیکن ح۳ − ح۲ = ح۲ − ح

∴ ۲۴³ − ا³ = ا³ − ۲۱³

∴ ۲ ا³ = ۲۴³ + ۲۱³ = ۲۳۰۸۵

∴ ا³ = ۱۱۵۴۲٫۵

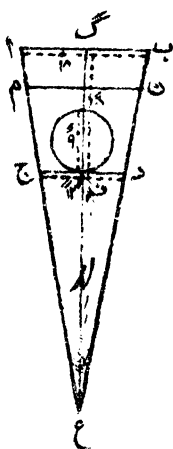
∴ ا = ۲۲٫۵۹۹

∴ ب ج = (۲۲٫۵۹۹...... − ۲۱) انچ

= ۱٫۵۹۹ ...... انچ

اور اس سے کاٹنے والی مستوی سطح کی تعیین ہو جاتی ہے۔

مثال ۷: مقطوع مخروط کی وضع کی ایک بالٹی کا بالائی قطر $1\frac{1}{2}$ فٹ، تہ کا قطر ۱ فٹ اور گہرائی $1\frac{1}{2}$ فٹ ہے۔ بالٹی کے نصف حصہ تک پانی بھرا ہوا ہے۔ اگر ۹ انچ قطر کا ایک کرہ اس میں ڈال دیا جائے تو بتاؤ کہ پانی کتنی بلندی تک چڑھ جائیگا؟

بالٹی کا حجم = $\frac{1\frac{1}{2} \times \pi}{3}\left\{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8}\right\}$ کمعب فٹ ...... دفعہ ۱۶۲

= $\frac{19\pi}{32}$ کمعب فٹ

= 1026π کمعب انچ

∴ نصف بالٹی کا حجم = 513π کمعب انچ

اب مخروط کو مکمل کرو جس کا ایک حصہ بالٹی ہے۔ اگر شکل اس مخروط کے محور میں سے گزرنے والی تراش کو تعبیر کرے

تو ا ب = ۱۸ انچ

ج د = ۱۲ انچ

گ ف = ۱۸ انچ

اور اگر ع ف = لا انچ —

لا انچ : (لا + ۱۸) انچ = ۱۲ : ۱۸ ...... دفعہ ۶۶

∴ لا = ۳۶

∴ مخروط ع ج د کا حجم = $\frac{1}{3} \times \pi \times (6)^2 \times 36$ کمعب انچ ...... دفعہ ۱۴۲

= 432π کمعب انچ

۹ انچ قطر کا کرہ ڈالنے سے $\frac{9^3 \times \pi}{6}$ کمعب انچ حجم کا پانی چڑھ جائیگا ...... دفعہ ۱۶۶

= $\frac{243\pi}{2}$ کمعب انچ

= ۱۲۱٫۵ کمعب انچ

اس لئے اگر خط م ن کرہ ڈالنے کے بعد پانی کی سطح کو تعبیر کرے تو مقطوع ج م ن د
کا ناپ (π۵۱۳ + π۱۲۱۱٫۵) مکعب انچ ہوگا
= π۶۳۲۴٫۵ مکعب انچ
فرض کروکہ ا انچ = وہ بلندی جہاں تک کہ پانی چڑھیگا۔
تب تشابہ اشکال سے —

$(۳۶ + ا)^۳ : ۳۶^۳ = π۱۰۶۶۱٫۵ : π۴۴۳۲$ . . . . دفعہ ۱۷۸

$۳۶ + ا = ۱۸ \sqrt[۳]{\frac{۷۹}{۴}}$

$= ۹ \sqrt[۳]{۱۵۸}$

$= ۴۸٫۶۵۵$

$\therefore ا = ۱۲٫۶۵۵$

پانی ۱۲٫۶۵۵ انچ بلندی تک چڑھ جائیگا

مثال ۸: ایک کروی خول میں ایک مخروطی سوراخ کیا گیا اس طرح کہ مخروط کا راس خول کے مرکز پر واقع ہوتا ہے۔ سوراخ کا بیرونی قطر ۲٫۲۵ انچ خول کا اندرونی قطر ۱۳ انچ اور مادّہ کی دبازت ۲٫۲۵ انچ ہے۔ بتاؤ کہ ایسا سوراخ بنانے سے خول کے حجم کا کتنا حصہ ضائع ہوجائیگا؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

اگر شکل سے کرہ کے مرکز میں سے گزرنے والی تراش تعبیر ہو تو —

ا ب = ۲٫۲۵ انچ
و ج = ۶٫۵ انچ
ج ا = ۲٫۲۵ انچ
فرض کروکہ س ع = ل

تب —

$ل (۶٫۵ - ل) = (۱٫۱۲۵)^۲$ . . . . دفعہ ۷۵

$$ل^{۲} - \frac{۳۵}{۲} ل + \frac{۸۱}{۶۴} = ۰$$

$$ل = ۰٫۰۷۲۶۲$$

∴ قطاع و ا ع ب کا حجم $= \frac{۲}{۳}$ π ر² ل مکعب انچ . . . . . دفعہ ۱۷۴

جہاں ر = ۸٫۷۵، ل = ۰٫۰۷۲۶۲

اس لئے قطاع و ا ع ب کا حجم $= \frac{۲}{۳}$ π ر² ل مکعب انچ

$= \frac{۲}{۳} \times ۳٫۱۴۱۶ \times (۸٫۷۵)^{۲} \times ۰٫۰۷۲۶۲$ مکعب انچ

اب قطاع و ج ک د اور قطاع و ا ع ب دونوں متشابہ ہیں۔

∴ قطاع و ج ک د کا حجم $= \frac{۲}{۳} \times ۳٫۱۴۱۶ \times (۸٫۷۵)^{۲} \times ۰٫۰۷۲۶۲ \times \frac{(۶٫۵)^{۳}}{(۸٫۷۵)^{۳}}$ مکعب انچ ... دفعہ ۱۷۸

اس لئے خارج شدہ حجم $= \frac{۲}{۳} \times ۳٫۱۴۱۶ \times ۰٫۰۷۲۶۲ \times \left\{ (۸٫۷۵)^{۲} - \frac{(۶٫۵)^{۳}}{۸٫۷۵} \right\}$ مکعب انچ

$= \frac{۲}{۳} \times ۳٫۱۴۱۶ \times ۰٫۰۷۲۶۲ \times ۴۵٫۱۷۶۷$ مکعب انچ

$= \frac{۲}{۳} \times ۳٫۱۴۱۶ \times ۳٫۲۸۰۷۳$ مکعب انچ

= ۶٫۸۷ مکعب انچ تقریباً

خول کے حجم میں تقریباً ۶٫۸۷ مکعب انچ کی کمی ہو جاتی ہے۔

امثلہ نمبری (۲۹)

۱۔ دو ایسے کُروں کے حجموں کا تناسب معلوم کرو جن کے قطروں کا تناسب ۷ : ۲ ہے۔

۲۔ ایک مکعب کا حجم کسی دُوسرے مکعب کے حجم سے آٹھ گُنا ہے۔ اگر پہلے مکعب کا کنارہ ۲ فٹ ۶ انچ ہو تو دُوسرے کا کنارہ کیا ہوگا؟

۳۔ دو متشابہ مخروطہائے مضلع کے ارتفاع بالترتیب ۶ انچ اور ۷ انچ ہیں۔ اگر پہلے کا حجم ۵۰ مکعب انچ ہو تو دوسرے مخروط کا حجم دریافت کرو۔

۴۔ اگر کسی ۵ انچ قطر کے کُرہ کا وزن ۸ پونڈ ہو تو اُسی مادّہ کے ایک ایسے کُرہ کا وزن دریافت کرو جس کا قطر ۸ انچ ہے۔

۵۔ ایک مخروط کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ ایک ایسے متشابہ مخروط کا ارتفاع دریافت کرو جس کا حجم پہلے مخروط کے حجم کا ستائیس گُنا ہے۔

۶۔ ۲۰ انچ ارتفاع کے ایک مخروطِ مضلع کو قاعدہ کے متوازی سطح سے دو مساوی حصوں میں کاٹا گیا۔ ہر ایک حصہ کی بلندی معلوم کرو۔

۷۔ دو متشابہ منشوروں کے حجموں میں نسبت ۳۴۳ : ۱۲۵ ہے۔ اُن کی بلندیوں میں نسبت دریافت کرو۔

۸۔ توپ کے دو گولوں کے وزنوں کا تناسب ۱۰۰۰ : ۷۲۹ ہے۔ ان کے نصف قطروں کا تناسب دریافت کرو۔

۹۔ دو متشابہ مخروطوں کے وزن بالترتیب ۵۸۳۲ اونس اور ۲۹۱۳ اونس ہیں اگر پہلے مخروط کا ارتفاع ۹ فٹ ہو تو دوسرے کا ارتفاع معلوم کرو۔

۱۰۔ قاعدہ کے متوازی اور راس و قاعدہ کی وسطی مستوی سطح سے ایک مخروطِ مضلع کو کاٹا گیا۔ مقطوع اور پورے مخروطِ مضلع کے حجموں کا تناسب معلوم کرو۔

۱۱۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قُطر بالترتیب ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی ایک مستوی سطح سے مقطوع کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ چھوٹے سرے سے سطح کا فاصلہ دریافت کرو۔

۱۲۔ قاعدہ کے متوازی مستویوں سے ایک مخروطِ مضلع کو تین مساوی حصوں میں منقسم کرو اور ان حصوں کی بلندیاں دریافت کرو۔ مخروطِ مضلع کا ارتفاع ۱۲ فٹ ہے۔

سوالات امتحانات ۲۹

۱۔ ایک بالٹی مقطوع مخروط کی وضع کی ہے۔ تہ کا قطر ۹ انچ، بالائی حصہ کا قُطر ۱ فٹ اور بلندی ۱۴ انچ ہے: اگر بالٹی کا نصف حجم پانی سے بھرا ہُوا ہو تو پانی کی گہرائی معلوم کرو۔ (جامعۂ بمبئی۔ اگریکلچر ڈپلوما۔ دسمبر ۱۱ امتحان)

۲۔ ایک مکعب کے ہر ایک کنارہ میں اُس کے طول کے دسویں حصہ کی کمی کردی جاتی ہے۔ بتاؤ کہ حجم میں کس قدر کمی ہوجائیگی۔
(جامعۂ پنجاب: سیول انجنیرنگ)

۳۔ ایک قائم مستدیر مخروط کو قاعدہ کے متوازی دو ایسی مستوی سطحوں سے منقسم کردیا گیا ہے جو محور کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کردیتی ہیں۔ ان تین حصوں کے حجموں کا مقابلہ کرو۔　　(جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف۔ اے)

۴۔ ایک مخروطِ مضلع کا قاعدہ $\frac{1}{2}$، انچ ضلع کا مربع ہے۔ ایک ایسے متشابہ مخروطِ مضلع کا قاعدہ مطلوب ہے جس کے حجم اور پہلے مخروط مضلع کے حجم کا تناسب ۱۱۱ : ۱۱ ہے۔ (سب پوراپرینٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ)

۵۔ دو ایسے متشابہ مخروطوں کے حجموں کا مقابلہ کرو جن کے محیط بالترتیب ۱۵ فٹ اور ۱۲ فٹ ہیں۔ (سب پوراپرینٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ)

۶۔ اگر ایک قائم الزاویہ متوازی السطوح کا طول عرض اور بلندی بالترتیب ایک دوسرے قائم الزاویہ متوازی السطوح کے طول عرض اور بلندی سے بمقدار ایک چوتھائی کے زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ پہلا جسم دوسرے سے تقریباً بقدر دو چند کے بڑا ہے۔ (سب پوراپرینٹس ڈپارٹمنٹ: ماہانہ)

۷۔ قاعدہ کے متوازی اور قاعدہ اور راس کے نقطۂ وسطی میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے ایک مخروطِ مضلع کو دو حصوں میں کاٹا گیا: ثابت کرو ایک ٹکڑا دوسرے کا سات گنا ہوگا۔
(سب پوراپرینٹس ڈپارٹمنٹ: فائینل)

۸۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۶ فٹ ہیں اور مقطوع کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی ایک سطح سے مقطوع کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ چھوٹے سرے سے سطح کا فاصلہ دریافت کرو۔ (مڈل کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۹۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۶ فٹ اور اُس کا ارتفاع ۵ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی مستوی سطحوں سے مقطوع کو

تین مساوی حصوں میں منقسم کیا گیا۔ چھوٹے سروں سے مستویوں کے فاصلے دریافت کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۰ - ۱۸ انچ ارتفاع کے ایک مخروط کو قاعدہ کے متوازی مستوی سطحوں سے تین مساوی قطعات میں تقسیم کرو اور ہر ایک حصہ کی عمودی بلندی دریافت کرو۔
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۱ - اگر اسٹیم انجن کے ایک نمونہ کا وزن ۸۰ پونڈ ہو تو انجن کا وزن معلوم کرو۔ انجن اُسی مادّہ کا بنا ہوا ہے جس کا کہ نمونہ بنایا گیا تھا لیکن اُس کے طولی ابعاد نمونہ کے ابعاد سے نو گنے ہیں۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۲ - دو کُروں کے وزنوں کا تناسب ۹ : ۲۵ اور ان کے ایک مکعب انچ مادّہ کے وزنوں کا تناسب ۱۵ : ۹ ہے۔ کُروں کے قطروں کا مقابلہ کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۳ - ثابت کرو کہ ۶ انچ نصف قطر کے کرہ کا حجم اُن کروں کے حجموں کے مجموعہ کے برابر ہے جن کے نصف قطر ۳ انچ، ۴ انچ اور ۵ انچ ہیں۔
(رُڑکی انجنیر: فائینل)

۱۴ - قاعدہ کے متوازی تراشوں سے ایک مخروط کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور اِن حصوں کے ارتفاع دریافت کرو۔ مخروط کا ارتفاع ۲۰ انچ ہے۔ (" ")

۱۵ - مکعب نما دو پتھروں کا مجموعی حجم ۱۷۹۱۵۲ مکعب انچ ہے اور چھوٹے مکعب اور بڑے مکعب کے کناروں کا تناسب ۳ : ۴ ہے۔ ہر ایک کا کنارہ دریافت کرو۔ (جامعۂ الٰہ آباد : انٹرمیڈیٹ)

۱۶ - مخروطی وضع کے ایک گلاس کا بالائی قطر ۳ انچ ہے اور اُس کی گہرائی ۴ انچ ہے، اُس کا نصف حجم پانی سے بھرا ہوا ہے۔ بتاؤ کہ اُس میں کس قدر پانی ہے اور گلاس میں اُس کی بلندی کیا ہوگی؟
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

حصۂ سوم

باب سی اُم

مستوی سطحوں سے گھرے ہوئے مجسمات

۱۸۰۱ ۔ کسی مجسم کی مجموعی سطح کا رقبہ اُس کو احاطہ کرنے والی سطحوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہوتا ہے ۔

اگر یہ احاطہ کرنے والی سطحیں اشکالِ مستوی ہوں تو انکے رقبے مساحت مستوی (حصۂ اوّل) میں ثابت شدہ کسی نہ کسی قاعدہ سے دریافت کئے جا سکتے ہیں اور اس کے لیے مزید معلومات کی ضرورت نہیں ہے ۔

ذیل کے مجسمات مستوی سطحوں سے گھرے ہوئے ہوتے ہیں:-

مستطیلی مجسم

منشور

مخروط مضلع

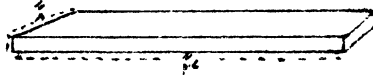
فانہ

منشور کا مائل مقطوع

منشور نما

مضلع مخروط کا مقطوع

توضیحی مثالیں

۱۸۱۔ مثال ۱: ۱ انچ موٹی ۸ انچ چوڑی اور ۲۷ انچ لمبی ایک دھاتی تختی کو پگھلا کر ایک مکعب بنایا گیا۔ دونوں مجسمات کی سطحوں کا فرق معلوم کرو۔

دھاتی تختی کی سطح = ۲(۸ × ۲۷ + ۲۷×۱ + ۸ × ۱) مربع انچ .... دفعہ ۸

= ۵۰۲ مربع انچ

دھاتی تختی کا حجم = (۸ × ۲۷ × ۱) مکعب انچ .... دفعہ ۱۱۵

= ۲۱۶ مکعب انچ

∴ مکعب کا کنارہ = $\sqrt[3]{216}$ انچ .... دفعہ ۱۱۷

= ۶ انچ

∴ مکعب کی سطح = ۶ × (۶ × ۶) مربع انچ .... دفعہ ۹

= ۲۱۶ مربع انچ

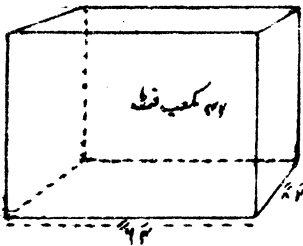
اس لیے دونوں مجسمات کی سطحوں کا فرق = (۵۰۲ − ۲۱۶) مربع انچ = ۲۸۶ مربع انچ

مثال ۲: ایک حوض کی استرکاری سیسہ کی چادروں سے جن کا وزن $5\frac{1}{2}$ پونڈ فی مربع فٹ ہے کیجائیگی۔ حوض کا طول ۴ فٹ ۶ انچ عرض ۲ فٹ ۸ انچ اور اُسکی گنجایش ۴۲ مکعب فٹ ہے: مطلوبہ سیسہ کا وزن دریافت کرو۔

اگر لا فٹ = حوض کی گہرائی

لا × $4\frac{1}{2}$ × $2\frac{2}{3}$ = ۴۲ .... دفعہ ۱۱۵

یا لا = $3\frac{1}{2}$ فٹ

یعنی حوض کی گہرائی = $3\frac{1}{2}$ فٹ

∴ حوض کی استرکاری کے لئے سیسہ کی مطلوبہ مقدار۔

$= (4\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{3} + 2 \times 4\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} + 2 \times 2\frac{2}{3} \times 3\frac{1}{2})$ مربع فٹ دفعہ ۸

$= 62\frac{1}{6}$ مربع فٹ

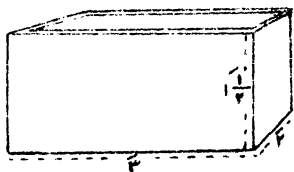
∴ مطلوبہ سیسہ کا وزن $= 62\frac{1}{6} \times 5\frac{1}{2}$ پونڈ

$= 341\frac{11}{12}$ پونڈ

مثال ۳ :- بغیر ڈھکن کا ایک صندوق ۱ انچ دبیز لکڑی سے بنا ہوا ہے اور اس کے اندر اور باہر رنگ کروایا جائیگا۔ اس کا بیرونی طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۳، ۲ اور ۱½ فٹ ہے۔ ایک مرتبہ رنگنے کے لیے رنگ کے کتنے سطحی فٹ درکار ہونگے؟

بیرونی سطح۔

$= \{3 \times 2 + 2(3+2) \times 1\frac{1}{2} + 2(3 + 1\frac{5}{6}) \times \frac{1}{12}\}$ مربع فٹ ... دفعہ ۸

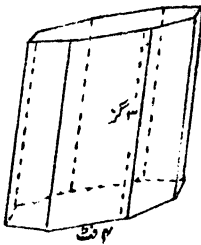
$= (6 + 15 + \frac{29}{36})$ مربع فٹ

$= 21\frac{29}{36}$ مربع فٹ

اندرونی سطح $= \{2\frac{5}{6} \times 1\frac{5}{6} + 2(2\frac{5}{6} + 1\frac{5}{6}) \times 1\frac{5}{12}\}$ مربع فٹ ... دفعہ ۸

$= (\frac{187}{36} + \frac{119}{9})$ مربع فٹ

$= 18\frac{5}{12}$ مربع فٹ

ایک مرتبہ رنگنے کے لئے $40\frac{2}{9}$ مربع فٹ پر رنگ لگانا پڑیگا۔

مثال ۴ : ۴ فٹ ضلع کے منتظم مثمن قاعدہ کے ایک ترچھے منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ منشور کے طرفی کنارے ۳ گز اور ان پر علی القوائم تراشش کا احاطہ ۹ گز ۱ فٹ ہے۔

منشور کے دونوں سروں کی سطحوں کا رقبہ —

$= 2 \times 2 (4)^2 (1+\sqrt{2})$ مربع فٹ ... دفعہ ۴۵

$= 64 (1+\sqrt{2})$ مربع فٹ

اب چونکہ منشور کے تمام طرفی رُخ ایسے متوازی الاضلاع ہیں جن کا طول مشترک اور طرفی کنارہ کے مساوی ہے —

∴ طرفی سطح کا رقبہ = علی القوائم تراش کا احاطہ × طرفی کنارہ

$= (9 \times 28)$ مربع فٹ

$= 252$ مربع فٹ

اس لئے مجموعی سطح کا رقبہ $= \{252 + 64(1+\sqrt{2})\}$ مربع فٹ $= 406.509$ مربع فٹ

مثال ۵: ایک مخروطِ مضلع کا قاعدہ ا فٹ ضلع کا مثلث متساوی الاضلاع ہے اور اُس کا مائل کنارہ ۳ فٹ ہے۔ مجموعی سطح معلوم کرو۔

مخروطِ مضلع کی مائل سطح $= 3 \times \frac{ج}{2} \sqrt{4 ا^2 - ج^2}$ مربع فٹ ... دفعہ ۲۴

جہاں ج = ا، ا = ۳

∴ مخروطِ مضلع کی مائل سطح $= 3 \times \frac{1}{4} \sqrt{36 - 1}$ مربع فٹ

$= 4.437$ مربع فٹ

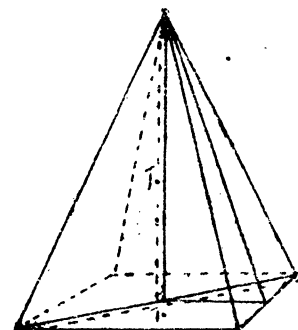
مخروطِ مضلع کا قاعدہ $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ مربع فٹ ... دفعہ ۲۱

$= 0.433$ مربع فٹ

∴ مجموعی سطح = ۴٫۸۷ مربع فٹ تقریباً

مثال ۶: ۱۰ فٹ ارتفاع کے ایک قائم مخروطِ مضلع کا قاعدہ ایسا مربع ہے جس کے وتر کا ناپ ۱۰ فٹ ہے: اُس کی مائل سطح دریافت کرو۔

چونکہ مربع قاعدہ کا وتر = ۱۰ فٹ —

∴ مربع قاعدہ کا ہر ضلع $= \frac{10}{\sqrt{2}}$ فٹ ... دفعہ ۱۷

اور چونکہ مخروطِ مضلع کا ارتفاع = ۱۰ فٹ۔

∴ مخروطِ مضلع کا مائل ارتفاع $= \sqrt{(۱۰)^۲ + \left(\frac{۵}{\sqrt{۳}}\right)^۲}$ فٹ .... دفعہ ۱۶

$= \frac{۱۵}{\sqrt{۳}}$ فٹ

∴ مخروطِ مضلع کی مائل سطح $= ۴ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰}{\sqrt{۳}} \times \frac{۱۵}{\sqrt{۳}}$ مربع فٹ ..... دفعہ ۲۰

= ۱۵۰ مربع فٹ

مثال ۷: اُس منشورِ مثلثی کی مجموعی سطح دریافت کرو جس کے قاعدہ کا ہر ضلع $۵\frac{۱}{۲}$ فٹ اور جس کی عمودی بلندی ۳۰ فٹ ہے۔

کسی مائل کنارہ مثلاً ا ب اور قاعدہ کے ایک ضلع کے نقطۂ وسطی ج میں سے گزرنے والی مخروطِ مضلع کی تراش میں راس ب سے قاعدہ پر کا عمود ب د واقع ہوگا۔

اور اس عمود کا پائین د اس طرح واقع ہوتا ہے کہ

د ج $= \frac{۱}{۳}$ ا ج .... دفعہ ۹۳

$= \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ فٹ .... دفعہ ۱۷

$= \frac{۱۱}{۴\sqrt{۳}}$ فٹ

اس لئے

ب ج $= \sqrt{(۳۰)^۲ + \left(\frac{۱۱}{۴\sqrt{۳}}\right)^۲}$ فٹ .... دفعہ ۱۶

= ۳۰٫۰۴۱۹ فٹ

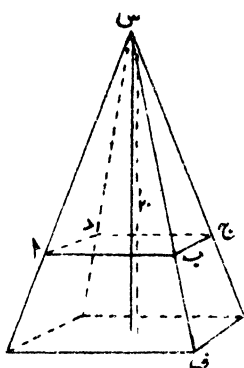
∴ مائل سطح کا رقبہ $= ۳ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۱}{۲} \times ۳۰٫۰۴۱۹$ مربع فٹ .... دفعہ ۲۰

= ۲۴۷٫۸۴۳ مربع فٹ

نیز قاعدہ کا رقبہ $= \left(۵\frac{۱}{۲}\right)^۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۴}$ مربع فٹ .... دفعہ ۲۱

= ۱۳٫۰۹۸ مربع فٹ

اس لئے مجموعی سطح کا رقبہ = ۲۶۰٫۹۴ مربع فٹ

مثال ۸: مربع قاعدہ کے ایک مخروطِ مضلع کا ارتفاع ۲۰ فٹ ہے: راس سے ایک ایسی اُفقی سطح کا عمودی فاصلہ دریافت کرو جو مائل سطح کے رقبہ کو دو مساوی حصوں میں کاٹتی ہو۔

شکل میں فرض کرو کہ ا ب ج د سے کاٹنے والی سطح تعبیر ہوتی ہے اور فرض کرو کہ لا فٹ = مخروطِ مضلع کے راس سے کاٹنے والی مستوی سطح تک کا عمودی فاصلہ۔

تب متشابہ اشکال سے۔

لا : ۲۰ = س ب : س ف ... دفعہ ۱۷۷

لیکن متشابہ اشکال سے۔

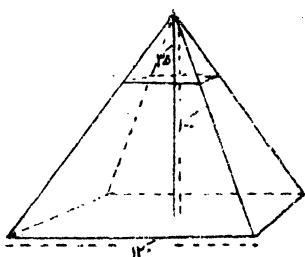
س ب : س ف = √۱ : √۲ ... دفعہ ۱۰۴

∴ لا : ۲۰ = √۱ : √۲

یا لا = ۱۰ √۲

= ۱۴٫۱۴۲۱

مطلوبہ فاصلہ ۱۴٫۱۴۲۱ فٹ ہے۔

مثال ۹: ایک مخروطِ مضلع کا ارتفاع ۱۰۰ فٹ اور اس کا قاعدہ ۱۲۰ فٹ ضلع کا مربع ہے۔ راس سے ۳۵ فٹ کے انتصابی فاصلے پر مخروطِ مضلع کو مستوی سطح سے کاٹ دیا گیا ہے۔ بتاؤ کہ بقیہ کی مجموعی برہنہ سطح کا رقبہ کیا ہوگا؟

بقیہ حصہ مخروطِ مضلع کا مقطوع ہوگا اور مقطوع کا بالائی سرا مربع ہوگا۔

فرض کرو کہ بالائی سرے کا ہر ضلع = لا فٹ

تب متشابہ اشکال سے۔

لا : ۱۲۰ = ۳۵ : ۱۰۰ .... دفعہ ۱۷۷

یا لا = ۴۲

پھر ۔

مخروط مضلع کی مائل بلندی = $\sqrt{(۶۰)^2 + (۱۰۰)^2}$ فٹ . . . . دفعہ ۱۶

= ۲۰ $\sqrt{۳۴}$ فٹ

اور اگر م فٹ = مقطوع کے ہر ایک مائل رُخ کے متوازی ضلعوں کے درمیان عمودی فاصلہ تو متشابہ اشکال سے ۔

م : ۲۰ $\sqrt{۳۴}$ = ۶۵ : ۱۰۰ . . . . دفعہ ۱۷۷

یا م = ۱۳ $\sqrt{۳۴}$

اس لئے مائل سطح کا رقبہ = ۴ × {$\frac{۱}{۲}$ (۴۲ + ۱۲۰) × ۱۳ $\sqrt{۳۴}$} مربع فٹ دفعہ ۳۹

= ۲۴۵۵۹٫۹۶ مربع فٹ

نیز بالائی سطح کا رقبہ = (۴۲)^2 مربع فٹ

= ۱۷۶۴ مربع فٹ

اِس لئے مجموعی برہنہ سطح = ۲۶۳۲۳٫۹۶ مربع فٹ

امثلہ نمبری (۳۰)

مستطیلی مجسمات

اُن مستطیلی مجسمات کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں :۔

۱ ۔ ۳ فٹ ۶ انچ، ۲ فٹ ۹ انچ، ۲ فٹ ۶ انچ ۔

۲ ۔ ۴ فٹ ۷ انچ، ۳ فٹ ۱۰ انچ، ۳ فٹ ۸ انچ ۔

۳ ۔ ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، ۲ گز، ۱ گز ۲ فٹ ۷ انچ ۔

اُن مکعبوں کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن کے کناروں کے طول حسب ذیل ہیں :۔

۴ - ۳ فٹ ۷ انچ ۵ - ۱ گز ۲ فٹ ۶ انچ ۶ - ۲ گز ۲ فٹ ۸ انچ

۷ - بتاؤ کہ اُس مستطیلی وضع کے صندوق کو باہر کی جانب ۳ پنس فی مربع گز کے حساب سے رنگوانے میں کیا لاگت ہوگی جس کا طول ۵ فٹ ۴ انچ، عرض ۴ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۴ فٹ ۳ انچ ہے ؟

۸ - اُس مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کی سطح کا رقبہ وُہی ہوتا ہے جو کہ ایک ایسے مستطیلی مجسم کا ہے جس کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۱۰ فٹ، ۷ فٹ اور ۶ فٹ ہے -

۹ - اُس مکعب کی سطح کا رقبہ معلوم کرو جس کا حجم وُہی ہے جو کہ ایک ایسے مستطیلی مجسم کا حجم ہے، جس کے ابعاد حسبِ ذیل ہیں : طول ۹ فٹ، عرض ۷ فٹ اور بلندی ۵ فٹ ہے -

۱۰ - ایک مستطیلی مجسم کا قاعدہ ایک مربع ہے اور اُس کی بلندی اِس کے طول سے دوچند ہے - اگر اُس کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہو تو اُس کی سطح کا رقبہ دریافت کرو -

۱۱ - مستطیلی وضع کے ایک ڈبہ کا قاعدہ مربع ہے اور اِس کی اندرونی گہرائی اُس کے اندرونی طول کی نصف ہے : اگر ڈبہ کی گنجائش ۴۰۰۰ مکعب انچ ہو اور وہ ڈبہ بغیر ڈھکن کے ہو تو اُس کی اندرونی سطح دریافت کرو -

۱۲ - مستطیلی وضع کا ایک ڈبہ مع ڈھکن ۱ انچ موٹی لکڑی سے بنایا گیا ہے - اگر اُس کے اندرونی ابعاد ۴ فٹ ۲ انچ، ۳ فٹ ۸ انچ اور ۳ فٹ ۵ انچ ہوں تو اُس کی مجموعی بیرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو -

۱۳ - انچ کے سوویں حصہ تک اُس مکعب کا کنارہ معلوم کرو جس کی سطح ۱۰ مربع فٹ ہے -

۱۴ - ۱۰ فٹ ۴ انچ لمبے ۷ فٹ ۲ انچ چوڑے اور ۴ فٹ ۸ انچ گہرے مستطیلی وضع کے ایک حوض کے پہلوؤں اور تہ پر سیسہ کی چادروں سے استرکاری کروانے کی قیمت دریافت کرو - سیسہ کی قیمت ۲۵ شلنگ فی ہنڈرڈ ویٹ ہے اور اس کا وزن ۸ پونڈ فی مربع فٹ ہے -

۱۵ - اس بات کی تصدیق کرو کہ کم سے کم مادہ سے معلومہ گنجائش کا مستطیلی وضع کا ایک ڈبہ مع ڈھکن کے بنانے کے لئے مکعب شکل بہت ہی مفید ہوگی -

۱۶ - اس بات کی تصدیق کرو کہ کم سے کم مادّہ سے معلومہ گنجائش کا مستطیل وضع کا

ایک ڈبہ بغیر ڈھکن کے بنانے کے لئے سب سے مفید شکل وہ ہوگی جس کی بلندی طول سے نصف ہو اور جس کا قاعدہ ایک مربع ہو۔

منشور

۱۷۔ ایک ایسے قائم مثلثی منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۳۶ فٹ اور جس کے قاعدہ کے اضلاع بالترتیب ۱۵، ۳۷ اور ۲۰ فٹ ہیں۔

۱۸۔ اُس قائم مثلثی منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۷ گز اور جس کے قاعدے کے اضلاع بالترتیب ۲۵، ۳۹ اور ۵۶ فٹ ہیں۔

۱۹۔ اُس قائم منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۶ فٹ اور جس کا قاعدہ ۲ فٹ ضلع کا منتظم مسدس ہے۔

۲۰۔ اُس قائم مثلثی منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ معلوم کرو جس کا ارتفاع ۱۰ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ انچ ضلع کا منتظم مثمن ہے۔

۲۱۔ اُس قائم منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۲ فٹ ۳ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

۲۲۔ ۱۰ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے اُس قائم منشور کے طرفی رُخوں کو رنگوانے کی اُجرت معلوم کرو جس کا ارتفاع ۵ فٹ ۳ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ فٹ ۸ انچ ضلع کی منتظم نوضلعی شکل ہے۔

۲۳۔ ایک قائم منشور کا قاعدہ ایک ایسا مثلث ہے جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ انچ ہیں۔ اگر اس کی مجموعی سطح کا ناپ ۴ مربع فٹ ۱۲ مربع انچ ہو تو اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۲۴۔ ایک ایسے مائل منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۸ انچ ضلع کا مربع ہے، طرفی کنارے ۲ فٹ ۲ انچ اور ان پر کی علی القوائم تراش کا احاطہ ۳ فٹ ۲ انچ ہے۔

۲۵۔ ایک قائم منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ ۲۵ ۳ مربع انچ اور طرفی سطح کا رقبہ اس کے دونوں سروں کے رقبوں کے مجموعہ کے مساوی ہے نیز منشور کا قاعدہ

مثلث متساوی الاضلاع ہے - اِس کا ارتفاع دریافت کرو -

مخروطِ مضلع

۲۶ - ایک ایسے قائم مخروطِ مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۲ فٹ ۶ انچ ضلع کا مربع ہے اور جس کی مائل بلندی ۲ فٹ ۹ انچ ہے -

۲۷ - اُس منتظم ہو سطحی کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کے کنارہ کا ناپ ۵ فٹ ہے -

۲۸ - اُس قائم مخروطِ مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۰ انچ ضلع کا منتظم مسدّس ہے اور جس کا مائل ارتفاع ۱ فٹ ہے -

۲۹ - اُس قائم مخروطِ مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۴۰ انچ ضلع کا مربع ہے اور جس کے دوسرے کناروں میں سے ہر ایک کا ناپ ۲۰٫۷۵ انچ ہے -

۳۰ - اُس قائم مخروطِ مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۶ انچ ضلع کا مربع اور جس کا ارتفاع ۲۹ انچ ہے -

۳۱ - اُس قائم مخروطِ مضلع کا ارتفاع معلوم کرو جس کی مجموعی سطح ۲۷۰√۳ مربع انچ اور جس کا قاعدہ ۱۰√۳ انچ ضلع کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے -

۳۲ - ۶ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اُس قائم مخروطِ مضلع کی تمام سطح پر پالش کروانے کی اُجرت دریافت کرو جس کی مائل بلندی ۱۴ انچ اور جس کا قاعدہ ۱ انچ ضلع کا ایک منتظم مثمن ہے -

۳۳ - اُس قائم مخروطِ مضلع کی ترچھی سطح دریافت کرو جس کا ارتفاع ۶۵ انچ ہے اور جس کا قاعدہ ۴۸√۳ انچ ضلع کا منتظم مسدّس ہے -

۳۴ - مربع قاعدہ کے ایک مخروطِ مضلع کے دوسرے چار طرفی رُخ چار مثلثات متساوی الاضلاع ہیں اور ہر کنارہ ۹ انچ ہے : اس کی مجموعی سطح معلوم کرو -

۳۵ - ایک قائم منتظم مسدسی مخروطِ مضلع کا مائل کنارہ ۶۵ انچ اور اس کا ارتفاع ۵۶ انچ ہے - قاعدہ کا رقبہ معلوم کرو -

فانہ

۳۶ - ایک فانہ کے قاعدہ کا طول ۷۰ انچ اور عرض ۵۶ انچ ہے اور فانہ کا کنارہ ۸۶ انچ ہے: اگر منحرف نما رُخوں کے دُوسرے اضلاع میں سے ہر ایک ۳۲،۵ انچ ہو تو فانہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۷ - ایک فانہ کے قاعدہ کا طول ۶۰ انچ اور عرض ۲۴ انچ ہے۔ فانہ کا ارتفاع ۹ انچ اور اس کا کنارہ ۵۲ انچ ہے۔ اگر قاعدہ کے ساتھ فانہ کے سروں کا میلان مساوی ہو تو اس کے منحرف نما بازوؤں کا رقبہ دریافت کرو۔

منشور کا مائل مقطوع

۳۸ - ایک قائم منشور کا قاعدہ ۳ فٹ ضلع کی منتظم سات ضلعی شکل ہے۔ اس منشور کا ایک حصہ کاٹ کر ایک مائل مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ سات متوازی کناروں کا مجموعہ ۳۸ فٹ ۶ انچ ہے: مقطوع کے طرفی رُخوں کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۹ - ایک ترچھے منشور کی عمودی تراش ۱ فٹ ۶ انچ ضلع کی منتظم مخمس ہے۔ اس منشور کا کچھ حصہ کاٹ کر ایک مائل مقطوع حاصل کیا گیا اس طرح کہ پانچ متوازی کناروں کا مجموعہ ۲۲ فٹ ۶ انچ ہوتا ہے: مقطوع کے طرفی رُخوں کا رقبہ دریافت کرو۔

منشور نما

۴۰ - ایک منشور نما کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد بالترتیب ۵۶ فٹ × ۲۸ فٹ اور ۳۰ فٹ × ۱۵ فٹ ہیں۔ اور بقیہ کناروں میں سے ہر ایک ۴۲ فٹ ۶ انچ ہے: مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۱ - ایک منشور نما کا ایک سرا ۱۶ انچ ضلع کا مربع ہے اور دُوسرا سرا ۸ انچ ضلع کا منتظم مثمن ہے۔ نیز مثمن کے چار ضلعے مربع کے چار ضلعوں کے

متوازی ہیں : اگر منشور نما کے بقیہ کناروں میں سے ہر ایک کا ناپ ۵ ءء ۸ انچ ہو تو اُس کی طرفی سطح کا رقبہ دریافت کرو ۔

مخروطِ مضلع کا مقطوع

۴۲ ۔ ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے مثلثات متساوی الاضلاع ہیں جن کے ضلعے بالترتیب ۹ فٹ اور ۱۳ فٹ ہیں : اگر ہر ایک منحرف نما رُخ کے متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ ۶ فٹ ۴ انچ ہو تو مقطوع کی مائل سطح کا رقبہ دریافت کرو ۔

۴۳ ۔ ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سرے ایسے مربعے ہیں جن کے ضلعے بالترتیب ۲ فٹ ۶ انچ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں : اگر ہر ایک منحرف نما رُخ کے متوازی ضلعوں کا درمیانی فاصلہ ۳ فٹ ۴ انچ ہو تو مقطوع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو ۔

۴۴ ۔ ۳ پنس فی مربع انچ کے حساب سے ایک ایسے مخروطِ مضلع کے مقطوع کی مجموعی سطح پر پالش کروانے کی اُجرت قریب ترین پینی تک معلوم کرو جس کے سرے بالترتیب ۳ فٹ اور ۴ فٹ ضلعوں کے منتظم مسدس اور جس کی مائل بلندی ۱ فٹ ۶ انچ ہے ۔

۴۵ ۔ ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کے سرے بالترتیب ۴ انچ اور ۱۰ انچ ضلعوں کے مربعے ہیں ۔ ارتفاع ۴ انچ ہے : مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو ۔

سوالات امتحانات ۔ ۳۰

(π = ۲۲/۷ فرض کرو)

مستطیلی مجسمات

۱ ۔ ۱۲ فٹ ۹ انچ لمبے ، ۸ فٹ ۳ انچ چوڑے اور ۶ فٹ ۶ انچ گہرے مستطیلی وضع کے

ایک حوض کے پہلوؤں اور تہ پر ایک پونڈ ۸ شلنگ فی ہنڈرویٹ کی قیمت اور ۸ پونڈ فی مربع فٹ وزنی سیسہ کی تختیوں سے استرکاری کرنے میں کیا لاگت ہوگی؟
(رڑکی انجینیر: داخلہ)

۲- ایک مکعب کے قاعدہ کا وتر ۲ فٹ ہے: اس کا حجم اور مجموعی سطح معلوم کرو نیز بتاؤ کہ اگر اس مکعب کو ایک گولہ کی وضع میں تبدیل کیا جائے تو کم از کم کس قدر مادہ نکالنا پڑیگا؟ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۳- ¾ انچ قطر اور ⅛ انچ دبازت کے کتنے سکوں کو پگھلایا جائے کہ ان کے مادہ سے ایک ایسا مکعب بنایا جاسکے جس کی سطح کا ناپ ۵۴ مربع انچ ہو؟ (")

۴- ایک مکعب کا حجم ۶۵۰٫۹۶۲ کمعب فٹ ہے - اُس پر ایسے کپڑے کا غلاف چڑھانے کی لاگت معلوم کرو جس کا عرض ۲ فٹ ۲ انچ اور قیمت ۹ پنس فی گز ہے -
(رڑکی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۵- مستطیلی وضع کے ایک ڈبہ کے متصل کنارے ۳٫۴۲۸۵۷ انچ ۵٫۴۲۸۵ انچ اور ۱۰٫۲۸۵۷۱ انچ ہیں- ¾ پنس فی مربع انچ کے حساب سے بیرونی سطح پر ملمع کرانے کی اجرت معلوم کرو- (رڑکی انجینیر: فائینل)

۶- ۳ پونڈ ۱۰ شلنگ ۴ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے دھات کے ایک مکعب کی قیمت ۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پنس ہوتی ہے: ½ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اس پر ملمع کرانے کی اجرت معلوم کرو- (" ")

۷- کسی مکعب کے دو متقابل کے کناروں میں سے گزرنے والی تراش کے رقبہ کا مقابلہ مکعب کی پوری سطح کے رقبہ سے کرو- (" ")

۸- ۱۵ فٹ لمبے ½۲ فٹ چوڑے اور ½۱ انچ دبیز پنکھے کے فریم پر اگر کپڑا چڑھانا مطلوب ہو تو بتاؤ کہ کتنے فٹ ایسا کپڑا درکار ہوگا جس کا عرض ۲ فٹ ہو؟
(رڑکی انجینیر: فائینل)

منشور

۱- اُس مائل منشور کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۰ انچ ضلع کا منتظم مسدس ہے اور طرفی کنارے ۲۰ فٹ اور ان پر علی القوائم تراش کا احاطہ ½۴ فٹ

ہے ۔　(جامعۂ بمبئی: زراعت: دوسرا امتحان)

۱۰ - ایک منتظم مثمن منشور کی مجموعی سطح کا رقبہ ۲۰۷۰ مربع فٹ اور اس کی طرفی سطح کا رقبہ بالائی سرے کے رقبہ کا دوچند ہے : قاعدہ کے ہر ضلع کا طول معلوم کرو۔

(سُو پیریر اکونٹس)

مخروطِ مضلع

۱۱ - ۱۸ فٹ × ۳۲ فٹ البعاد کے مستطیلی قاعدہ پر بنی ہوئی مخروطِ مضلع کی وضع کی ۱۲ فٹ بلند چھت ایسی تختیوں سے ڈھکی ہوئی ہے جو ۱۸ شلنگ ۹ پنس سینکڑہ کے حساب سے بکتی ہیں اور ہر ایک کی برہنہ سطح کے البعاد ۱۲ انچ × ۹ انچ ہیں : لاگت معلوم کرو۔

(جامعۂ بمبئی ۔ زراعت ۔ دُوسرا امتحان)

۱۲ - ایک منتظم مخروطِ مضلع کی سطح کا رقبہ کس طرح معلوم کروگے ۔

(جامعہ بمبئی: ایل ۔ سی ۔ ای ۔ دوسرا امتحان)

۱۳ - ایسے مربع مخروطِ مضلع کی مائل سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا ہر ضلع ۳ فٹ اور جس کی مائل بلندی ۱۵ فٹ ہے۔

(جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۱۴ - اُس قائم مخروطِ مضلع کی مائل سطح دریافت کرو جس کا ارتفاع ع اور جس کا قاعدہ ن اضلاع کی ایسی منتظم شکل ہے جس کے ہر ضلع کا طول ا ہے ۔

(جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف ۔ اے)

۱۵ - ۲۱ فٹ مربع قطعہ زمین پر مخروطِ مضلع کی وضع کا ایک ایسا خیمہ لگوانا مطلوب ہے جس کی عمودی بلندی ۱۴ فٹ ہے ۔ ۵ آنہ فی مربع گز کے حساب سے مطلوبہ کپڑے کی قیمت دریافت کرو۔　(رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۶ - ایسے مثلثی مخروطِ مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جو چار ایسے مثلثات متساوی الاضلاع پر مشتمل ہے جن میں سے ہر ایک کا ضلع ۱۰ فٹ ہے۔ (" ")

۱۷ - چیوپ کا مخروطِ مضلع ۵۰۷ فٹ مربع اور ۴۷۵ فٹ بلند ہے۔ بتاؤ کہ ایونڈ فی مربع فٹ کے حساب سے اس کی سطح کو مجلا سنگ خارا سے پہلے جیسا چمکدار

بنوانے میں کیا اخراجات ہونگے؟ (رُڑکی ۲ انجینیر: داخلہ)

۱۸۔ کسی مخروطِ مضلع کا قاعدہ ایک ایسا مثلث تساوی الاضلاع ہے جس کا ہر ضلع ۲ فٹ ہے اور اِس کا مائل کنارہ ۶ فٹ ہے: اس کی برہنہ سطح معلوم کرو۔
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۹۔ اُس مخروطِ مضلع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کا قاعدہ ایک مثلث ہے اور جس کے دوسرے رُخ مساوی ہیں۔ قاعدہ کا ہر ضلع ۱۱٫۴۵ انچ اور مخروط مضلع کا مائل کنارہ ۲٫۹۸ انچ ہے۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۲۰۔ ۵۰ فٹ بلند ایک مسدسی مینار کا مائل کنارہ ۷۰ فٹ ہے۔ ۴ روپیہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے رنگوانے کی اُجرت معلوم کرو۔ (" ")

۲۱۔ ۱۲ فٹ مربع اور ۶ فٹ اونچی دیواروں والے ایک ڈنڈے کے ڈیرہ کے لئے مطلوبہ کپڑے کی قیمت بتاؤ۔ چھت کا اُتار ۴۵° ہے اور چھت چاروں طرف دیواروں سے ۳ فٹ آگے نکلی ہوئی ہے۔ کپڑے کا عرض ۲ فٹ ۳ انچ اور اس کی قیمت ۱۴ آنہ فی گز ہے۔ (رُڑکی انجینیر: فائینل)

منشور نما

۲۲۔ ایک منشور نما کا ایک سرا ۲ فٹ ضلع کا مثلث تساوی الاضلاع ہے اور دوسرا سرا ۱ فٹ ضلع کا منتظم مسدس ہے۔ مسدس کے تین ضلعے دوسرے سرے کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں: ارتفاع ۳ فٹ ہے: اس کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

مضلع مخروط کے مقطوع

۲۳۔ ایک ایسے مربع مضلع مخروط کے مقطوع کی سطح معلوم کرو جس کے قاعدے

یا بڑے سرے کا ہر ضلع ۳ فٹ ۴ انچ اور بالائی یا چھوٹے سرے کا ہر ضلع ۲ فٹ ۲ انچ ہے اور مقطوع کے کناروں میں سے ہر ایک ۱۰ فٹ ہے۔
(جامعۂ بمبئی۔زراعت: دوسرا امتحان)

۲۴۔ ایک مضلع مخروط کے مقطوع کے سرے بالترتیب ۶ فٹ اور ۴ فٹ اضلاع کے مسدس ہیں اور اس کا مائل ارتفاع ۱۰ فٹ ہے: سطح معلوم کرو۔
(جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ای)

۲۵۔ ایک مربع مخروط مضلع کے مقطوع کی سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فٹ اور قاعدہ کا محیط ۱۳ فٹ ۴ انچ اور مائل ارتفاع ۱۰ فٹ ہے۔ بالائی سرے کا رقبہ دریافت کرو۔
(رڑکی انجینیر: داخلہ)

ضمیمہ سوالات امتحانات

۲۶۔ ایک منتظم مضلع مخروط کے مقطوع کے سرے مربع ہیں۔ نچلے سرے کا کنارہ ۱۰ انچ اور بالائی سرے کا ۵ انچ ہے۔ نیز مقطوع کی بلندی $\frac{1}{2}$ ۷ انچ ہے: مقطوع کے ایک مائل کنارہ کا طول اور مائل رخوں کا رقبہ دریافت کرو۔
(رڑکی ایس۔ اے۔ ڈی۔ سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۲۷۔ ایک صندوق مع ڈھکن $\frac{1}{2}$ ۱ انچ دبیز تختیوں سے بنا ہوا ہے۔ اگر بیرونی ابعاد ۳ فٹ ۶ انچ، ۲ فٹ ۶ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہوں تو ٹھیک ٹھیک معلوم کرو کہ اس کی بناوٹ میں کتنے مربع فٹ تختے استعمال ہوئے ہیں۔
(جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

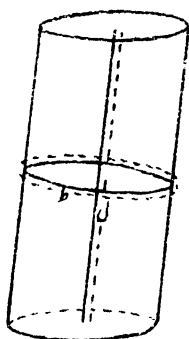
۲۸۔ مستطیلی وضع کے ایک پتھر کے تمام رخوں پر سوائے اس رخ کے جو کہ زمین پر ٹکا ہوا ہے صفائی کی جائیگی۔ تین مختلف رخوں کو یکے بعد دیگرے نیچے رکھ کر یہ معلوم ہوا کہ ان صورتوں میں پتھر کی مجموعی سطح کا رقبہ جس پر صفائی کی جائیگی بالترتیب ۴۱۲ مربع فٹ، ۳۹۴ مربع فٹ اور ۴۰۴ مربع فٹ ہے۔ پتھر کے ابعاد دریافت کرو۔
(رڑکی انجینیر: فائنل)

۲۹ ۔ ایک منشور نما کا ایک سرا ۳ فٹ ضلع کا مثلث متساوی الاضلاع ہے اور دوسرا سرا ۲ فٹ ضلع کا منتظم مسدس ہے ۔ مسدس کے تین اضلاع دوسرے سرے کے تین ضلعوں کے متوازی ہیں ۔ ارتفاع ۳ فٹ ہے : اس کی سطح کا رقبہ معلوم کرو ۔
(ٹرنٹی کالج اپوسب آرڈینیٹ : داخلہ)

باب سی و یکم

اُسطوانے اور حلقے

مسئلہ (۴۳)

۱۸۴۔ کسی اُسطوانہ کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا جب کہ اُسطوانہ کا طول اور اُس کے محور پر علی القوائم سطح سے اُس کی عمودی تراش کا احاطہ دیے ہوئے ہوں۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ اُسطوانہ کی تعریف اِس طرح کی جا سکتی ہے کہ وہ منشور کی انتہائی صورت ہے جس کے ضلعوں کی تعداد لاانتہا بڑھا دی گئی ہو اور ہر ضلع کا طول لاانتہا کم کر دیا گیا ہو (دفعہ ۱۲۵)۔

اب کسی منشور کی طرفی سطحوں کا رقبہ مساوی ہوتا ہے —

ط × ل مربع اکائیاں

جہاں ط طولی اکائیاں = منشور کی ایسی عمودی تراش کا احاطہ جو اُس کے محور پر علی القوائم سطح سے بنتی ہے —

اور ل طولی اکائیاں = منشور کا طول

∴ کسی اُسطوانہ کی منحنی سطح کا رقبہ } = عمودی تراش کا احاطہ × طول

= ط ل مربع اکائیاں

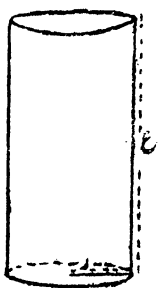
پس قاعدہ —

اُسطوانہ کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اُن کی ایسی عمودی تراش کے احاطہ میں کی اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو جو محور پر علی القوائم سطح سے بنتی ہیں۔ تب حاصل ضرب سے متناظر مربع اکائیوں میں منحنی سطح کا رقبہ حاصل ہوگا۔

یا مختصراً —

اُسطوانہ کی منحنی سطح = عمودی تراش کا احاطہ × طول

س = ط ل

صورت خاص

۱۸۳ - قائم مستدیر اُسطوانہ

یہاں اُسطوانہ کا قاعدہ ایک ایسی تراش ہے جو محور پر علی القوائم سطح سے بنتی ہے اور اُسطوانہ کا طول وہی ہے جو کہ اُس کا ارتفاع ہے۔

∴ قائم مستدیر اُسطوانہ کی منحنی سطح کا رقبہ } = قاعدہ کا محیط × ارتفاع

= ط × ع مربع اکائیاں

اس لیے —

قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح = ۲π ر (ر + ع) مربع اکائیاں

جہاں ر طولی اکائیاں = قاعدہ کا نصف قطر
ع طولی اکائیاں = ارتفاع

۱۸۴- قائم مستدیر اُسطوانہ کے ایسے قطعہ پر غور کرو جو محور کے متوازی کسی مستوی سے بنتا ہے۔ اصطلاح کے وسیع اطلاق کو مدنظر رکھتے ہوئے ایسے قطعۂ اُسطوانہ کو منشور تصور کیا جا سکتا ہے (دیکھو دفعہ ۱۲۶)۔ اس لیے اس کی طولی سطحوں کے رقبہ کا تعین ذیل کے ضابطہ سے ہو سکتا ہے۔

س = ط × ل مربع اکائیاں

جہاں ط طولی اکائیاں = قطعہ کے ایک سرے کا احاطہ
اور ل طولی اکائیاں = قطعہ کا طول

سرے کا احاطہ دائرہ کی قوس کے متعلقہ ضوابط سے دریافت کیا جا سکتا ہے۔ (دیکھو دفعات ۸۱، ۹)۔

سروں کے رقبے قطعۂ دائرہ کے متعلقہ ضوابط سے دریافت کیے جا سکتے ہیں۔ (دیکھو دفعات ۸۸، ۹۰)

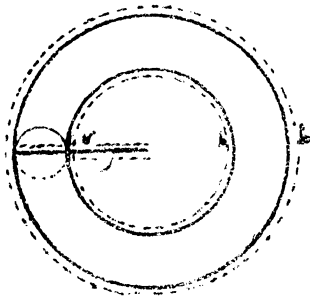
حلقے

۱۸۵- اُسطوانہ نما حلقہ کی تعریف اِس طرح کی گئی تھی کہ اِس سے ایک ایسا اُسطوانہ مُراد ہے جس کو دائرہ کی شکل میں یہاں تک موڑ دیا گیا ہو کہ اُس کے سرے مل جائیں۔ حلقہ بنانے کے لیے اُسطوانہ کو موڑنے میں چونکہ اس کا اندرونی حصہ اُسی قدر سکڑ جاتا ہے جتنا کہ بیرونی حصے میں پھیلاؤ واقع ہوتا ہے اس لیے حلقہ کی سطح وہی ہوگی جو کہ ابتدائی اُسطوانہ کی سطح ہوتی ہے۔ اِس لیے اُسطوانہ نما حلقہ کی سطح ایک ایسے قائم مستدیر اُسطوانہ کی سطح کے برابر ہوتی ہے جس کا قاعدہ حلقہ کی عمودی تراش کے برابر ہو اور جس کا

ارتفاع حلقہ کے طول کے برابر ہو۔
یعنی —

اُسطوانہ نما حلقہ کی سطح = عمودی تراش کا احاطہ × حلقہ کا طول

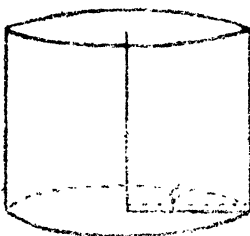
س = ط × ل

اِن ہی دلائل کا اطلاق کسی ایسے حلقہ کی صورت میں بھی ہو سکتا ہے جس کی عمودی تراش ایک ایسے خطِ مستقیم کے گرد متشابہ ہے جو عمودی تراش کے مستوی میں ہے اور حلقہ کے مستوی پر علی القوائم ہے (دفعہ ۱۳۳ کی شکل دیکھو)۔

۱۸۶۔ اُسطوانہ نما حلقہ کی صورت خاص میں ذیل کے ضابطے آسانی کے ساتھ ثابت کیے جا سکتے ہیں:—

س = π^2 (ر$_1^2$ − ر^2)

س = $\frac{1}{4}$ (ط$_1^2$ − ط^2)

جہاں س = سطحی رقبہ
ر$_1$ اور ر = بالترتیب بیرونی اور اندرونی نصف قطر
ط$_1$ اور ط = متناظر محیط

توضیحی مثالیں

۱۸۷۔ مثال ۱: ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا نصف قطر ۲ فٹ اور اُس کی مجموعی سطح کا رقبہ ۲۰ × π مربع فٹ ہے: اُسی قاعدہ اور اُسی ارتفاع کے ایک مخروط کا حجم کیا ہونا چاہیے؟

اگر ع فٹ = اُسطوانہ کا ارتفاع تو —

۲π ر (ع + ر) = ۲۰π . . . . دفعہ ۱۸۳

جہاں ر = ۲

$\therefore$ ۴π (ع + ۲) = ۲۰π

ع = ۳

اس لیے مطلوبہ مخروط کا حجم = $\frac{۱}{۳}\times\pi\times(۲)^۲\times۳$ مکعب فٹ . . . دفعہ ۱۴۲

= ۴π مکعب فٹ

مثال ۲: ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح ۷ مربع فٹ ۳۷ مربع انچ ہے اور قاعدہ کا قطر ارتفاع کا نصف ہے : ارتفاع معلوم کرو۔

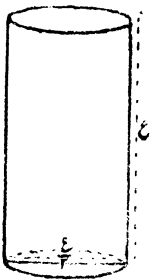
اگر ع انچ = ارتفاع تو۔

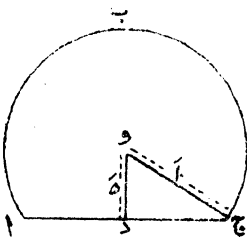
۲π ر (ع + ر) = ۱۰۴۵ . . . . دفعہ ۱۸۳

جہاں ر = $\frac{ع}{۴}$

$\therefore$ $۲\pi\cdot\frac{ع}{۴}\left(ع + \frac{ع}{۴}\right)$ = ۱۰۴۵

$ع^۲$ = ۵۳۲

ع = ۲۳٫۰۶

اُسطوانہ کا ارتفاع = ۲۳٫۰۶ انچ

مثال ۳: ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کو جس کا ارتفاع ۱۲ فٹ اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے محور کے متوازی اور اُس سے ۵ فٹ کے فاصلہ پر سے گزرنے والی سطح کے ذریعہ دو قطعات میں کاٹا جاتا ہے : بڑے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)۔

فرض کرو کہ اس شکل سے اُسطوانہ کے بڑے قطعہ کا ایک سرا تعبیر ہوتا ہے اس لیے اج سے کاٹنے والی سطح کا مقام تعبیر ہوگا۔

اب چونکہ ـــ

و ج = ۱۰ فٹ

اور و د = ۵ فٹ

اور ∠ و د ج ایک قائمہ ہے ـــ

∴ ∠ د و ج = ۶۰°

اور د ج = $\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲}$ فٹ . . . . دفعہ ۱۷

یا ا ج = $۱۰\sqrt{۳}$ فٹ

پھر ـــ

قوس ا ب ج = $\frac{۲۴۰}{۳۶۰} \times ۲ \times \pi \times ۱۰$ فٹ . . . دفعہ ۶۹

= $\frac{۴۰\pi}{۳}$ فٹ

∴ قطعہ ا ب ج د کا احاطہ = $\left(۱۰\sqrt{۳} + \frac{۴۰\pi}{۳}\right)$ فٹ

= اُسطوانہ کے قطعہ کے ایک سرے کا احاطہ

نیز ـــ

قطعہ ا ب ج د کا رقبہ = $\left(\frac{۲۴۰}{۳۶۰} \times \pi \times ۱۰^۲ + \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۰\sqrt{۳}\right)$ مربع فٹ

. . . . . . دفعات ۲۰ و ۸۴

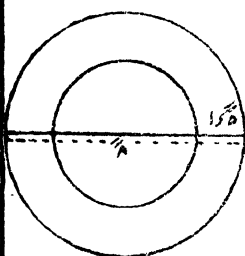
= $\left(\frac{۲۰۰\pi}{۳} + ۲۵\sqrt{۳}\right)$ مربع فٹ

لیکن قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ = (ایک سرے کا احاطہ × قطعہ کا ارتفاع) + دونوں سروں کا رقبہ . . . . دفعہ ۱۰۲

اس لیے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ = $\left\{\left(۱۰\sqrt{۳} + \frac{۴۰\pi}{۳}\right) \times ۱۲ + ۲\left(\frac{۲۰۰\pi}{۳} + ۲۵\sqrt{۳}\right)\right\}$ مربع فٹ

= $\{۷۰۱٫۵۰۲ + ۵۰۵٫۴۸۲\}$ مربع فٹ

= ۱۲۱۵٫۹۸ مربع فٹ

مثال ۱۴: ایک ٹھوس اُسطوانہ نما حلقہ کی دبازت ۱٫۵ انچ اور اِس کا

بیرونی قطر ۸ انچ ہے: اس کی سطح معلوم کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)۔

حلقہ کی سطح = ط × ل مربع انچ ...... دفعہ ۱۸۵

جہاں ط = π × ۱٫۵ . . . . دفعہ ۶۹

ل = π (۸ − ۱٫۵) . . . . . . دفعہ ۶۹

∴ حلقہ کی سطح = π × (۱٫۵) × π × (۶٫۵) مربع انچ

= ۹۶٫۲۲۹ مربع انچ

امثلہ نمبری (۳۰)

(جب تک کسی خاص قیمت کا ذکر نہ ہو π = ۲۲/۷ فرض کرو)

ذیل کے قائم مستدیر اُسطوانوں کی منحنی سطحوں کے رقبے دریافت کرو:۔

۱۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۹ انچ، ارتفاع ۶ فٹ۔

۲۔ قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ۳ انچ، ارتفاع ۷ فٹ ۲ انچ۔

۳۔ قاعدہ کا محیط ۵ فٹ ۲ انچ، ارتفاع ۱ فٹ ۷ انچ۔

ذیل کے قائم مستدیر اُسطوانوں کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو:۔

۴۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۳ انچ۔

۵۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۴ انچ، ارتفاع ۲ فٹ ۱۰ انچ۔

۶۔ قاعدہ کا محیط ۱۱ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ ۲ انچ۔

۷۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کی منحنی سطح ۱ مربع فٹ، ۵۴ مربع انچ اور ارتفاع ۲ انچ ہے: قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

۸۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کی منحنی سطح ۱ مربع فٹ ۷۶ مربع انچ اور قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ ہے: ارتفاع معلوم کرو۔

۹۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح ۵ ۱/۴ مربع فٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے: ارتفاع معلوم کرو۔

۱۰۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح ۲ مربع فٹ ۲۰ مربع انچ اور ارتفاع

$\frac{1}{2}$.۱ انچ ہے : قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔

۱۱۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح ۸ مربع فٹ ۸۰ مربع انچ اور اُس کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا تین گُنا ہے : قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔

۱۲۔ ۱۰ اینس فی مربع فٹ کے حساب سے ایک ایسے قائم مستدیر اُسطوانہ کی مجموعی سطح پر پالش کروانے کی اُجرت معلوم کرو جس کا ارتفاع ۱۲ فٹ اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ۳ انچ ہے۔

۱۳۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا حجم ۱۱۰۰ مکعب انچ اور اُس کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے : اِس کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کے ارتفاع اور اُس کے قاعدہ کے نصف قطر میں کیا تناسب ہوگا اگر دونوں سروں کا رقبہ منحنی سطح کے رقبہ کے نصف کے برابر ہو؟

۱۵۔ ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا طول ا فٹ اور اُس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے ۔ اِس کو محور کے متوازی اور اُس سے ۳ یا $\sqrt{3}$ انچ کے فاصلہ پر مستوی سطح کے ذریعہ دو قطعات میں کاٹا جاتا ہے : چھوٹے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو ($\pi = ۳٫۱۴۱۶$)۔

۱۶۔ سوال ۱۵ میں اگر کاٹنے والی سطح محور سے ۳ یا $\sqrt{2}$ انچ کے فاصلہ پر واقع ہو تو چھوٹے قطعہ کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ ($\pi = ۳٫۱۴۱۶$)۔

۱۷۔ معلومہ گنجائش کا بغیر ڈھکّن کا برتن قائم مستدیر اُسطوانہ کی وضع کا بنانا مطلوب ہے۔ اِس امر کی تصدیق کرو کہ کم از کم مادّہ استعمال کرنے کے لیئے ارتفاع، قاعدہ کے نصف قطر کے برابر ہونا چاہیے۔

۱۸۔ معلومہ گنجائش کا برتن مع ڈھکّن قائم مستدیر اُسطوانہ کی وضع کا بنانا مطلوب ہے ۔ اِس امر کی تصدیق کرو کہ کم از کم مادّہ استعمال کرنے کے لیئے ارتفاع کو قاعدہ کے نصف قطر کا دوچند ہونا چاہیئے۔

۱۹۔ ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا طول ۳۶ انچ اور عمودی تراش کا نصف قطر $۱\frac{۳}{۴}$ انچ ہے : حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔

۲۰ - ایک اُسطوانہ نما حلقہ کے اندرونی محیط کا نصف قطر ۷ انچ اور اس کی عمودی تراش کا قطر ۳ انچ ہے - حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو -

۲۱ - ایک اُسطوانہ نما حلقہ کے اندرونی اور بیرونی محیطوں کے قُطر بالترتیب ۹ انچ اور ۷ انچ ہیں : حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو -

۲۲ - ایک اُسطوانہ نما حلقہ کی سطح کا رقبہ $\frac{۳۱}{۴۹}$۲۱۴ مربع انچ اور عمودی تراش کا قُطر $\frac{۱}{۲}$۱ انچ ہے : اس کے اندرونی محیط کا نصف قطر معلوم کرو -

سوالات امتحانات

($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

اُسطوانے

۱ - ایک ایسا کنؤاں کھدوانا مطلوب ہے جس کا اندرونی قطر ٹھیک ۵ فٹ اور جس کا عمق (بغیر چک کے) ۳۶ فٹ ہو اور جس کی استرکاری کی دبازت ۹ انچ ہو : استرکاری کے لیے برہنہ سطح کا رقبہ مربع فٹ میں معلوم کرو -
(جامعۂ پنجاب : سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۲ - اُسطوانہ کی وضع کی ایک نلی کی مجموعی سطح ۲۶۴ مربع انچ ہے : اگر اس کا طول ۵ انچ اور بیرونی نصف قطر ۴ انچ ہو تو اس کی دبازت معلوم کرو -
(جامعۂ کلکتہ : امتحان ایف - اے)

۳ - ایک اُسطوانہ کا حجم اور اُس کی محدّب سطح کا رقبہ ایک ہی عدد سے تعبیر ہوتے ہیں : اس کا قطر کیا ہے ؟ (رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۴ - ایک اُسطوانہ کے ارتفاع اور اُس کے قاعدہ کے قطر میں کیا تناسب ہونا چاہیے اگر اس کی منحنی سطح اور دونوں سروں کا رقبہ مساوی ہو -
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

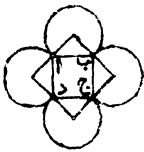
حلقے

۵ - ایک اُسطوانہ نما حلقہ کی سطح کا رقبہ معلوم کرو -
(جامعۂ بمبئی : ایل - سی - ای - دُوسرا امتحان)

۶ - ایک حلقہ کی اندرونی سرحد کا نصف قطر ۱۴ انچ ہے اور حلقہ کی سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے : اس کی بیرونی سرحد کا نصف قطر معلوم کرو -
(رُڑکی انجینیر : فائینل)

۷ - ایک حلقہ کی سطح کا رقبہ ۱۲۰ مربع انچ اور اس کی عمودی تراش کا نصف قطر ۱ انچ ہے : حلقہ کا طول معلوم کرو - (سوپیریرا کونٹس)

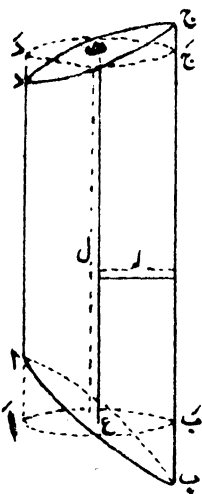
ضمیمہ سوالات امتحانات ۳۱

۸ - $\frac{1}{8}$ انچ دبازت کی ایک دھاتی تختی سے ایک ایسی نلی بنائی گئی جس کا اندرونی قطر نصف انچ ہے اور اس نلی کو ۱ فٹ نصف قطر کے اُسطوانہ کے گرد رکھا گیا : نلی کی بیرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو -
(جامعۂ کلکتہ : امتحان ایف - ای)

۹ - ۲۰ فٹ بلند ایک ستُون کی عمودی تراش کی وضع شکل متصلہ کے مانند ہے جہاں اندرونی مربع کا ضلع ۲ فٹ ہے اور دائری قطعات ایک دوسرے کو نقاط ا ، ب ، ج اور د پر مس کرتے ہیں - ا روپیہ فی مربع فٹ کے حساب سے ستُون کی برہنہ سطح کو پالش کرانے کی لاگت قریب ترین روپیہ تک معلوم کرو (ستُون کے سرے برہنہ نہیں ہیں) -　　(رُڑکی انجینیر : فائینل)

باب سی و دوم

قائم مستدیر اُسطوانوں کے ترچھے مقطوع

مسئلہ (۴۴)

۱۸۸۔ قائم مستدیر اُسطوانہ کے ترچھے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا جب کہ مقطوع کا طول اور اس کی عمودی تراش کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا ترچھا مقطوع ہے اور اُس کے طول ع ف اور اُس کی عمودی تراش کے نصف قطر کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل اور ر ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د کی منحنی سطح کا رقبہ ل اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

قائم مستدیر اُسطوانہ اَ بَ جَ دَ پر غور کرو جس کے سرے ع اور ف میں سے گزرنے والی متوازی سطحوں میں واقع ہوتے ہیں۔

چونکہ فانہ نما حصّے ف ج جَ اور

ف د دَ ہر طرح سے آپس میں برابر ہیں نیز چونکہ فانہ نما حصص ع ا اَ اور ع ب بَ بھی کلیتہً ایک دوسرے کے مساوی ہیں۔

∴ اُسطوانہ اَ بَ جَ دَ کی منحنی سطح کا رقبہ مقطوع ا ب ج د کی سطح کے رقبہ کے مساوی ہونا چاہیے۔

لیکن اُسطوانہ اَ بَ جَ دَ کی منحنی سطح = ۲ π ر × ل مربع اکائیاں ... دفعہ ۱۸۳

∴ مقطوع ا ب ج د کی منحنی سطح = ۲ π ر × ل مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

قائم مستدیر اسطوانہ کے ترچھے مقطوع کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اُن کی عمودی تراش کے محیط میں کی اُن ہی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب متناظر مربع اکائیوں میں ان کی منحنی سطح کو ظاہر کریگا۔

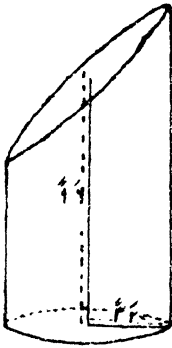
یا مختصراً —

$$\left.\begin{array}{r}\text{قائم مستدیر اسطوانہ کے}\\ \text{ترچھے مقطوع کی منحنی سطح}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{عمودی تراش کا محیط}\\ \times \text{طول}\end{array}\right.$$

س = ۲ π ر ل

توضیحی مثالیں

۱۸۹ — مثال ۱: ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۳ انچ ہے: اس اسطوانہ کے ترچھے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرو اگر مقطوع کا طول ۶ فٹ ۹ انچ ہو۔

منحنی سطح کا رقبہ = ۲ π ر ل مربع انچ .... دفعہ ۱۸۸

جہاں ر = ۲۷

ل = ۸۱

∴ منحنی سطح کا رقبہ = ۲ × ۲۲/۷ × ۲۷ × ۸۱ مربع انچ

= ۱۳۷۴۶ ۶/۷ مربع انچ

= ۱۰ مربع گز ۵ مربع فٹ ۶۶ ۶/۷ مربع انچ

مثال ۲: ایک ترچھے اسطوانہ کی عمودی تراشش ۵ فٹ نصف قطر کا دائرہ ہے: اس اسطوانہ کے ترچھے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو اگر مقطوع کا طول ۲ گز ۱ فٹ ۹ انچ ہو۔

منحنی سطح کا رقبہ = ۲πرل مربع فٹ ... دفعہ ۱۸۸

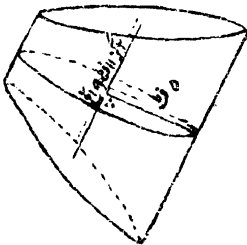
جہاں ر = ۵ فٹ

ل = ۷ ۳/۴ فٹ

∴ منحنی سطح کا رقبہ = ۱۰ × ۲۲/۷ × ۳۱/۴ مربع فٹ

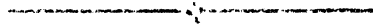
= ۲۴۳ ۴/۷ مربع فٹ

امثلہ نمبری (۳۴)

π = ۲۲/۷

۱۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۹ انچ ہے: اس اسطوانہ کے ایک ایسے ترچھے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرو جس کا طول ۴ فٹ ۱۰ انچ ہے۔

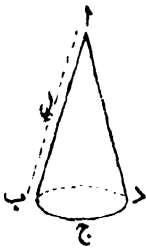
۲۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۳ انچ ہے: اس اسطوانہ کے ترچھے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرو اگر مقطوع کا طول ۵ فٹ ۲ انچ ہو۔

۳ - ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۷ انچ ہے: اِس اسطوانہ کے ترچھے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو اگر مقطوع کا طول ۲ فٹ ۵ انچ ہو -

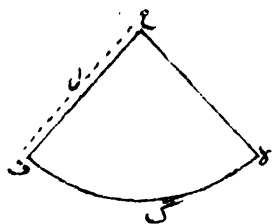
۴ - ایک قائم مستدیر اسطوانہ کے ترچھے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ ۷ مربع فٹ ۴۴ مربع انچ ہے: اگر مقطوع کا طول ۲ فٹ ۴ انچ ہو تو اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو -

باب سی وسوم

قائم مستدیر مخروط

مسئلہ (۴۵)

۱۹۰۔ قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرنا جب کہ مخروط کا مائل ارتفاع اور اس کے قاعدہ کا محیط دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک قائم مستدیر مخروط ہے اور اس کے مائل ارتفاع اور قاعدہ کے محیط کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل اور ط ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د کی منحنی سطح کا رقبہ ل اور ط کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اگر ہم مخروط ا ب ج د کو کھلا فرض کریں اس طرح کہ اسے خط ا ب پر کاٹ کر ایک مستوی سطح پر بچھایا جا سکے تو ظاہر ہے کہ اگر اس طرح کاٹ کر اسے کھولا جائے تو اس کی منحنی سطح ایک ایسے قطاع دائرہ ع ف گ ہ کی شکل اختیار کریگی جس کا نصف قطر ع ف مخروط کے مائل ارتفاع (ل طولی اکائیاں) کے برابر ہوگا اور جس کی قوس ف گ ہ مخروط کے قاعدے کے محیط (ط طولی اکائیاں) کے مساوی ہوگی۔

∴ مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ = قطاع ع ف گ ہ کا رقبہ

= $\frac{1}{2}$ ط . ل مربع اکائیاں

.... دفعہ ۸۶

پس قاعدہ ـــ

قائم مستدیر مخروط کے قاعدہ کے محیط میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اُن ہی اکائیوں کے لحاظ سے اُن کی مائل بلندی میں کی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ حاصل ضرب کا نصف منحنی سطح کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں ظاہر کریگا۔

یا مختصراً ـــ

قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (قاعدہ کا محیط) × مائل ارتفاع

س = $\frac{1}{2}$ ط ل

۱۹۱ - یہ ضابطہ آسانی کے ساتھ ذیل کی صورت میں لایا جا سکتا ہے ـ

$$س = \pi ر \sqrt{ع^2 + ر^2}$$

جہاں ع طولی اکائیاں مخروط کا ارتفاع اور ر طولی اکائیاں مخروط کے قاعدہ کا نصف قطر ہیں ـ

اور ایک قائم مستدیر مخروط کی مجموعی سطح ذیل کے جملہ سے دریافت کی جاتی ہے ـ

$$\pi ر \left(\sqrt{ع^2 + ر^2} + ر \right)$$

جہاں ع اور ر کی وہی تعبیر ہے ـ

توضیحی مثالیں

۱۹۲ - مثال ۱ : ۱۸ فٹ قطر اور ۱۳ فٹ بلندی کا ایک مخروطی وضع کا خیمہ

بنوانے کے لیے ایسی کتنے گز کرمچ کی ضرورت ہوگی جس کا عرض ۲۷ انچ ہے؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

خیمہ کی منحنی سطح = π ر $\sqrt{ع^2 + ر^2}$ مربع فٹ ... دفعہ ۱۹۱

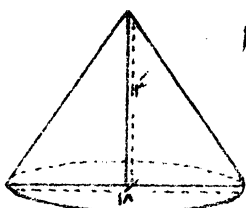
جہاں ر = ۹

ع = ۱۲

∴ خیمہ کی منحنی سطح = ۹ π $\sqrt{۱۲^2 + ۹^2}$ مربع فٹ

= ۹ π × $\sqrt{۲۲۵}$ مربع فٹ

اور مطلوبہ کرمچ کا طول = $\frac{۹\pi \times \sqrt{۲۲۵} \times ۱۴۴}{۳۶ \times ۲۷}$ گز .... دفعہ ۸

= ۶۲٫۸۳۲ گز

مثال ۲ : ایک قائم مستدیر مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور اس کا مائل ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا تین گنا ہے۔ قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)۔

مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ = π ر ($\sqrt{ع^2 + ر^2}$ + ر) مربع فٹ ..... دفعہ ۱۹۱

جہاں $\sqrt{ع^2 + ر^2}$ = ل = ۳ ر .... دفعہ ۱۹

∴ ۴ π ر^2 = ۱۵

ر^2 = $\frac{۱۵}{۴\pi}$

= ۱٫۱۹۳۶......

ر = ۱٫۰۹......

قاعدہ کا نصف قطر = ۱٫۰۹ فٹ تقریباً

مثال ۳ : ایک مخروط کا ارتفاع ۲۰۰ فٹ اور اس کی مائل بلندی کا میلان افق کے ساتھ ۳۰° ہے: اس کی منحنی سطح کا رقبہ ایکڑوں میں معلوم کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)۔

اگر ل فٹ اور ر فٹ بالترتیب مخروط کی

مائل بلندی اور قاعدہ کا نصف قطر ہوں ۔ ۔ تو

ل = ۴۰۰ . . . . دفعہ ۱۷

ر = $\frac{۴۰۰}{۲}\sqrt{۳}$ = ۲۰۰ $\sqrt{۳}$ . . . . دفعہ ۱۸

∴ مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$. ط . ل مربع فٹ . . . . . . دفعہ ۱۹۰

جہاں ط = ۲ π × ۲۰۰ $\sqrt{۳}$ . . . . دفعہ ۶۹

ل = ۴۰۰

اس لیے مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ × ۲ π × ۲۰۰ $\sqrt{۳}$ × ۴۰۰ مربع فٹ

= ۴۳۵۳۱۲٫۸۵ مربع فٹ

= ۹٫۹۹۳ ایکڑ

مثال ۴ : ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ ۳۲ مربع فٹ ۵۶ مربع انچ اور ارتفاع ۳ فٹ ۹ انچ ہے : قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو ۔

مخروط کی منحنی سطح = π ر $\sqrt{ع^۲ + ر^۲}$ مربع انچ

. . . . دفعہ ۱۹۱

جہاں ع = ۴۵

∴ π ر $\sqrt{۴۵^۲ + ر^۲}$ = ۴۶۶۴

ر $\sqrt{۴۵^۲ + ر^۲}$ = ۱۴۸۴

ر^۲ (ر^۲ + ۲۰۲۵) = (۱۴۸۴)^۲

ر^۲ = ۷۸۴ ∴ ر = ۲۸

قاعدہ کا نصف قطر = ۲ فٹ ۴ انچ

امثلہ نمبری (۳۴)

(π = $\frac{۲۲}{۷}$)

ذیل کے قائم مستدیر مخروطوں کی منحنی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن میں

۱۔ قاعدہ کا محیط ۱۲ فٹ ۶ انچ، مائل بلندی ۱ فٹ ۱۰ انچ۔
۲۔ قاعدہ کا محیط ۴ فٹ ۷ انچ، مائل بلندی ۲ فٹ ۵ انچ۔
۳۔ قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ۳ انچ، مائل ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ۔
۴۔ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۲ انچ، مائل بلندی ۲ فٹ۔
۵۔ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ، ارتفاع ۱۵ انچ۔
۶۔ قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ۱۰ انچ، ارتفاع ۵ فٹ۔
۷۔ قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ۶ انچ، ارتفاع ۳ فٹ ۴ انچ۔
۸۔ قاعدہ کا محیط ۳ فٹ ۸ انچ، ارتفاع ۲ فٹ۔

ذیل کے قائم مستدیر مخروطوں کی مجموعی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن میں —

۹۔ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۳ انچ، مائل بلندی ۴ فٹ۔
۱۰۔ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فٹ ۶ انچ، مائل بلندی ۵ فٹ ۳ انچ۔
۱۱۔ قاعدہ کا محیط ۷ فٹ ۴ انچ، مائل بلندی ۲ فٹ ۹ انچ۔
۱۲۔ قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ، ارتفاع ۱ فٹ۔
۱۳۔ قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ۶ انچ، ارتفاع ۹ فٹ ۴ انچ۔
۱۴۔ قاعدہ کا محیط ۱۱ فٹ، ارتفاع ۶ گز ۴ انچ۔
۱۵۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۱۷۶ مربع انچ اور مائل بلندی ۸ انچ ہے: قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔
۱۶۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۶۶ مربع انچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۳٫۵ انچ ہے: مائل ارتفاع معلوم کرو۔
۱۷۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح $\frac{1}{2}$ ۴۷ مربع انچ اور قاعدہ کا نصف قطر ۳ انچ ہے: مائل بلندی معلوم کرو۔
۱۸۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح $\frac{2}{7}$ ۲۰۴ مربع انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہے: قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔
۱۹۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۵۵۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ہے: قاعدہ کا نصف قطر معلوم کرو۔

۲۰۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح ۱۴٬۵۰۶ مربع انچ اور ارتفاع ۲۰ انچ ہے: مائل ارتفاع معلوم کرو۔

سوالات امتحانات ۳۳

$(\pi = \frac{22}{7})$

۱۔ ایک مخروط نما خیمہ کے بنانے میں جس کی بلندی ۱۱ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے کتنے مربع فٹ کرمچ درکار ہوگی۔
(جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۲۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کو جس کے اضلاع کے طول ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں بڑے ضلع کے گرد گھمایا جاتا ہے: اس طرح بننے والے مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔ (سب پور انجینیر: امتحان سالانہ)

۳۔ مربع انچوں میں اعشاریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے ٹھوس مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۸ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہے۔ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۴۔ ایک قائم مستدیر مخروط کی مجموعی سطح کا رقبہ ۳۲ مربع فٹ اور مائل بلندی قاعدہ کے نصف قطر سے تین گنی ہے: مخروط کا حجم معلوم کرو۔ (؍؍)

۵۔ ۷ $\frac{1}{2}$ پنس فی مربع گز کی شرح سے ایک ایسے مخروطی مینار پر رنگ کروانے کی لاگت معلوم کرو جس کا محیط قاعدہ پر ۶۴ فٹ اور مائل بلندی ۱۰۸ فٹ ہے۔
(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۶۔ ۵ پنس فی مربع گز کے حساب سے ۱۵۰ ایسے مخروطی خیموں کے لیے مطلوبہ کرمچ کی قیمت دریافت کرو جب کہ ہر ایک خیمہ کی بلندی $\frac{1}{4}$ ۱۱ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے۔ (اسٹاف کالج)

۷۔ قائم مستدیر مخروط کی منحنی سطح کے رقبہ کے لیے ضابطہ حاصل کرو۔
(رڑکی انجینیر: داخلہ)

۸۔ بتاؤ کہ ۱۲ فٹ قطر اور ۸ فٹ بلند ایک مخروطی خیمہ کے لیے کتنے گز

کرمچ کی ضرورت ہوگی۔ کرمچ کا عرض $\frac{۳}{۴}$ گز ہے۔

(جامعۂ پنجاب: سیول انجنیئرنگ کا پہلا امتحان)

۹۔ بتاؤ کہ ایک ایسے خیمہ کے لیے کتنے مربع گز کرمچ کی ضرورت ہوگی جس کی دیواروں سے ۱۰ فٹ قطر اور ۸ فٹ بلندی کا قائم مستدیر اسطوانہ بنتا ہے اور خیمہ کی چھت ایک ایسا قائم مستدیر مخروط ہے جس کا راس زمین سے ۱۲ فٹ بلند ہے۔ چھت خیمہ کی دیواروں سے آگے بڑھی ہوئی نہیں ہے۔

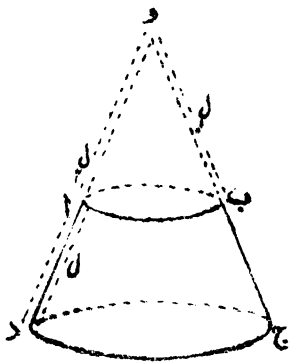
(رڑکی انجنیئر: فائینل)

باب سی و چہارم

قائم مستدیر مخروط کے مقطوع

مسئلہ (٤٦)

١٩٣۔ قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنا جب کہ اُس کے سروں کے محیط اور اُس کی مائل بلندی دی ہوئی ہو۔

فرض کرو کہ قائم مستدیر مخروط وجد کا ایک مقطوع ا ب ج د ہے اور اُس کے بڑے اور چھوٹے سروں کے محیط ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ط اور طَ اور مائل بلندی کا ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے ل ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د کی منحنی سطح کا رقبہ ط، طَ اور ل کی رقوم میں معلوم کریں۔

فرض کرو کہ و ب اور و د کے ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $ل_1$ اور $ل_2$ ہیں ---

اب ---

مقطوع ا ب ج د کی منحنی سطح } = مخروط و ج د کی منحنی سطح - مخروط و ا ب کی منحنی سطح

= ($\frac{1}{2}$. ط . ل$_2$ - $\frac{1}{2}$ طَ . ل$_1$) مربع اکائیاں ... دفعہ ۱۹۰

= {$\frac{1}{2}$. ط . (ل$_1$ + ل) - $\frac{1}{2}$ طَ (ل$_2$ - ل)} مربع اکائیاں

= {$\frac{1}{2}$. (ط + طَ) ل + $\frac{1}{2}$ (ط ل$_1$ - طَ ل$_2$)} مربع اکائیاں

لیکن طَ : ط = ل$_1$: ل$_2$ .... دفعہ ۱۷۷

∴ ط ل$_1$ = طَ ل$_2$ .... اقلیدس مقالۂ ششم شکل ۱۶

∴ ط ل$_1$ - طَ ل$_2$ = ۰

∴ مقطوع ا ب ج د کی منحنی سطح = $\frac{1}{2}$ (ط + طَ) ل مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی مائل بلندی میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو دونوں سروں کے محیطوں میں اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ سے ضرب دو تب اِس حاصل ضرب کے نصف سے منحنی سطح کے رقبہ میں کی متناظر مربع اکائیوں کی تعداد حاصل ہو گی —

یا اختصاراً —

قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی منحنی سطح } = { $\frac{1}{2}$ (مائل بلندی) × (سروں کے محیطوں کا مجموعہ)

س = $\frac{1}{2}$. ل (ط + طَ)

۱۹۴ — آسانی کے ساتھ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ یہ ضابطہ ذیل کے ضابطہ کے مماثل ہے :—

س = π (رَ + ر) ل

جہاں رَ طولی اکائیاں اور ر طولی اکائیاں مقطوع کے دونوں سروں کے

نصف قطر ہیں اور ل طولی اکائیاں مقطوع کی مائل بلندی ہے۔

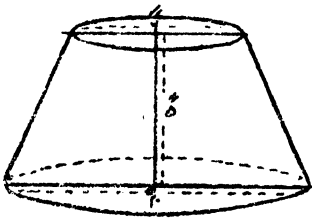
اور قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی مجموعی سطح ذیل کے جملہ سے دریافت کی جاتی ہے۔

$$\pi\ (م^2 + ر^2 + م\ ل + ر\ ل)$$

جہاں م، ر اور ل کے وہی معنی ہیں۔

توضیحی مثالیں

۱۹۵۔ مثال ۱: ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کے قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ اور دوسرے کا قطر ۶ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہے: اس کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)

اگر ل انچ = مقطوع کی مائل بلندی تو

$$ل = \sqrt{۵^2 + ۲^2} \quad \ldots\ \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \sqrt{۲۹}$$

$$= ۵٫۳۸۵۱$$

∴ مقطوع کی مجموعی سطح $= \pi\ (م^2 + ر^2 + م\ ل + ر\ ل)$ مربع انچ .... دفعہ ۱۹۴

جہاں م = ۵

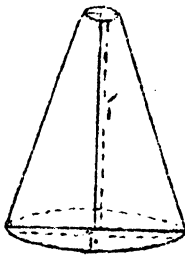
ر = ۳

ل = ۵٫۳۸۵۱

اس لیے

مقطوع کی مجموعی سطح $= \pi\ (۲۵ + ۹ + ۵٫۳۸۵۱ \times ۸)$ مربع انچ

= ۲۴۲٫۱۵ مربع انچ

مثال ۲: ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۱ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۰ انچ ہے۔ اگر مقطوع کے بالائی سرے کا رقبہ π مربع انچ ہو تو مقطوع کی منحنی

سطح دریافت کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)۔

مقطوع کے بالائی سرے کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{\pi}{\pi}}$ انچ ... دفعہ ۱۷

= ۱ انچ

∴ مقطوع کی منحنی سطح = π (ر + ر) ل مربع انچ ...... دفعہ ۱۹۴

جہاں ر = ۵

ر = ۱

ل = $\sqrt{۱۲^2 + ۴^2}$ = $\sqrt{۱۶۰}$ .... دفعہ ۱۶

اس لیے مقطوع کی منحنی سطح = π × ۶ × $\sqrt{۱۶۰}$ مربع انچ

= ۲۳۸٫۴۲ مربع انچ

مثال ۳: ۲۱ فٹ مائل ارتفاع اور ۸ فٹ قاعدہ کے محیط والے قائم مستدیر مخروط سے اگر اس کے قاعدہ کے متوازی مستوی سے ۵ فٹ مائل ارتفاع کا ایک چھوٹا مخروط کاٹ لیا جائے تو بقیہ مقطوع کی منحنی سطح دریافت کرو۔

اگر ط فٹ = مقطوع کے بالائی سرے کا محیط

تو متشابہ اشکال سے

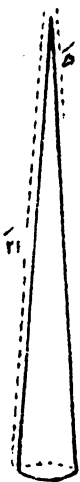
ط : ۸ = ۵ : ۲۱ .... دفعہ ۱۷۷

ط = $\frac{۴۰}{۲۱}$

∴ مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ ل (ط + ط) مربع فٹ ..... دفعہ ۱۹۳

جہاں ط = ۸

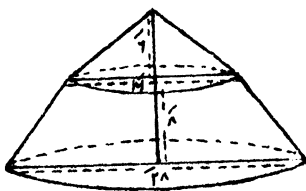
ط = $\frac{۴۰}{۲۱}$

ل = ۱۶

اس لیے

مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ × ۱۶ × (۸ + $\frac{۴۰}{۲۱}$) مربع فٹ

= ۷۹ $\frac{۵}{۲۱}$ مربع فٹ

مثال ۷ : ایک خیمہ کی وضع ایسی شکل کی ہے جو قائم مستدیر مخروط کے مقطوع پر ایک دوسرا مخروط رکھنے سے بنتی ہے۔ ذیل کے ابعاد فرض کر کے خیمہ کے لیے کرمچ کی مقدار مربع گزوں میں دریافت کرو۔ مقطوع کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۸ فٹ اور ۱۶ فٹ، مقطوع کی بلندی ۸ فٹ اور مخروطی حصہ کی بلندی ۶ فٹ ہے۔ ($\pi = 3.1416$)

مخروط کی منحنی سطح $= \frac{1}{2} \times 16 \times \pi \times \sqrt{8^2 + 6^2}$ مربع فٹ ۔۔۔۔ دفعہ ۱۹۰

$= 80\pi$ مربع فٹ

مقطوع کی منحنی سطح $= \pi (R + r) l$ مربع فٹ ۔۔۔ دفعہ ۱۹۴

جہاں $R = 14$

$r = 8$

$l = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ ۔۔۔ دفعہ ۱۶

اس لیے

مقطوع کی منحنی سطح $= \pi (14 + 8) \times 10$ مربع فٹ

$= 220\pi$ مربع فٹ

$\therefore$ مطلوبہ کرمچ کی مقدار مربع گزوں میں $= \frac{(220 + 80) \times \pi}{9}$

$= 104.72$

امثلہ نمبری (۳۴)

(جب تک کوئی خاص قیمت نہ دی جائے $\pi = \frac{22}{7}$ فرض کرو)

ذیل کے قائم مستدیر مخروطوں کے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو جن میں —

۱ - سروں کے محیط ۱۳ انچ اور ۱۶ انچ، مائل بلندی ۶ انچ۔

۲ - سروں کے محیط ۳ فٹ ۴ انچ اور ۴ فٹ ۸ انچ، مائل بلندی ۱ فٹ ۶ انچ۔

۳ - سروں کے نصف قطر ۱۴ انچ اور ۲۱ انچ، مائل بلندی ۸ انچ۔

۴ - سروں کے نصف قطر ۵ فٹ ۳ انچ اور ۶ فٹ ۵ انچ، مائل بلندی ۲ فٹ ۴ انچ۔

ذیل کے قائم مستدیر مخروطوں کے مقطوع کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو جن میں ۔

۵ ۔ سروں کے نصف قطر ۷ انچ اور ۱۴ انچ، مائل بلندی ۱۰ انچ ۔

۶ ۔ سروں کے نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ انچ اور ۳ فٹ ۶ انچ، مائل بلندی ۲ فٹ ۴ انچ

۷ ۔ سروں کے محیط ۱۱ فٹ اور ۱۴ فٹ ۸ انچ، مائل بلندی ۱۰ انچ ۔

۸ ۔ سروں کے محیط ۱۴ فٹ ۸ انچ اور ۱۸ فٹ ۴ انچ، مائل بلندی ۱ فٹ ۔

۹ ۔ ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی منحنی سطح دریافت کرو جس کی بلندی ۴ انچ اور جس کے سروں کے نصف قطر ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہیں ۔

۱۰ ۔ ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو جس کی بلندی ۱ فٹ اور جس کے سروں کے نصف قطر ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہیں ۔

۱۱ ۔ ۲ شلنگ ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے مقطوع مخروط کی وضع کے ایک کھلے برتن کو جلا کروانے میں کیا لاگت ہوگی اگر برتن کی گہرائی ۵ فٹ اور سروں کے قطر بالترتیب ۵ فٹ ۲ انچ اور ۳ فٹ ۴ انچ ہوں ۔

۱۲ ۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے ۔ اس کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو اگر اس مخروط کے ابعاد جس کا یہ مقطوع ایک جزو ہے حسب ذیل ہوں : ارتفاع ۳۲ انچ اور قاعدہ کا قطر ۶ انچ ۔ (π = ۳٫۱۴۱۶) ۔

سوالات امتحانات ۳۴

جب تک کوئی خاص قیمت نہ دی جائے $\pi = \frac{22}{7}$ فرض کرو ۔

۱ ۔ ٹین کا ایک قیف دو حصوں پر مشتمل ہے ایک حصہ تو مخروط نما ہے اور دوسرا اسطوانہ کی وضع کا ۔ مخروط نما حصہ کا مائل طول ۶ انچ اور سروں کے محیط بالترتیب ۲۰ انچ اور $\frac{1}{4}$۱ انچ ہیں اور اسطوانہ نما حصہ کا محیط $\frac{1}{4}$ ۱ انچ اور طول ۸ انچ ہے ۔ بتاؤ کہ اس قیف میں کتنے مربع انچ ٹین استعمال ہوا ہے؟

(جامعۂ بمبئی : اگریکلچر : دوسرا امتحان)

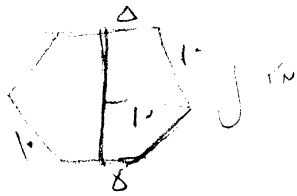
۲ ۔ ایک منتظم مسدس کے مقابل کے ضلعوں کے نقاط وسطی کو ملانے سے مسدس کو دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے ۔ اب نصف مسدس کو اس خط

کے گرد گھمانے سے جو مجسم بنتا ہے اس کی مجموعی سطح دریافت کرو۔ مسدس کا ہر ضلع ۱۰ فٹ ہے۔ (جامعۂ بمبئی۔ ایل۔ سی۔ ای۔ دوسرا امتحان)

۳۔ مخروط کے مقطوع کی سطح دریافت کرنے کے ضوابط لکھو۔
(جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ پہلا امتحان)

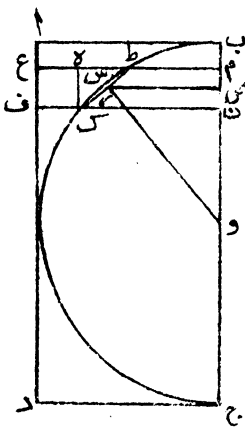
۴۔ اُس قائم مخروط کے مقطوع کی مائل سطح کا رقبہ کیا ہے جس کے سروں کے رقبے بالترتیب ۶۴،۲۵۶ء۱۲ اور ۵۴۸۷،۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲۰ انچ ہے؟
(π = ۳،۱۴۱۶) (جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ پہلا امتحان)

۵۔ ثابت کرو کہ قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ اُس کی وسطی تراش کے محیط کو مائل بلندی سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔
(جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۶۔ ایک خیمہ کی وضع ایسی شکل کی ہے جو مقطوع مخروط پر ایک دوسرا مخروط رکھنے سے بنتی ہے۔ مقطوع کا قاعدہ اور بالائی سرے کے قطر بالترتیب ۱۴ فٹ اور ۷ فٹ اور اس کا ارتفاع ۸ فٹ ہے اور خیمہ کی بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ اس کے لیے مطلوبہ کرمچ کی مقدار معلوم کرو۔ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

باب سی و پنجم

کُرہ ۔ قطعہ کُرہ اور منطقہ کُرہ

مسئلہ (۴۷)

۱۹۶ ۔ کُرہ کی مُنحنی سطح یا قطعہ کُرہ کی مُنحنی سطح یا منطقہ کُرہ کی مُنحنی سطح کا رقبہ اُس اسطوانہ کے متناظر منطقہ کی منحنی سطح کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے جو کہ کُرہ کو گھیر لیتا ہے یا اس کا احاطہ کرتا ہے ۔

مستطیل ا ب ج د پر غور کرو جو نصف دائرہ ب ط ک ج کو گھیرے ہوئے ہے ۔

فرض کرو کہ ع م اور ف ن دو ایسے خطوطِ مستقیم ہیں جو ا ب کے متوازی ہیں اور جو نصف دائرہ کو نقاط ط اور ک پر قطع کرتے ہیں ۔ اگر اس پوری شکل کو ب ج کے گرد گھمایا جائے تو نصف دائرہ ب ط ک ج کے گھومنے سے ایک کُرہ، خطِ مستقیم ا د سے اُس کا حائط اُسطوانہ، قوس ط س ک سے منطقہ کُرہ، خطِ مستقیم ط ک سے تمناظر مقطوع مخروط اور خطِ مستقیم ع ف سے حائط اسطوانہ کا متناظر منطقہ بنیگا ۔ یہ ثابت کرنا مقصود ہے کہ منطقہ کُرہ (جو قوس ط س ک سے بنتا ہے) کی منحنی سطح

کا رقبہ حائط استوانہ کے متناظر منطقہ (جو خطِ مستقیم ع ف سے بنتا ہے) کے رقبہ کے برابر ہے۔

ط ک اور م ن کے نقاطِ تنصیف ر اور ص کو ملاؤ اور پھر ر کو کرہ کے مرکز د سے بھی ملاؤ۔ ع م پر عمود ک ہ کھینچو۔

چونکہ مثلثات د ر ص اور ط ک ہ متشابہ ہیں

∴ د ر : ر ص = ط ک : ک ہ .... دفعہ ۶۶

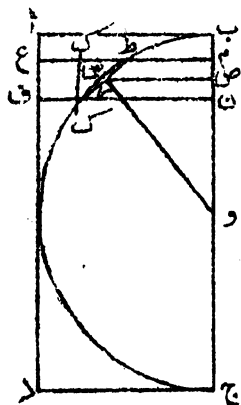
∴ د ر × ک ہ = ر ص × ط ک ..... اقلیدس مقالہ ششم شکل ۱۶

∴ ۲π × د ر × ک ہ = ۲π × ر ص × ط ک

لیکن ۲π × ر ص × ط ک = π (ط م + ک ن) × ط ک

= خطِ مستقیم ط ک سے بننے والے مقطوع مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ — دفعہ ۱۹۴

∴ ۲π × د ر × ک ہ = خطِ مستقیم ط ک سے بننے والے مقطوع مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ

اب ہم نقطہ ط کو نقطہ ک کے جس قدر قریب لیتے جائیں اسی قدر خطِ مستقیم ط ک اور قوس ط س ک میں فرق کم ہوتا جائیگا اور اسی طرح خطِ مستقیم د ر اور کرہ کے نصف قطر میں بھی فرق کم ہوتا جائیگا۔

اس لیے انتہائی صورت میں د ر جب کرہ کے نصف قطر کے برابر ہو جائیگا تو خطِ مستقیم ط ک سے بننے والے مقطوع مخروط کی منحنی سطح قوس ط س ک سے بننے والے منطقہ کرہ کی منحنی سطح کے برابر ہو جائیگی۔

یعنی انتہا میں

۲π × د ر × ک ہ = قوس ط س ک سے بننے والے منطقہ کرہ کی منحنی سطح۔

اور انتہا میں و ر = و ب

لیکن ۲ π × و ب × ک ہ = خطِ مستقیم ع ف سے بننے والے حائط اسطوانی کے منطقہ کی منحنی سطح کا رقبہ . . . . دفعہ ۱۸۳

اس لیے انتہائی صورت میں خطِ مستقیم ع ف سے بننے والے حائط اسطوانہ کے منطقہ کی منحنی سطح کا رقبہ = قوس ط س ک سے بننے والے منطقہ کرہ کی سطح کا رقبہ۔

لیکن مجموعی کرہ یا قطعہ کرہ یا منطقہ کرہ کی سطح اِن تمام ابتدائی منطقوں کا مجموعہ ہے۔

اس لیے کرہ یا قطعہ کرہ یا منطقہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ کرہ کو احاطہ کرنے والے اسطوانہ کے متناظر منطقہ کی منحنی سطح کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے۔

اِس نتیجہ کی مدد سے بہ آسانی ذیل کی منحنی سطحوں کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ضابطے اخذ کیے جا سکتے ہیں:—

(ا) کرہ کی سطح۔

(ب) قطعہ کرہ یا منطقہ کرہ کی منحنی سطح۔

اب ہم انہیں اخذ کرینگے۔

کرہ کی سطح

۱۹۷- (ا)

فرض کرو کہ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے کرہ کے قطر کا ناپ ر ہے۔

اب چونکہ کرہ کی سطح کا رقبہ اس کے حائط اسطوانہ کی منحنی سطح کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے . . . . دفعہ ۱۹۶

اور چونکہ اِس حائط اسطوانہ کے قاعدہ کا قطر اور ارتفاع ہر ایک کا ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے۔

∴ کرہ کی سطح = π ر × ر مربع اکائیاں . . . دفعہ ۱۸۳

= π ر۲ مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

کُرہ کے قطر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کو π سے ضرب دو تب حاصل ضرب کرہ کی سطح میں مربع کی متناظر اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا اختصاراً —

کُرہ کی سطح = π (قطر)^2

س = π م^2 = ۴ π ر^2 جہاں ر نصف قطر کرہ۔

۱۹۸ - (ب) قطعہ کرہ یا منطقہ کرہ کی منحنی سطح

فرض کرو کہ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے کرہ کے قطر کا ناپ م ہے اور قطعہ کرہ (یا منطقہ کرہ) کا ارتفاع اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے —

اب چونکہ قطعہ کرہ (یا منطقہ کرہ) کی منحنی سطح کا رقبہ حائط اسطوانہ کے متناظر منطقہ کی منحنی سطح کے رقبہ کے مساوی ہوتا ہے ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ دفعہ ۱۹۶

اور چونکہ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے حائط اُسطوانہ کے اُس منطقہ کا ارتفاع ع اور اُس کے قاعدہ کا قطر م ہے

∴ قطعہ کرہ (یا منطقہ کرہ) کی منحنی سطح = π م × ع مربع اکائیاں .... دفعہ ۱۸۳

پس قاعدہ —

قطعہ کرہ (یا منطقہ کرہ) کے ارتفاع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے کرہ کے قطر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کے π گنے سے قطعہ کرہ (یا منطقہ کرہ) کی منحنی سطح میں متناظر مربع اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔

یا اختصاراً —

قطعہ کرہ (یا منطقہ کرہ) کی منحنی سطح = π × کرہ کا قطر × قطعہ (یا منطقہ) کا ارتفاع

س = π ہ ع

توضیحی مثالیں

۱۹۹ - مثال ۱ : $3\frac{1}{2}$ پنس فی مربع انچ کے حساب سے ۶ فٹ قطر کے ایک دھاتی کرہ پر ملمع کروانے کی اجرت معلوم کرو۔

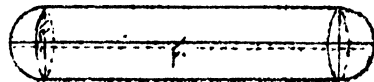
کرہ کی سطح = π ہ^2 مربع انچ . . . . دفعہ ۱۹۷

جہاں ہ = ۷۲

∴ کرہ کی سطح = π × (۷۲)^2 مربع انچ

پس $3\frac{1}{2}$ پنس فی مربع انچ کے حساب سے ملمع کاری کی اجرت = $\frac{22}{7}$ × ۷۲ × ۷۲ × $\frac{7}{2}$ پنس

= ۲۳۷ پونڈ ۱۲ شلنگ صفر پنس تقریباً

مثال ۲ : ۲ شلنگ ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے نصف کروی سروں والے ایک پنتون کے رنگوانے کی لاگت معلوم کرو۔ پنتون کا طول ۲۰ فٹ اور قطر ۴ فٹ ہے۔

پنتون کی سطح = ایک اسطوانی حصہ کی منحنی سطح + دو مساوی نصف کروی حصوں کی منحنی سطح

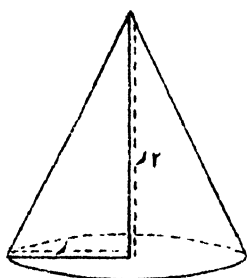
= (π × ۴ × ۱۶ + π × ۴^2) مربع فٹ . . . . دفعات ۱۸۳، ۱۹۷

∴ ۲ شلنگ ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے رنگوانے کی لاگت = π (۶۴ + ۱۶) × ۳۰ پنس

= $\frac{22}{7}$ × ۸۰ × ۳۰ پنس تقریباً

= $7542\frac{6}{7}$ پنس تقریباً

= ۳۱ پونڈ ۸ شلنگ ۷ پنس تقریباً

مثال ۳: ایک کرہ کا حجم ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کے حجم کے برابر ہے جس کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہے: مخروط کی منحنی سطح کو کرہ کی منحنی سطح کی کسر اعشاریہ میں ظاہر کرو۔

اگر کرہ کے قطر اور مخروط کے قاعدے کے نصف قطر کے ناپ ایک ہی خطی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب س اور ر ہوں تو

$\frac{\pi \text{س}^3}{6} = \frac{1}{3}\pi \text{ر}^2 \times 2\text{ر}$ .... دفعات ۱۹۶، ۱۴۲

$\text{س}^3 = 4\text{ر}^3$

$\therefore \quad \text{س}^2 = \sqrt[3]{16} \times \text{ر}^2$

اب مخروط کی منحنی سطح $= \pi \text{ر} \sqrt{\text{ع}^2 + \text{ر}^2}$ مربع اکائیاں ..... دفعہ ۱۹۱

جہاں ع = ۲ر

$\therefore$ مخروط کی منحنی سطح $= \pi \text{ر}^2 \sqrt{5}$ مربع اکائیاں

اور کرہ کی سطح $= \pi \text{س}^2$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۱۹۷

$= \pi \sqrt[3]{16} \times \text{ر}^2$ مربع اکائیاں

$\therefore \quad \frac{\text{مخروط کی منحنی سطح}}{\text{کرہ کی سطح}} = \frac{\pi \text{ر}^2 \sqrt{5}}{\pi \sqrt[3]{16} \cdot \text{ر}^2}$

$= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{16}} = ۰٫۸۸۷ \ldots$

مثال ۴: ایک کرہ اور ایک مکعب کے حجم مساوی ہیں: بتاؤ کہ مکعب کی سطح کرہ کی سطح سے ۱٫۲۴۰۷ گنی ہے (π = ۳٫۱۴۱۵۹)۔

فرض کرو کہ ایک ہی خطی اکائی کے لحاظ سے مکعب کا کنارہ اور کرہ کا قطر بالترتیب ا اور س ہیں —

تب —

$\text{ا}^3 = \text{س}^3 \times \frac{\pi}{6}$ .... دفعات ۱۱۷، ۱۹۶

$\therefore \quad \text{ا} = \text{س} \times \sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}$

$$\therefore\ 6\,\text{ل}^2 = 6 \times \text{ر}^2 \times \sqrt[3]{\left(\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$= 4\pi \times \text{ر}^2 \times \frac{6}{\pi}\sqrt[3]{\left(\frac{\pi}{6}\right)^2}$$

$$= 4\pi\,\text{ر}^2 \times \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$$

یعنی

$$\text{مکعب کی سطح} = \text{کرہ کی سطح} \times \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$$

لیکن $\frac{6}{\pi} = 1.909860$

اور $\sqrt[3]{1.909860} = 1.2407$

اور یہی ثابت کرنا تھا۔

امثلہ نمبری (۳۵) - ا

($\pi = \frac{22}{7}$ فرض کرو)

کُرہ

ذیل کے کُروں کی سطحوں کے رقبے دریافت کرو ----

۱ - نصف قطر ۷ انچ۔ ۲ - نصف قطر ۲ فٹ ۴ انچ۔

۳ - قطر ۳ فٹ ۶ انچ۔ ۴ - قطر ۱ گز ۲ فٹ ۹ انچ۔

۵ - محیط ۲ فٹ ۸ انچ۔ ۶ - محیط ۹ فٹ ۲ انچ۔

۷ - حجم ۱۲ مکعب فٹ ۹۲۷ مکعب انچ۔ ۸ - حجم ۱ مکعب فٹ۔

ذیل کے کُروں کے نصف قطر معلوم کرو جن میں ----

۹ - سطح ۶۱۶ مربع انچ۔ ۱۰ - ۲۶۴ مربع انچ۔ ۱۱ - سطح ۱۷ مربع فٹ ۱۶ مربع انچ۔

۱۲ - اسطوانہ کی وضع کا ایک ایسا مجسم ہے جس کے سرے نصف کُرے ہیں اگر اسطوانہ نما حصہ کا طول ۶ فٹ اور قطر ۴ فٹ ہو تو اُس کی مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳ - ۳ پنس فی مربع گز کے حساب سے نصف کروی وضع کے ایک ایسے گنبد کو رنگوانے کی لاگت معلوم کرو جس کا قطر ۴۲ فٹ ہے -

۱۴ - اسطوانہ کی وضع کا ایک ایسا مجسم ہے جس کے سرے نصف کرے ہیں - اگر مجسم کا مجموعی طول ۹ فٹ اور اس کا قطر ۳ فٹ ہو تو ۱ شلنگ ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے اس کی سطح پر پالش کروانے کی لاگت معلوم کرو -

۱۵ - انچ کے سوویں حصہ تک ایک ایسے کرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کی سطح ایک ایسے قائم مستدیر مخروط کی مجموعی سطح کے برابر ہے جس کا ارتفاع ۶ انچ اور جس کے قاعدہ کا قطر ۴ انچ ہے -

۱۶ - ایک ایسے کروی خول کی اندرونی سطح معلوم کرو جس کی دبازت ۱ انچ اور بیرونی نصف قطر ۵،۵ انچ ہے -

۱۷ - ۳ پنس فی مربع انچ کے حساب سے نصف کروی وضع کے ایک ایسے پیالے کی مجموعی سطح پر وارنش کروانے کی اجرت معلوم کرو جس کی دبازت $\frac{1}{4}$ انچ اور اندرونی قطر ۸ انچ ہے -

۱۸ - کوئی مجسم ایک قائم مستدیر مخروط اور ایک نصف کرہ پر اس طرح مشتمل ہے کہ ان دونوں کا دائری قاعدہ مشترک ہے - اگر مخروط کی بلندی ۲ فٹ اور مشترک دائری قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ہو تو مجسم کی مجموعی سطح معلوم کرو -

۱۹ - کسی مکعب کی سطح اور اس کے اندرونی کرہ کی سطح کا تناسب دریافت کرو -

۲۰ - ایک قائم مستدیر مخروط کا راسی زاویہ ۹۰° ہے اور اس کا ارتفاع ۱۰ انچ ہے : اس کے بڑے سے بڑے اندرونی کرہ کی سطح معلوم کرو -

توضیحی مثالیں

قطعہ کرہ اور منطقہ کرہ

۲۰۰ - مثال ۱ : قطعہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو - قطعہ کا ارتفاع

۱۲ انچ اور کرہ کا نصف قطر ۴۰ انچ ہے (۳۱۴۱۶ = ۲۲)

قطعہ کی منحنی سطح = ۲۲ ر ع مربع انچ ... دفعہ ۱۹۸

جہاں ر = ۴۰

ع = ۱۲

∴ قطعہ کی منحنی سطح = ۲۲ × ۴۰ × ۱۲ مربع انچ

= ۱۵۰۷٫۹۶۸ مربع انچ

مثال ۲: ۱۰ انچ نصف قطر کے ایک کرہ کی سطح کو متوازی مستوی تراشوں سے تین مساوی حصوں میں منقسم کرو اور دو قطعات اور درمیانی منطقہ کے ارتفاع معلوم کرو۔

چونکہ ہر ایک حصہ کی منحنی سطح کرہ کی سطح کی ایک تہائی ہے اس لئے ہر حصہ کا ارتفاع کرہ کے قطر کا ایک تہائی ہونا چاہیے۔

= ۶ $\frac{۲}{۳}$ انچ

مثال ۳: ۲۰ فٹ نصف قطر کے کرہ سے وہ فاصلہ دریافت کرو جہاں سے کہ اس کی سطح کا ربع حصہ دکھائی دے سکتا ہے۔

کرہ ا ب ج د کے بیرونی نقطہ ع سے قطعہ ا ب ج کی منحنی سطح دکھائی دیتی ہے

اب اگر نقطہ ع سے کرہ کی ایک چوتھائی سطح دکھائی دیتی ہو تو ظاہر ہے کہ

ب ف = $\frac{1}{4}$ ب د . . . . دفعہ ۱۹۶

= ۱۰ فٹ

∴ ف گ = ۱۰ فٹ

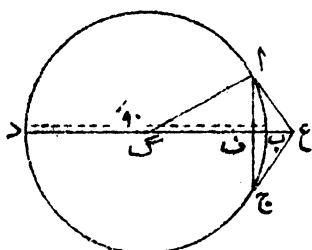
لیکن تشابہ شکلوں سے ـــ

ع گ : ا گ = ا گ : ف گ . . . . دفعہ ۶۶

ع گ : ۲۰ فٹ = ۲۰ : ۱۰

∴ ع گ = ۴۰ فٹ

∴ ع ب = ۲۰ فٹ

مثال ۴ : ایک کرہ کا قطر ۹۰ فٹ ہے : بتاؤ کہ اس کی سطح سے ۸ فٹ کے فاصلہ پر آنکھ رکھی جائے تو مجموعی سطح کا کونسا حصہ دکھائی دیگا۔

کرہ ا ب ج د کی سطح کا حصہ جو نقطہ ع سے دکھائی دیگا } = $\frac{\text{ب ف}}{\text{ب د}}$ ... دفعہ ۱۹۶

لیکن تشابہ شکلوں سے ـــ

ف گ : ۴۵ فٹ = ۴۵ فٹ : ع گ ... دفعہ ۶۶

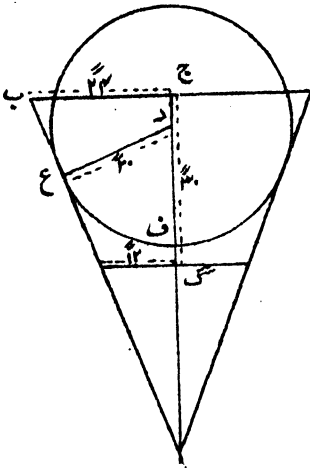
اور ع گ = (۴۵ + ۸) فٹ = ۵۳ فٹ

∴ ف گ = $\frac{۴۵ \times ۴۵}{۵۳}$ فٹ

∴ ب ف = $\left(۴۵ - \frac{۴۵ \times ۴۵}{۵۳}\right)$ فٹ

= $\frac{۸ \times ۴۵}{۵۳}$ فٹ

∴ مطلوبہ کسر = $\frac{۸ \times ۴۵}{۹۰ \times ۵۳} = \frac{۴}{۵۳}$

مثال ۵ : ۲۰ انچ نصف قطر کے ایک کرہ کو ایک مقطوع مخروط کے اندر رکھا گیا (جس کے سروں کے نصف قطر ۲۴ انچ اور ۱۲ انچ اور گہرائی ۳۰ انچ) جو

پانی سے بھرا ہوا تھا۔ بتاؤ کہ کس قدر کروی سطح بھیگ جائیگی۔

پہلے ہمیں اس امر کی تحقیق کر لینی چاہیئے کہ کرہ کس وضع میں ٹک جائیگا۔

فرض کرو کہ شکل میں کرہ اور مقطوع کی ایسی تراش بتائی گئی ہے جو مقطوع کے محور میں سے گزرتی ہے۔

مخروط کو مکمل کرو جس کا مقطوع ایک حصہ ہے۔

متشابہ اشکال سے —

اگ : اگ + ۳۰ انچ = ۱۲ : ۲۴ . . . . دفعہ ۶۶

∴ اگ = ۳۰ انچ

پھر متشابہ اشکال سے —

اد : دع = اب : بج . . . . دفعہ ۶۶

یا اد : ۲۰ انچ = √(بج² + اج²) : بج . . . دفعہ ۱۶

= √(۲۴² + ۶۰²) : ۲۴

= √۴۱۷۶ : ۲۴

∴ اد = ۵√۴۱۷۶ / ۶ انچ

= ۵۳٫۸۵۱۶ انچ

∴ دگ = (۵۳٫۸۵۱۶ − ۳۰) انچ

= ۲۳٫۸۵۱۶ انچ

اور فگ = ۳٫۸۵۱۶ انچ

جس سے پتہ چلتا ہے کہ کرہ مقطوع کی تہ پر نہیں ٹکتا

اس لیے —

کروی سطح جو بھیگ جائیگی $= ۲\pi$ ر ع مربع انچ . . . دفعہ ۱۹۸

جہاں ر = ۴۰

ع = ۳۰ − ۳٫۸۵۱۶ = ۲۶٫۱۴۸۴

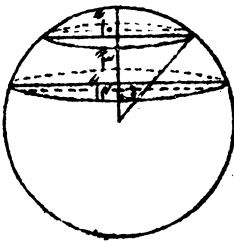
یعنی —

کروی سطح جو بھیگ جائیگی = $\frac{۲۲}{۷}$ × ۴۰ × ۲۶٫۱۴۸۴ مربع انچ تقریباً

= ۳۲۸۴٫۲ مربع انچ تقریباً

مثال ۶ : کسی منطقہ کرہ کی دبازت ۳ انچ، قاعدہ کا قطر ۱۴ انچ اور بالائی سرے کا قطر ۱۰ انچ ہے : اس کی منحنی سطح دریافت کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

فرض کرو کہ ف انچ = منطقہ کے قاعدہ اور کرہ کے مرکز کا عمودی فاصلہ

تب اگر ر انچ = کرہ کا نصف قطر۔

$$\left.\begin{aligned} (\text{ف} + ۳)^۲ + ۵^۲ &= \text{ر}^۲ \\ \text{اور } \text{ف}^۲ + ۷^۲ &= \text{ر}^۲ \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\therefore \text{ف} = \frac{۵}{۲}$$

$$\text{اور ر} = \sqrt{\frac{۲۵}{۴} + ۷^۲} = \frac{\sqrt{۲۲۱}}{۲}$$

∴ منطقہ کی منحنی سطح $= ۲\pi$ ر ع مربع انچ . . . . دفعہ ۱۹۸

جہاں ر = $\frac{\sqrt{۲۲۱}}{۲}$

ع = ۳

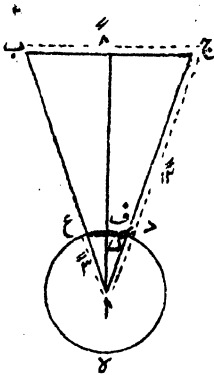
اس لیے —

منطقہ کی منحنی سطح = $\pi \times \sqrt{۲۲۱} \times ۳$ مربع انچ

= ۱۴۰٫۱۰۹ مربع انچ

مثال ۷: ۸ انچ قاعدہ کا قطر اور ۱۲ انچ مائل ارتفاع کے ایک قائم مخروط کو ۳ انچ نصف قطر کے کرہ کے اندر اس طرح رکھا گیا کہ مخروط کا راس اور کرہ کا مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں۔ مجسم کی سطح معلوم کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

فرض کرو کہ شکل سے مجسم کی ایسی تراشش ظاہر ہوتی ہے جو مخروط کے محور میں سے گزرتی ہے۔

متشابہ اشکال سے —

دع : ب ج = ۳ : ۱۲ . . . . . . دفعہ ۶۶

∴ دع = ۲ انچ

اور اگ = $\sqrt{۹ - ۱}$ انچ . . . . دفعہ ۱۶

= $۲\sqrt{۲}$

∴ کروی قطعہ ع ہ د کی منحنی سطح = ۲π ر ع مربع انچ . . . . . . دفعہ ۱۹۸

جہاں ۲ر = ۶

ع = $۲\sqrt{۲} + ۳$

اس لیے —

کروی قطعہ ع ہ د کی منحنی سطح = $\pi \times ۶ \times (۲\sqrt{۲} + ۳)$ مربع انچ

نیز مقطوع مخروط ب ج د ع کی منحنی سطح = $\frac{۱}{۲}(\pi \times ۸ + ۲ \times \pi) \times ۹$ مربع انچ . . . دفعہ ۱۹۳

= $\pi \times ۴۵$ مربع انچ

اور مخروط ا ب ج کا قاعدہ = $\pi \times ۴^۲$ مربع انچ . . . . دفعہ ۷۱

= $\pi \times ۱۶$ "

اس لئے مجموعی مجسم کی سطح = $\pi \{۱۶ + ۴۵ + ۶(۲\sqrt{۲} + ۳)\}$ مربع انچ

= $\pi \times ۹۵٫۹۷۰۵$ مربع انچ

= ۳۰۱٫۵ مربع انچ

امثلہ نمبری (۳۵ ب)

قطعہ کرہ اور منطقہ کرہ

($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

ذیل کے کُروں کے قطعات کی منحنی سطحوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۔ کُرہ کا محیط ۱۸ انچ، قطعہ کا ارتفاع ۵ انچ ہے۔

۲۔ کُرہ کا نصف قطر ۷ انچ، قطعہ کا ارتفاع ۳ و ۲ انچ ہے۔

۳۔ کُرہ کا قطر ۵ء۳ انچ، قطعہ کا ارتفاع ۷۵ء۰ انچ ہے۔

کُروں کے منطقاتِ ذیل کی منحنی سطحوں کے رقبے دریافت کرو جن میں ـــــ

۴۔ کُرہ کا محیط ۲ فٹ ۶ انچ، منطقہ کا ارتفاع ۷ انچ ہے۔

۵۔ کُرہ کا نصف قطر ۸ء۲ انچ، منطقہ کا ارتفاع ۳ء۱ انچ ہے۔

۶۔ کُرہ کا قطر ۸ء۴ انچ، منطقہ کا ارتفاع ۳ء۲ انچ ہے۔

۷۔ قطعہ کُرہ کی مجموعی سطح دریافت کرو اگر قطعہ کا ارتفاع ۳ انچ اور کُرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے۔

۸۔ قطعہ کُرہ کی مجموعی سطح دریافت کرو اگر قطعہ کا ارتفاع ۴ فٹ اور کرہ کا محیط $\frac{۶}{۷}$ ۶۲ فٹ ہے۔

۹۔ ایک کُرہ کا قطر ۲۵ فٹ ہے: اس کے ایک ایسے منطقہ کی مجموعی سطح دریافت کرو جس کے مستوی سرے کُرہ کے مرکز کے ایک ہی طرف اور اُس سے بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ اور ۷ فٹ ۶ انچ کے فاصلے پر ہیں۔

۱۰۔ ایک کُرہ کا قطر ۲۵ فٹ ہے: اس کے ایک ایسے منطقہ کی مجموعی سطح دریافت کرو جس کے مستوی سرے کُرہ کے مرکز سے بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ اور ۷ فٹ ۶ انچ کے فاصلوں پر اور اُس کے مقابل جانبوں میں ہیں۔

۱۱۔ ایک ایسے قطعہ کرہ کی منحنی سطح دریافت کرو جس کے قاعدہ کا نصف قطر ۶ انچ اور ارتفاع ۳ انچ ہے۔ (π = ۳ء۱۴۱۶)

۱۲۔ اُس منطقہ کرہ کی منحنی سطح دریافت کرو جس کے مستوی سروں کے نصف قطر بالترتیب ۴ انچ و ۵ انچ اور دبازت ۱ انچ ہے۔ (π = ۳ء۱۴۱۶)

۱۳۔ بتاؤ کہ ۱ فٹ نصف قطر کے کرہ کی سطح سے آنکھ کو کتنے فاصلہ پر رکھنا چاہیے تاکہ اُس کی سطح کا دسواں حصہ نظر آسکے۔

۱۴۔ مرکز سے ۳ فٹ کے فاصلہ پر آنکھ رکھی جائے تو بتاؤ کہ ۱ فٹ قطر کے

کرہ کی سطح کا کونسا کسری حصہ نظر آئیگا؟

سوالات امتحانات ۳۵

۱۔ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے نصف کروی سروں کے ایک اسطوانہ نما پیٹون (بیرک تختہ) کو رنگوانے کی لاگت معلوم کرو جب کہ اُس کے اسطوانہ نما حصہ کا طول ۱۹ فٹ ۴ انچ اور اسطوانہ اور نصف کروں کا مشترک قطر ۲ فٹ ۸ انچ ہے۔ (جامعۂ بمبئی: ایل۔سی۔ای ڈوسرا امتحان)

۲۔ ایک کرہ کا قطر ۳۶ انچ ہے۔ اِس کی سطح کا رقبہ مربع انچ میں معلوم کرو۔ ($\pi = ۳٫۱۴۱۵۹$) (جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ: پہلا امتحان)

۳۔ ایک دائری کمرہ کی دیواریں عمودوار ہیں اور ان کی بلندی ۱۵ فٹ ہے۔ کمرہ کا قطر ۲۸ فٹ اور اُس کی چھت نصف کروی گنبد نما ہے۔ ۹ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے اُس کی مجموعی سطح پر استرکاری کروانے کی اجرت معلوم کرو۔ (جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۴۔ زمین کو اگر ۸۰۰۰ ... فٹ قطر کا کرہ فرض کیا جائے تو اس کی سطح کا رقبہ مربع میل میں دریافت کرو۔ (" ")

۵۔ اُس کرہ کی سطح کیا ہوگی جس کا قطر ۲۱ انچ ہے؟ (" ")

۶۔ ایک ایسے کرہ کا حجم معلوم کرو جس کی سطح ۹ فٹ قطر کے ایک دائرہ کے رقبہ کے مساوی ہے۔ (" ")

۷۔ ایک گرجا کے دو مینار اور ایک گنبد ہیں۔ اول الذکر میں سے ہر ایک کا بالائی حصہ ۶۰ فٹ ارتفاع کا ایسا مخروط مضلع ہے جو ۲۰ فٹ ضلع کے مربع قاعدہ پر بنا ہوا ہے۔ گنبد ۴۰ فٹ نصف قطر کا نصف کرہ ہے۔ $\frac{1}{2}$۷ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے تینوں پر سیسہ کی چادریں منڈھنے کی قیمت معلوم کرو۔ ($\pi = ۳٫۱۴۱۶$) [جامعۂ کلکتہ: ایف۔ اے]

۸۔ پٹوان لوہے کے ایک اسطوانہ نما شارہ کا اندرونی طول ۱۰ فٹ قطر

۴ فٹ اور اُس کی دبازت ۳/۸ انچ ہے - اس کے سرے بند اور نصف کروی ہیں بیرونی سطح دریافت کرو - (سب پور انجنیر : سالانہ)

۹ - ۱۲ فٹ بلند اور ۶ فٹ قطر کے ایک اُسطوانہ کے بالائی حصہ پر ۶ فٹ قطر اور ۴ فٹ بلند ایک مخروط بنا ہوا ہے : ایک ایسے نصف کرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کی مجموعی سطح مخروط اور اُسطوانہ کی سطحوں کے مجموعہ کے برابر ہے - (سب پور انجنیر : سالانہ)

۱۰ - ۱ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے کسی گولہ کی قیمت وُہی ہوتی ہے جو ۳ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اِس کی ملمع کاری کی لاگت ہوتی ہے : اس کا قطر معلوم کرو - (رُڑکی انجنیر : داخلہ)

۱۱ - کسی کرہ کی سطح ایک مکعب کی سطح کے مساوی ہے : بتاؤ کہ کرہ کا حجم مکعب کے حجم کا ۳۸ ء ۱ گنا ہے - (۲۲/۷ = ۱۴۲ ء ۳) [رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ]

۱۲ - ۲۴ فٹ طول اور ۴ فٹ قطر کا ایک اُسطوانہ دونوں سروں پر نصف کروں سے بند ہے : مجموعی سطح کا رقبہ دریافت کرو - [رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ]

۱۳ - ایک کرہ کا حجم اُتنے ہی مکعب فٹ ہے جتنے مربع فٹ اُس کی سطح کے رقبہ میں ہیں قطر معلوم کرو - [رُڑکی انجنیر : فائینل]

قطعہ کرہ

۱۴ - بتاؤ کہ کرہ کی سطح سے کتنے فاصلہ پر آنکھ رکھی جائے تاکہ اس کی سطح کا چھٹا حصہ دکھائی دے - کرہ کا قطر ۱ فٹ ہے -

(جامعۂ بمبئی - ایل - سی - اِی : دُوسرا امتحان)

۱۵ - اگر کوئی شخص ۶ میل بلندی تک اُوپر اُٹھے تو بتاؤ کہ زمین کی سطح کا کتنا حِصّہ اُسے نظر آئیگا ؟ زمین کا قطر ۷۹۱۲ میل ہے -

(جامعۂ پنجاب : سیول انجنیرنگ کا پہلا امتحان)

۱۶ - ڈھلے ہوئے لوہے کے ایک خول کا بیرونی قطر ۱۲ انچ ہے یہ پانی میں اس طرح تیرتا ہے کہ ۱۰ انچ ڈوبا ہوا رہتا ہے - ڈوبی ہوئی سطح کا

رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ اِس کو ۵ر۲۲ سے ضرب دو تو حاصل ضرب پونڈوں میں خول کا وزن ہوگا۔ تب اگر یہ فرض کیا جائے کہ ڈھلے ہوئے لوہے کا وزن ۴۳۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہوتا ہے تو بتاؤ کہ خول کی دبازت کیا ہوگی ؟ ۔ (جامعۂ پنجاب سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۱۷۔ قطعۂ کرہ کی مجموعی سطح دریافت کرو جب کہ قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ فٹ اور قطعہ کا ارتفاع ۵ فٹ ہے ۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۱۸۔ اُس کروی گنبد کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا قطر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۹ فٹ ہے۔ (جامعۂ مدراس: امتحان بی۔ ای)

۱۹۔ ایک کھوکھلے کاغذی مخروط کا راسی زاویہ ۶۰° ہے ۔ راس نیچے کی طرف رکھ کر اُس کو تھاما جاتا ہے اور ۲ انچ نصف قطر کا ایک کرہ اُس میں رکھتے ہیں ۔ کرہ جہاں مخروط کو مس کرتا ہے اُس منحنی خط پر مخروط کو کاٹا جاتا ہے اور راس سے پرے والے حصے کو علحدہ کر دیا جاتا ہے ۔

اب مخروط اور کرہ سے بننے والے جسم کی بیرونی سطح دریافت کرو۔ (جامعۂ کلکتہ : امتحان۔ ایف۔ ای)

۲۰۔ ایک کرہ کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے۔ ایک نقطہ سے جو مرکز سے ۱۵ فٹ کی دوری پر ہے خطوطِ مستقیم اس طرح کھینچے گئے جو کرہ کو مس کرتے ہیں اِس طرح کرہ کا ایک قطعہ بنتا ہے : اِس قطعہ کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔
(سب پورا اپرنٹس ڈپارٹمنٹ: امتحان سالانہ)

۲۱۔ کسی کرہ کی سطح سے کتنے فاصلہ پر آنکھ کو رکھنا چاہیے تاکہ اُس کی سطح کا چھٹا حصہ دکھائی دے ۔ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۲۲ ۔ ۲ فٹ موٹے ایک ایسے قطعہ کی محدب سطح دریافت کرو جو ۱۷ فٹ نصف قطر کے کرہ سے کاٹ لیا گیا ہے ۔ (" " ")

۲۳ ۔ ایک کرہ کا قطر ۸۰ فٹ ہے: بتاؤ کہ مرکز سے ۸۱ فٹ کے فاصلہ پر اگر آنکھ رکھی جائے تو مجموعی سطح کا کونسا کسری حصہ دکھائی دیگا ؟ (رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۲۴ ۔ کرہ کی وضع کی ایک پہاڑی ہے۔ اس کی بلندی ۳۰۰ فٹ اور قاعدہ کا قطر

۱۲۰۰ فٹ ہے: قریب ترین مربع فٹ تک دریافت کرو کہ اس کی سطح قاعدہ کے رقبہ سے کس قدر زیادہ ہے؟ ($\pi = 3.14159$) (اسٹاف کالج)

منطقہ کرہ

۲۵۔ ایک کروی منطقہ کی دبازت ۴ فٹ اور اس کے مقابل کے رخوں کے قطر ۱۲ اور ۱۸ فٹ ہیں: محدب سطح دریافت کرو۔
(جامعۂ بمبئی: ایل۔سی۔ای دوسرا امتحان)

۲۶۔ ایک کرہ کا نصف قطر ۵ فٹ ہے۔ دو متوازی مستوی سطحوں سے اگر ایک ایسی تراش کاٹ لی جائے جس کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۴ فٹ اور ۳ فٹ ہوں تو بتاؤ کہ اس طرح سے قطع شدہ منحنی سطح کا رقبہ کیا ہوگا جب کہ

(۱) تراش مرکز کے ایک ہی جانب ہو۔

(۲) مقابل کے جانب پر ہو۔ (جامعۂ کلکتہ: ایف۔اے)

۲۷۔ ایک اسطوانہ نما برج کا قطر ۲۴ فٹ اور بلندی ۳۰ فٹ ہے اس پر ایک نصف کروی گنبد بنایا گیا ہے۔ گنبد کا بالائی حصہ کاٹ ڈالا گیا اور اس کے منفذ پر ۸ فٹ قطر اور ۱۰ فٹ بلند ایک اسطوانہ نما قندیل بنائی گئی ہے جو بالائی سرے پر مستوی سطح سے بند کردی گئی ہے۔ مربع گز میں اس عمارت کی جملہ بیرونی سطح دریافت کرو۔ (رڑکی انجینیر فائینل)

زائد سوالات امتحانات ۳۵

۲۸۔ ذیل کے تقریبی عمل میں فی صدی خطا دریافت کرو:۔ ایک خول کا قطر ۱۰" اور موٹائی ایک انچ ہے۔ اس کا وزن اسی مادہ اور موٹائی کی ایسی تختی کے مساوی لے لیا گیا ہے جس کی اوپر کی سطح کا رقبہ ۸" قطر کے کرہ کی سطح کے مساوی ہے۔ (جامعۂ مدراس امتحان: بی۔اے)

۲۹ ۔ ایک کرہ کا قطر ۱۰۰ فٹ ہے ۔ مرکز سے ۸۰ فٹ کے فاصلہ پر واقع آنکھ کو کُل سطح کا کونسا کسری حصہ دکھائی دیگا ۔ (رُڑکی انجینیر: فائینل)

۳۰ ۔ فرض کرو کہ ٹامسن کالج کا گنبد نصف کرہ کی وضع کا ہے ۔ کرہ کا نصف قطر ۱۸ فٹ ہے ۔ نصف کرہ پر ایک اسطوانہ نما حصہ ہے جس کا بیرونی قطر ۶ فٹ ہے ۔ اسطوانہ نما حصہ کو چھوڑ کر گنبد کی بقیہ برہنہ سطح پر ملمع کرانے کی لاگت ایک آنہ فی مربع انچ کی شرح سے دریافت کرو ۔ (" ")

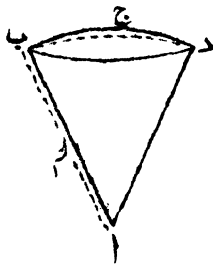
۳۱ ۔ ایک کرہ کا قطر $6\frac{1}{2}$ فٹ ہے اور اس کے ایک منطقہ کا ارتفاع $2\frac{1}{2}$ فٹ ہے : منطقہ کی منحنی سطح کا رقبہ دریافت کرو ۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۳۲ ۔ ثابت کرو کہ قطعہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ مستوی قاعدہ کے رقبہ سے اس قدر زیادہ ہوتا ہے جتنا کہ قطعہ کے ارتفاع کے مساوی نصف قطر والے دائرہ کا رقبہ ہوتا ہے ۔　　(رُڑکی انجینیر: فائینل)

مسئلہ (٤٨)

٢٠١ - دو متشابہ مجسمات میں کھنچے ہوئے دو متناظر خطوط کے طول اور اُن مجسمات میں سے ایک کی سطح کا رقبہ دیے ہوئے ہوں تو دُوسرے مجسم کی سطح کا رقبہ معلوم کرنا۔

فرض کرو کہ ا ب ج د اور ع ف گ ہ دو متشابہ مجسمات ہیں اور متناظر خطوط ا ب اور ع ف کے ناپ ایک ہی خطی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $ل_1$ اور $ل_2$ ہیں۔ نیز فرض کرو کہ مجسم ع ف گ ہ کی سطح کا رقبہ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے $س_2$ ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ مجسم ا ب ج د کی سطح کا رقبہ $ل_۱$، $ل_۲$ اور $س_۲$ کی رقوم میں دریافت کریں۔

یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ متشابہ مجسمات کی سطحوں میں وہی تناسب ہوتا ہے جو اُن میں کھینچے ہوئے کوئی دو متناظر خطوط کے طولوں کے مربعوں میں ہوتا ہے۔

∴ مجسم ا ب ج د کی سطح : مجسم ع ف گ ہ کی سطح = $اب^۲ : ع ف^۲$

یعنی —

مجسم ا ب ج د کی سطح : $س_۲$ = $ل_۱^۲ : ل_۲^۲$

پس قاعدہ —

کسی مجسم کی سطح کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے اگر اس کا تناسب ایک متشابہ مجسم کی سطح کے معلومہ رقبہ سے دریافت کیا جائے اور اس تناسب کو دونوں مجسمات میں کے معلومہ متناظر طولوں کے مربعوں کے تناسب کے مساوی رکھا جائے۔

یا مختصراً —

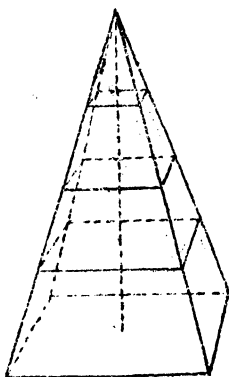
پہلے مجسم کی سطح : دوسرے مجسم کی سطح = پہلے اور دوسرے مجسم میں کے متناظر طولوں کے مربعوں کا تناسب

$$س_۱ : س_۲ = ل_۱^۲ : ل_۲^۲ \quad \ldots\ldots\ldots (۱)$$

اس لیے —

$$ل_۱ : ل_۲ = \sqrt{س_۱} : \sqrt{س_۲} \quad \ldots\ldots\ldots (۲)$$

توضیحی مثالیں

۲۰۲ ۔ مثال ۱: قاعدہ کے متوازی تین مستوی سطحوں سے ایک مخروطِ مضلع کو چار حصوں میں اس طرح کاٹا گیا کہ اِس کا ارتفاع چار مساوی حصوں میں منقسم ہوگیا ۔ چاروں حصوں کی طرفی سطحوں کا مقابلہ کرو ۔

فرض کرو کہ چاروں حصوں کی طرفی سطحوں کا رقبہ ایک ہی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ق_1، ق_2، ق_3، ق_4 ہے تب متشابہ شکلوں سے ـــــ

$$\text{ق}_1 : \text{ق}_1+\text{ق}_2 : \text{ق}_1+\text{ق}_2+\text{ق}_3 : \text{ق}_1+\text{ق}_2+\text{ق}_3+\text{ق}_4$$

$$= 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 \quad \ldots\ldots \text{دفعہ } 201$$

$$= 1 : 4 : 9 : 16$$

$$\therefore \text{ق}_1 : \text{ق}_2 : \text{ق}_3 : \text{ق}_4 = 1 : 4-1 : 9-4 : 16-9$$

$$= 1 : 3 : 5 : 7$$

مثال ۲: ایک ہی مادّہ کے دو متشابہ مجسمات کے وزنوں کا تناسب ۱۳۳۱ : ۱ ہے ۔ ان کی سطحوں کا تناسب معلوم کرو ۔

فرض کرو کہ ح_1 مکعب انچ اور ح_2 مکعب انچ بالترتیب دونوں مجسمات کے حجم ہیں ۔

س_1 مربع انچ اور س_2 مربع انچ بالترتیب ان کی سطحیں ہیں ۔

نیز فرض کرو کہ ل_1 انچ اور ل_2 انچ ان مجسمات میں کے تمناظر طول ہیں ۔

تب چونکہ ایک ہی مادّہ کے اجسام کے وزن ان کے حجموں کے تناسب ہوتے ہیں ۔

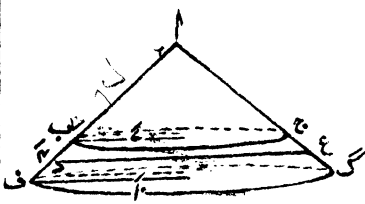
$$\text{ح}_1 : \text{ح}_2 = 1331 : 1$$

$$\therefore \text{ل}_1 : \text{ل}_2 = \sqrt[3]{1331} : \sqrt[3]{1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{دفعہ } 178$$

$$= 11 : 1$$

∴ س۱ : س۲ = ۱۲۱ : ۱ . . . . دفعہ ۲۰۱

مطلوبہ تناسب ۱۲۱ : ۱ ہے

مثال نمبر ۳: ایک قائم مخروط کے مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۷ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں اور اس کی مائل بلندی ۴ فٹ ہے: اگر مقطوع کو ایسے دو حصوں میں منقسم کیا جائے جن کی منحنی سطحیں مساوی ہوں تو ہر ایک حصہ کی مائل بلندی دریافت کرو۔

مخروط کو مکمل کرو جس کا کہ مقطوع ایک حصہ ہے اور شکل میں فرض کرو کہ د ع سے کاٹنے والی سطح تعبیر ہوتی ہے۔

مخروط اب ج کی سطح : مخروط

ا د ع کی سطح : مخروط ا ف گ کی سطح

= اب² : اد² : اف² .... دفعہ ۲۰۱

لیکن مخروط ا د ع کی سطح = ½ (مخروط اب ج کی سطح + مخروط ا ف گ سطح)

∴ اد² = ½ (اب² + اف²)

یا اگر اب = ل۱ فٹ

اور اد = ل۲ فٹ

ل۲² = ½ (ل۱² + (ل۱ + ۴)²)

= ½ (۲ ل۱² + ۸ ل۱ + ۱۶)

پھر متشابہ مجسمات سے —

ل۱ : ل۱ + ۴ = ۷ : ۱۰ . . . . دفعہ ۹۶

ل۱ = ۲۸/۳ = ۹٫۳۳۳

اس لیے —

ل۲² = ½ {۲ (۲۸/۳)² + ۸ (۲۸/۳) + ۱۶}

= ۱۱۹۲/۹

ل۲ = ۱۱٫۵۰۸

اور ب د = (۱۱٫۵۰۸ - ۹٫۳۳۲) فٹ = ۲٫۱۷۶ فٹ

د ف = (۴ - ۲٫۱۷۶) فٹ = ۱٫۸۳ فٹ

امثلہ نمبری (۳۶)

۱ - دو کُروں کے نصف قُطروں کا تناسب ۵ : ۲ ہے - اُن کی سطحوں کا تناسب معلوم کرو -

۲ - دو متشابہ مخروطوں کے ارتفاع بالترتیب ۸ انچ اور ۷ انچ ہیں: ان کی منحنی سطحوں کا تناسب معلوم کرو -

۳ - دو مکعبوں کے وتروں کا تناسب ۵ : ۸ ہے - پہلے مکعب کی سطح کو دوسرے کی سطح کے عشری حصہ میں بیان کرو -

۴ - دو متشابہ مجسمات کے حجموں کا تناسب ۲۷ : ۶۴ ہے - اُن کی سطحوں کا تناسب معلوم کرو -

۵ - دو متشابہ مجسمات کے رقبوں کا تناسب ۴۹ : ۸۱ ہے - ان کے حجموں کا تناسب معلوم کرو -

۶ - ایک ہی مادہ کے دو متشابہ مجسمات کے وزنوں کا تناسب ۱۲۵ : ۱ ہے - دوسرے مجسم کی سطح کو پہلے مجسم کی سطح کی کسر عام کی صورت میں بیان کرو -

۷ - قاعدہ کے متوازی مستوی سے ایک مخروط کو دو حصوں میں کاٹا گیا اگر کاٹنے والی مستوی سطح مخروط کے ارتفاع کے درمیانی نقطہ سے گزرتی ہو تو دونوں حصوں کی منحنی سطحوں کا تناسب دریافت کرو -

۸ - ایک مخروط جس کا ارتفاع ۲ فٹ ہے قاعدہ کے متوازی ایک ایسی مستوی سطح سے کاٹا جاتا ہے جو اس کی منحنی سطح کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے: مخروط کے راس سے سطح تک کا فاصلہ دریافت کرو -

۹ - ایک مخروط کا قاعدہ ۱۲۱ مربع انچ ہے - ایک ایسے متشابہ مخروط کے قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے حجم اور پہلے مخروط کے حجم کا تناسب ۳۴۳ : ۱۳۳۱ ہے -

۱۰۔ قاعدہ کے متوازی دو ایسی مستوی سطحوں سے ایک مخروط کو تین حصوں میں کاٹا گیا جو اُس کے ارتفاع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔ تینوں حصوں کی منحنی سطحوں کا مقابلہ کرو۔

سوالات امتحانات ۲۶

۱۔ ایک مقطوع مخروط کے سروں کے نصف قطر ۵ فٹ و ۸ فٹ اور مائل بلندی ۴ فٹ ہے۔ اگر مقطوع کو مساوی منحنی سطحوں کے دو حصوں میں منقسم کر دیا جائے تو ہر ایک حصہ کی مائل بلندی دریافت کرو۔ (جامعۂ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

۲۔ ایک مکعب کا وتر ۲ فٹ ۴ انچ ہے۔ ایک ایسے مکعب کی بیرونی سطح دریافت کرو جس کا وتر پہلے مکعب کے کنارہ کے برابر ہے۔ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۳۔ ایک مجسم کی سطح ایک دوسرے تشابہ مجسم کی سطح سے سہ چند ہے: دونوں مجسمات کے حجموں کا تناسب دریافت کرو۔ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

باب سی وہفتم

متفرق سوالات

(جب تک خاص طور پر ذکر نہ کیا جائے $\pi = \frac{22}{7}$)

۱۔ ذیل کے لیے عام ضوابط لکھو:۔
منتظم مسدس کا رقبہ، قطعہ دائرہ کا رقبہ، مخروط مقطوع کی منحنی سطح کا رقبہ، قطعہ کرہ کی منحنی سطح کا رقبہ، فانہ کا حجم، منطقہ کرہ کا حجم۔

۲۔ مثلث کا رقبہ اور مخروط اور مقطوع مخروط مضلع کی سطحوں اور حجموں کے لیے عام سے عام ضوابط لکھو۔

۳۔ مربع اور دائرہ کے رقبے معلوم کرو جب کہ ہر ایک کا احاطہ ... ۴ فٹ ہے۔

۴۔ ایک مثلث قائم الزاویہ میں زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع ۲۴ اور ۴۵ فٹ ہیں: زاویۂ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول معلوم کرو۔

۵۔ ایک متوازی الاضلاع میں متوازی ضلعوں کے دو جوڑوں کے درمیان عمودی فاصلہ ۶۵ فٹ اور ۹۱ فٹ ہے: اگر ایک ضلع ۱۱۹ فٹ ہو تو اس کا متصلہ ضلع معلوم کرو۔

۶۔ ایک قوس کا وتر ۴۸ انچ اور نصف قوس کا وتر ۲۷ انچ ہے: قوس کا طول تقریباً معلوم کرو۔

۷۔ دائرہ، شکل منحرف، قطاع دائرہ کے رقبے معلوم کرنے کے عام ضوابط لکھو، نیز کرہ اور منشور نما کے حجموں کے ضوابط بیان کرو۔

۸۔ اس مثلث کا رقبہ کیا ہے جس کے اضلاع ۶، ۵ اور ۳ انچ ہیں؟۔

۹۔ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو ۱ گز نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے۔

۱۰۔ متوازی الاضلاع، شکل منحرف، قطعہ دائرہ اور قطع ناقص کے رقبے اور مخروط مضلع اور کرہ کے حجم دریافت کرنے کے قاعدے لکھو۔

۱۱۔ ایک دائری میز کے بالائی حصہ کا قطر ۷ فٹ اور اس کی دبازت ۱ انچ ہے۔ اس کا حجم اور ۸ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے اس کی بالائی سطح پر پالش کروانے کی اُجرت معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک نصف دائرہ کا احاطہ ۱۰۰ فٹ ہے: نصف قطر معلوم کرو۔

۱۳۔ ایسے ۲۰۰ تختوں میں کتنے مکعب فٹ لکڑی ہوگی جن میں سے ہر ایک کا طول ۱۵ فٹ، عرض ۱۰ انچ اور دبازت $1\frac{1}{2}$ انچ ہے؟

۱۴۔ ایک شکل منحرف کے دو متوازی ضلعوں کے ناپ ۵۸ گز اور ۲۴ گز ہیں۔ اور غیر متوازی اضلاع مساوی ہیں اور ہر ایک ۱۷ گز ہے: رقبہ معلوم کرو۔

۱۵۔ اسطوانہ کی سطح اور حجم اور کرہ کی سطح دریافت کرنے کے قاعدے بیان کرو۔ منشور ثنائی ضابطہ لکھو۔

۱۶۔ ایک قطاع دائرہ کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور قوس کا طول ۵ فٹ ہے: دائرہ کا نصف قطر اور قوس میں درجوں کی تعداد معلوم کرو۔ ($\pi = 3.14159$)

۱۷۔ $\frac{2}{3}$ ۲۶۶ مکعب فٹ پتھر کا وزن کیا ہوگا جب کہ ۲۰ انچ طول ۸ انچ عرض اور ۱۵ انچ بلند پتھر کے ٹکڑے کا وزن ۲۸۰ پونڈ ہے؟

۱۸۔ مثلث، دائرہ اور قطاع دائرہ کے رقبے دریافت کرنے کے قاعدے لکھو۔

۱۹۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۶، ۱۷ اور ۱۸ فٹ ہیں۔ معلوم کرو کہ اس کا رقبہ ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے رقبہ سے زیادہ ہے یا کم جس کا ہر ایک ضلع ۱۷ فٹ ہے۔

۲۰۔ ایسے مثلث کا رقبہ قریب ترین مربع انچ تک معلوم کرو جس کے ضلعے $4\frac{1}{2}$، ۹ اور ۸ فٹ ہیں۔

۲۱۔ ۲۵۶۰۰ انچ کے فاصلہ پر سے گزرنے میں ایک گاڑی کا پہیہ اُتنی ہی

گردشیں کرتا ہے جتنے انچ کہ اس کے محیط میں ہیں : اس کا قطر معلوم کرو۔

۲۲ - ایک ایسے مثلث کے ابعاد قریب ترین فٹ تک معلوم کرو جس کے اضلاع کی نسبت ۵ : ۶ : ۸ اور جس کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔

۲۳ - ایک ذواربعۃ الاضلاع کے دو متصلہ ضلعے بالترتیب ۳ فٹ اور ۴ فٹ ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ °۹۰ ہے۔ ذواربعۃ الاضلاع کے دوسرے دو ضلعے مساوی اور ان کا درمیانی زاویہ °۶۰ ہے۔ رقبہ معلوم کرو۔

۲۴ - ایک ایسے ستون کے ڈھلے ہوئے لوہے کا وزن معلوم کرو جس کے اندرونی اور بیرونی قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۱۱ انچ اور طول ۱۰ فٹ ہے جب کہ ایک مکعب انچ ڈھلے ہوئے لوہے کا وزن ۲۶ء۰ پونڈ ہوتا ہے۔

۲۵ - ایک بیرونی نقطہ سے کھینچے ہوئے کسی دائرہ کے دو مماس علی القوائم ہیں اور ہر ایک کا طول $\frac{3}{4}$ انچ ہے : دائرہ کا رقبہ معلوم کرو۔

۲۶ - ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کی نوک ۳ منٹ میں ۵ انچ کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ اس کا طول کیا ہے ؟

۲۷ - ایک دائری میدان کا محیط ۱۴۳ گز ۱ فٹ ۲۸۵۷ء۱۰ انچ ہے : اس کا قطر اور رقبہ کیا ہے۔

۲۸ - ایک مکعب فٹ میں سے کتنے ۳ انچی مکعب کاٹے جا سکتے ہیں ؟

۲۹ - ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۵۵، ۴۸ اور ۱۷ فٹ ہیں : مربع فٹ میں اعشاریہ کے ساتویں مقام تک اس کے رقبہ کا تخمینہ کرو۔

۳۰ - ایک مثلث تساوی الاضلاع کا احاطہ ۲۰۰ فٹ ہے : اس کا رقبہ معلوم کرو۔

۳۱ - اگر تمہیں مستطیل کے گرد ایسا راستہ بنانا ہو جس کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا ٹھیک نصف ہو تو راستہ کا عرض کیا ہونا چاہیے۔ مستطیل کے ابعاد ۷۵ فٹ × ۵۰ فٹ ہیں۔

۳۲ - نصف کروی سروں کے ایک پنتون (پیرک تختہ) کا انتہائی طول ۵۰ فٹ اور قطر ۵ فٹ ہے : اس کی گنجائش معلوم کرو۔

۳۳ - قطعہ دائرہ کی قوس کا طول اور رقبہ معلوم کرو جب کہ قوس کا وتر = ۴۰ اور نصف قوس کا وتر = ۲۵ ہے -

۳۴ - ایک مستطیلی کمرہ کا طول ۲۱ فٹ ۷ انچ، عرض ۱۵ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے - اس میں ۷ فٹ × ۳ فٹ کے دو دروازے، ۵ فٹ × ۳ فٹ کے نصف دائری سر کے دو دریچے اور ۴ فٹ × ۳ فٹ ۶ انچ کا ایک آتش دان ہے - دیواروں کی سطح کا رقبہ دریافت کرو ؟

۳۵ - ایک ایسے مثلث کا رقبہ ایکڑوں میں معلوم کرو جس کے ضلعے بالترتیب ۳۲ زنجیر ۱۱ کڑی، ۲۵ زنجیر ۳۲ کڑی اور ۲۲ زنجیر ۵۷ کڑی ہیں -

۳۶ - ایک شکل منحرف کا رقبہ $3\frac{1}{4}$ ایکڑ اور دو متوازی ضلعوں کا مجموعہ ۲۴۲ گز ہے - اُس کا درمیانی عمودی فاصلہ معلوم کرو -

۳۷ - ۲۵ فٹ طول کی ایک سیڑھی کسی دیوار سے بالکل سیدھی لگی ہوئی ہے، بتاؤ کہ سیڑھی کے پائیں کو دیوار سے کس قدر کھینچنا چاہیئے تاکہ اس کا بالائی حصہ ۱ فٹ اُتر آئے ؟ -

۳۸ - ایک شکل معین کے وتر بالترتیب ۴۴ اور ۱۱۷ فٹ ہیں: رقبہ، ضلع کا طول اور معین کا ارتفاع معلوم کرو -

۳۹ - دو ایسے منتظم مخمس کے رقبوں کا مقابلہ کرو جن میں سے ایک تو کسی دیئے ہوئے دائرہ کے اندر اور دوسرا اُس کے گرد بنایا گیا ہو -

۴۰ - مثلث متساوی الاضلاع کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے رقبوں کا مقابلہ کرو -

۴۱ - ایک آبی خانہ کا قاعدہ مربع ہے - بلندی، قاعدہ کے ایک ضلع کی نصف ہے اور وہ بغیر ڈھکن کے ہے - ۱۵ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے شیشہ کی قیمت ۳۱ روپیہ ۴ آنہ ہوتی ہے: بتاؤ کہ آبی خانہ میں کتنے گیلن سما سکتے ہیں -

۴۲ - اگر ایک مکعب انچ بارود کا وزن $\frac{5}{8}$ اونس ہو تو ۸ انچ قطر اور ۵ انچ مائل ارتفاع کے ایک مخروطی برتن کو بھرنے کے لیے کتنے وزن کی بارود

درکار ہوگی ؟ ۔

۴۳ ۔ ایک منتظم مسدس کا رقبہ ۴۰۰ ہے : اس کے ضلع کا طول اور اس کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو۔

۴۴ ۔ ۱۸ فٹ قطر اور ۱۳ فٹ بلند ایک مخروطی خیمہ بنانے کے لیئے ۲۷ انچ عرض والی کتنے گز کرمچ کی ضرورت ہوگی ؟ ۔

۴۵ ۔ ایک مثلث کا احاطہ ۵۹۴ فٹ اور اُس کے اضلاع کا تناسب ۱۳ : ۲۰ : ۲۱ ہے : اس کا رقبہ دریافت کرو ۔

۴۶ ۔ ذو اربعۃ الاضلاع کی وضع کے میدان ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔ ضلع ا ب = ۵۷٫۴ فٹ ، ب ج = ۴۸٫۶ فٹ ، ج د = ۵۰٫۷ فٹ ، د ا = ۸۰٫۷ فٹ اور ا ج = ۹۳٫۷ فٹ ۔

۴۷ ۔ کسی ندی کے کنارہ پر ایک بُرج کی بلندی ۱۲۰ فٹ ہے اور مقابل کے کنارہ سے بالائی حصہ کا ارتفاعی زاویہ °۳۰ ہے : ندی کا عرض معلوم کرو ۔

۴۸ ۔ ایک متوازی الاضلاع کو جس کے متصلہ ضلعوں کے طول کسی خطی اکائی کے لحاظ سے علٰحدہ علٰحدہ م اور ن ہیں ایسے م ن متوازی الاضلاع میں منقسم کیا جا سکتا ہے جن میں سے ہر ایک کے متصلہ ضلعوں کے طول اکائی ہیں : کیا متوازی الاضلاع کا رقبہ م ن مربع اکائیاں لیا جا سکتا ہے ؟ ۔

۴۹ ۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے ۔ اس کے اندرونی منتظم مسدس کا رقبہ دریافت کرو ۔

۵۰ ۔ ایک ایسی رسی کا طول گزوں میں معلوم کرو جس کا ایک سرا میخ کے ساتھ اور دوسرا سرا ایک گائے کے گلے میں اس طرح بندھا ہوا ہے کہ گائے ایک بیگھہ قطعۂ گھاس سے زیادہ پر نہ چر سکے ۔ ($\pi = 3.14159$)

۵۱ ۔ گولیوں کے ایک کمل انبار کے مستطیل قاعدہ کے غیر مساوی اضلاع میں بالترتیب ۶ اور ۱۴ گولے ہیں : انبار میں کُل گولیوں کی تعداد معلوم کرو ۔

۵۲ ۔ اُس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ ۱۰۰ فٹ وتر والے مربع کے رقبہ کے برابر ہے ؟ ۔

۵۳ ـ دائرہ اور اس کے اندرونی مربع کے رقبوں میں کیا تناسب ہوتا ہے؟ ـ

۵۴ ـ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع معلوم کرو جس کے رقبہ پر ۲ شلنگ فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اُتنے ہی اخراجات ہوتے ہیں جتنے اخراجات کہ ۶ شلنگ ۲ پنس فی فٹ کے حساب سے اس کے ضلعوں کی احاطہ بندی میں ـ

۵۵ ـ ایک ایسے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۲۴۳، ۳۲۴ اور ۴۰۵ گز ہیں اور جواب کو ایکڑ، روڈ اور پرچ میں ظاہر کرو ـ

۵۶ ـ ایک میدان کے تمام اضلاع مساوی ہیں اس کے وتر بالترتیب ۸۸ گز اور ۱۱۰ گز ہیں: رقبہ ایکڑوں میں معلوم کرو ـ

۵۷ ـ احاطہ ط طولی اکائیوں کے برابر دیا ہوا ہے ـ وہ بڑے سے بڑا رقبہ معلوم کرو جو اس سے گھیرا جا سکتا ہے ـ

۵۸ ـ درسٹر جایک سواری میں ۱۰۰ فٹ قطر کا ایک دائری احاطہ ہے ـ اس کے گرد ۱۰ فٹ کے یکساں عرض کا ایک دائری راستہ بنوانا مطلوب ہے: ۴ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے اُس کے اخراجات دریافت کرو ـ ($\pi = 3.14159$)

۵۹ ـ اُس بڑے سے بڑے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جو ۱۰ فٹ نصف قطر کے دائرے کے اندر بنایا جا سکتا ہے ـ

۶۰ ـ "فانہ" ـ "متوازی السطوح" ـ "منشور" ـ "مخروط" ـ "مخروط مضلع" "منشور نما" کی تعریفات لکھو اور شکلیں بنا کر ان کی توضیح کرو ـ

۶۱ ـ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ کھینچو اور اُس کا رقبہ معلوم کرو ـ

	کڑی	
	د تک	
	۱۱۶۰	
	۱۰۱۶	۵۹۶ ج تک
	۳۹۲	۳۰۴ ب تک
جاؤ مشرق	۱۵ سے	

۶۲۔ قائم مخروط کے مقطوع کی مائل سطح کا رقبہ کیا ہے جس کے دو دائری سروں کے رقبے بالترتیب ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ اور ۷۸٫۵۴ مربع انچ ہیں اور مقطوع کی انتصابی بلندی ۲۰ انچ ہے ؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۶۳۔ آخری سوال میں مقطوع کی بلندی کے بجائے مقطوع بننے سے پہلے مکمل مخروط کا ارتفاع ۲۰ انچ ہو تو مقطوع کا حجم کیا ہوگا ؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۶۴۔ ۸ آنہ فی مربع گز کے حساب سے گرجا کے ایسے مخروطی مینار پر رنگ کروانے کے اخراجات کیا ہونگے جس کے قاعدہ کا محیط ۶۴ فٹ اور بلندی ۱۰۸ فٹ ہے ؟

۶۵۔ ثابت کرو کہ کسی مثلث قائم الزاویہ میں رقبہ = ص (ص ـ د) جہاں د = وتر اور ص = نصف احاطہ ـ

۶۶۔ ایک سیدھی سڑک پر چلتے وقت ایک آدمی میل کے ایک پتھر کے پاس مشاہدہ کرتا ہے کہ ایک مکان کی سمت سڑک کے ساتھ °۳۰ کا زاویہ بناتی ہے اور اُس کے بعد کے پتھر کے پاس زاویہ °۶۰ ہوتا ہے : بتاؤ کہ سڑک سے مکان کتنے فاصلہ پر ہے ؟ ـ

۶۷۔ ایک شکل معین کا ہر ضلع ۲۴ فٹ اور ایک وتر بھی ۲۴ فٹ ہے : رقبہ معلوم کرو ـ

۶۸۔ ایک نصف دائرہ کا احاطہ ۱۰۰ فٹ ہے : رقبہ معلوم کرو ـ (π = ۳٫۱۴۱۵۹)

۶۹۔ ایک مثلث کے اضلاع ۳۲، ۲۷ اور ۴۸ انچ ہیں : مثلث کا رقبہ اور اُس کے حائط دائرہ کا قطر معلوم کرو ـ

۷۰۔ "مکعب" "اسطوانہ" "کرہ" "کرہ نما" کی تعریفات لکھو ـ اور شکلوں کے ذریعہ اُن کی توضیح کرو ـ

۷۱۔ ایک دائرہ کا قطر ا ف ۱۵ فٹ ہے ـ قطعہ کا وتر ب ع قطر پر عمود ہے اور قطعہ کا ارتفاع د ف ۳ فٹ ہے : ا ب کو ملاؤ اور دائرہ کے مرکز سے اس کا عمودی فاصلہ معلوم کرو ـ

۷۲۔ ایک منتظم مثمن کا ضلع ۲۰ فٹ ہے : رقبہ معلوم کرو ـ نیز اندرونی دائرہ کا رقبہ دریافت کرو ـ

۷۳ - ایک مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کے رقبے مساوی ہیں - ان کے احاطوں کا مقابلہ کرو -

۷۴ - ایک متوازی الاضلاع کے متصلہ ضلعے ۸ فٹ اور ۱۶ فٹ ہیں اور اُس کا رقبہ ایک ایسے مربع کے رقبہ کا نصف ہے جس کا احاطہ متوازی الاضلاع کے احاطہ کے مساوی ہے - مقابل کے ضلعوں کا درمیانی عمودی فاصلہ دریافت کرو -

۷۵ - ایک ایسے مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ایسے دائرہ کے نصف قطر کے دو تہائی کے برابر ہے جس کا رقبہ ۹۹۰۰ مربع فٹ ہے -

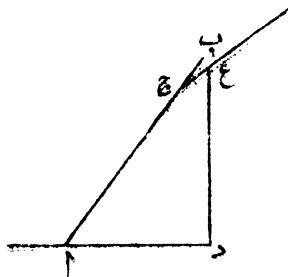
۷۶ - ایک قطاع کا رقبہ ۹۹ مربع فٹ اور قوس کا طول ۹ فٹ ہے : نصف قطر اور مرکز پر کا زاویہ دریافت کرو - (π = ۳٫۱۴۱۶)

۷۷ - ایک ایسے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۲۴ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہے -

۷۸ - ذیل کے اندراجات سے میدان ا ب ج د ع کا خاکہ اُتارو اور اس کا رقبہ معلوم کرو -

	کڑی	
	د تک	
	۹۰۰	
۳۰۰ ع تک	۶۰۰	
	۵۰۰	ج تک ۰
	۲۰۰	ب تک ۴۰۰
	ا سے	

۷۹ - ذیل کے مجسمات کے حجم معلوم کرنے کے عام ضوابط لکھو -
(ا) مخروط مضلع
(ب) چپٹا کرہ نما
(ج) لمبوترا کرہ نما

۸۰ - ایک قوس کا وتر ۸۷ء۱۵ فٹ اور قوس کا ارتفاع ۸ء۲ فٹ ہے : دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۸۱ - اب (دیکھو شکل) سے لوہے کی سیڑھی تعبیر ہوتی ہے جو پھونس کے ایک مکان کی اولتی سے لگی ہوئی ہے ۔ اولتی دیواروں سے ۲ فٹ باہر نکلی ہوئی ہے اور چھت کا اُتار ۴۵° ہے ۔ اگر ج ب = ۲ فٹ، ع د = ۱۵ فٹ، ا د = ۱۴ فٹ تو بتاؤ کہ سیڑھی کے پائین کو کس قدر کھینچا جائے تاکہ اُس کا بالائی حصہ اولتی پر ٹھیک ٹھیک پہنچ جائے ؟ سیڑھی کا طول کیا ہے ؟

۸۲ - دو کُرہ نماؤں کے بڑے اور چھوٹے قطر بالترتیب ۴ فٹ اور ۳ فٹ ہیں۔ ایک کُرہ نما چپٹا ہے اور دُوسرا لمبوترا ہے : ہر ایک کُرہ نما کا حجم دریافت کرو۔

۸۳ - ایک مثلث کے دو ضلعے ۱۴۳ فٹ اور ۱۲۵ فٹ ہیں اور تیسرے ضلع پر کا عمود ۱۳۲ فٹ ہے : مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

۸۴ - ۶۵ء۷۰ محیط کا ایک دائرہ کلیتہً ۷۵ء۱۱ محیط کے دائرہ کے اندر واقع ہوتا ہے ۔ حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (π = ۱۴ء۳)

۸۵ - دو ہم مرکز دائروں اور اُن کے نصف قطروں کی درمیانی جگہ کا رقبہ قطع شدہ قوسوں اور اُن کے درمیانی فاصلے کی رقوم میں دریافت کرو۔

دو ہم مرکز دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۱۰ فٹ اور ۱۵ فٹ ہیں : ان دائروں اور ایک دوسرے کے ساتھ ۴۰° کا زاویہ بنانے والے نصف قطروں سے محدود شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (π = ۱۴۱۵۹ء۳)

۸۶ - ایک قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے : ضلعے معلوم کرو۔

۸۷ - ایک قطاع کا رقبہ ۲۳۰ مربع فٹ ہے ۔ قطاع کا زاویہ ۴۰° ہے : قطاع کا مجموعی احاطہ معلوم کرو۔ (π = ۱۴۱۵۹ء۳) ۔

۸۸ - ایک کثیر الاضلاع میدان کے ایک کونے ا سے دوسرے کونے ب تک ایک جریبی خط اور

اُس کے دائیں اور بائیں جانب بیرونی عمود کھینچ کر میدان کی پیمائش کی گئی جیسا کہ ذیل کی پیمائشی بیاض سے ظاہر ہے :-

	زنجیر	
	ب تک	
	۲۵۰	ب
۴۰	۲۲۰	
	۱۸۰	۶۰
۹۰	۱۶۰	
	۱۵۰	۷۰
	۹۰	۲۰
۳۰	۷۰	
	۵۰	۱۵
	۰ ا سے	

جاؤ شمال مغرب - رقبہ دریافت کرو۔

۸۹- مندرجۂ ذیل کے حجم معلوم کرنے کے لئے عام ضابطے بیان کرو۔

(ا) مخروط کا مقطوع

(ب) کرہ کا قطعہ

۹۰- ۲ آنے فی مربع گز کے حساب سے ایک منتظم مثمن شکل کے قطعۂ زمین پر گھانس لگوانے میں کیا خرچ آئیگا جب کہ مثمن کا ہر ایک ضلع ۲۰ فٹ ہے۔

۹۱- کسی کرہ کی سطح ۹۷۶۰ء۱۳۱۲ مربع انچ ہے - اس کا قطر اور جسامت معلوم کرو۔ (π = ۳ء۱۴۱۶)

۹۲- ایک مثلث کے دو ضلعوں کا زاویہ ۳۰° ہے - اور ان اضلاع کا طول علی الترتیب ۵ء۲۷ فٹ اور ۲۴۸ فٹ ہے۔ رقبہ معلوم کرو۔

۹۳- ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے وتر ۳۰ اور ۴۰ زنجیر ہیں اور مقام تقاطع پر ۴۵° کا زاویہ بناتے ہیں - رقبہ معلوم کرو۔

۹۴- ایک معین کا ہر ضلع ۳۲ فٹ ہے - اور بڑے زاویوں میں سے ہر ایک زاویۂ چھوٹے زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ سے دگنا ہے - رقبہ معلوم کرو۔

۹۵- ایک مثلث کے اضلاع ۱۴۶، ۱۲۵، ۹۹ ہیں - اس کے حائط دائرہ کا قطر معلوم کرو۔

۹۶- اُس قطاع کا رقبہ معلوم کرو جو نصف دائرہ سے بڑا ہے - بقیہ قطاع کی تمام قوس کا وتر ۲۷ فٹ ہے، نصف قوس کا وتر ۴۵ فٹ اور نصف قطر ۳ فٹ ۶ انچ۔

۹۷- ایک میدان کا خاکہ جاؤ اور مندرجۂ ذیل امور سے اُس کے رقبہ کا حساب

لگاؤ۔

کڑی	
	۰ ف تک
	۱۲۸۰
۲۸۰ ج تک	۹۶۰
	۴۰۰ ۴۷۰ ع تک
دائیں جانب پلٹو	
	۰ ب تک
	۱۱۲۰
	۶۰۰ ۶۰ د تک
۶۰۰ ج تک	۳۲۰
	۰ ا سے مغرب کی طرف جاؤ

۹۸- ایک رقاص جھولتے وقت ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے اور اس کا سرا $\frac{2}{21}$ ۱۴ انچ کی قوس بناتا ہے۔ رقاص کا طول معلوم کرو۔

۹۹- ایک منحنی شکل کے مساوی الفصل معین ۱، ۴۱، ۵۸، ۶۱، ۶۱، ۵۷، ۵۴، ۴۶، ۴۱، ۳۳، ۲۴، ۱۶، ۱ ہیں۔ اور یہ ۲۴۰ فٹ طویل بنیادی خط پر لئے گئے ہیں۔ تخمیناً رقبہ معلوم کرو۔

۱۰۰- اُس مستطیل متوازی السطوح کا حجم مطلوب ہے جس کا طول ۸ فٹ ۹ انچ، عرض ۵ فٹ ۲ انچ اور ارتفاع ۴ فٹ ۳ انچ ہے۔ نیز اس کے وتر کا طول بھی معلوم کرو۔

۱۰۱- ایک دائری میز کا رقبہ ۵۰۰۸ مربع انچ ہے: بتاؤ کہ اس کے کنارہ پر ٹھوکنے کے لیے کتنی کیلوں کی ضرورت ہوگی اگر ہر دو متصلہ کیلوں کا درمیانی فاصلہ $\frac{1}{2}$ انچ ہو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)۔

۱۰۲- ایک دُھری کے گرد کنوئیں کی رسی لپیٹی ہوئی ہے اس کی تہ زمین سے ۲ فٹ ۶ انچ کے فاصلہ پر ہے اور اس کا قطر ۹ انچ ہے۔ جب تمام رسی اس پر لپٹی ہوئی ہے تو دستہ کو چودہ گردشوں میں گھما کر رسی کھول کر ڈولی میں سے پانی کی سطح کو عین چھیتی ہے۔ بتاؤ کہ زمین کی سطح سے کنوئیں کی گہرائی کیا ہے؟

۱۰۳- ایک اسطوانہ نما ستون کا بالائی حصہ نصف کروی ہے قاعدہ کا قطر ۴ فٹ اور ستون کی مجموعی بلندی ۱۰ فٹ ہے اس کی جسامت معلوم کرو۔

۱۰۴- ساگوان کی ایک ٹاٹ کا طول ۱۵ فٹ، عرض ۱۸ انچ اور دبازت ۱۲ انچ ہے۔ ایک سرے سے کتنے فاصلہ پر اس کو کاٹا جائے کہ چھوٹے حصہ کا وزن ۵ ہنڈرڈ ویٹ ہو فرض کرو کہ اٹھن ساگوان میں ۳۶٫۲۰۵ مکعب فٹ ہوتے ہیں؟

۱۰۵۔ ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے ضلعے سلسلہ وار بالترتیب ۲۷، ۳۶، ۳۰ اور ۲۵ ہیں اور پہلے دو ضلعوں کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے: رقبہ معلوم کرو۔

۱۰۶۔ کسی برج کے جنوب کی طرف کھڑے ہو کر ایک آدمی مشاہدہ کرتا ہے کہ اس کا ارتفاع ۶۰° ہے۔ ۱۵۰ فٹ تک مشرقی سمت میں جانے کے بعد وہ اُس کا ارتفاع ۴۵° معلوم کرتا ہے: برج کی بلندی دریافت کرو۔

۱۰۷۔ ذیل کے ابعاد کے مستطیلی متوازی السطوح کا حجم اثناء اعشاریہ کے طریقہ سے دریافت کرو: ۷ فٹ ۵ انچ، ۶ فٹ ۷ انچ، ۳ فٹ ۱۰ انچ۔

۱۰۸۔ ذیل کی پیمائشیں کڑیوں میں ہیں ان کی مدد سے میدان کا خاکہ کھینچو اور اُس کا رقبہ معلوم کرو:—

	ا تک	
	۱۷۰۰	
ا کی طرف	ج سے	
	ج تک	
	۸۰۰	
	۴۰۰	۶۵
جاؤ شمال	ب سے	
	ب تک	
	۱۵۰۰	
	۱۱۰۰	۱۸۰
	۶۲۵	۲۴۰
جاؤ مشرق	ا سے	

۱۰۹۔ ایک باغبان چاہتا ہے کہ منتظم مسدس وضع کا ایک ایسا قطعہ گھانس بنائے جس کا رقبہ ۲۶۰ مربع گز ہو: بتاؤ کہ اُس کے ضلع کا طول کیا ہونا چاہیئے؟

۱۱۰۔ ایک ایسے میدان کا رقبہ معلوم کرو جس کے ایک ضلع کا طول ۹۰۰ کڑی اور اُس کے ۷ معین جو مقابل کی منحنی سرحد تک مساوی فاصلوں پر کھینچے گئے ہیں بالترتیب ۶۰، ۷۵، ۸۰، ۸۲، ۷۶، ۶۳ اور ۵۰ کڑی ہیں۔

۱۱۱۔ لوہے کے اُس خول کا وزن کیا ہے جس کے بیرونی اور اندرونی قطر بالترتیب ۹ انچ اور ۶ انچ ہیں اگر ۴ انچ قطر لوہے کے گولے کا وزن ۹ پونڈ ہو؟

۱۱۲۔ ۶۰ فٹ بلند ستون کا قاعدہ اور بالائی حصہ قطع ناقص ہیں۔ قاعدے اور بالائی حصہ کے محاور اعظم بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۰ فٹ اور محاور اصغر بالترتیب ۸ فٹ اور ۴ فٹ ہیں۔ اس کا سماؤ معلوم کرو۔

۱۱۳۔ مخمسی میدان ا ب ج د ع کا رقبہ معلوم کرو اگر ا ب = ۳۰ گز، ب ج = ۱۴ گز، ج د = ۱۵ گز، د ع = ۱۰۰ گز، ا ع = ب د = ۵۸ گز اور اگر ا ب اور د ع ایک دوسرے کے متوازی ہوں۔

۱۱۴۔ اکائی نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنے ہوئے منتظم مثمن کا رقبہ اعشاریہ کے دو مقامات تک صحت کے ساتھ دریافت کرو۔

۱۱۵۔ ایک دائرہ کے قطر اور محیط کا فرق ۱۰ فٹ ہے: قطر معلوم کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۱۱۶۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی دس منٹ میں ۱۱ انچ کا قوس بناتی ہے: گھڑی کے چہرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۱۱۷۔ ایک قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۳ انچ اور دائرہ کا قطر ۱۱ فٹ ۳ انچ ہے: نصف قوس کا وتر معلوم کرو۔

۱۱۸۔ ایسے میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک ضلع کا طول ۹۰۰ کڑی اور اس سے سات مساوی الفصل معین جو مقابل کی منحنی سرحد تک کھینچے گئے ہیں ۳۰۰، ۳۷۵، ۴۰۰، ۴۱۰، ۳۸۰، ۳۱۵، ۲۵۰ کڑی ہیں۔

۱۱۹۔ ایک مخروط کے قاعدہ کا قطر ۲ فٹ ۴ انچ اور اس کا مائل ضلع ۱۶ فٹ ہے: اُس کی جسامت کیا ہے؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۱۲۰۔ لوہے کے ایک نل کا سوراخ ۳ انچ اس کی دبازت $\frac{1}{4}$ انچ اور طول ۳۰ فٹ ہے: ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴٫۵۲۶ اونس فرض کرکے نل کا

وزن معلوم کرو۔

۱۲۱۔ لوہا اگر ساگوان سے آٹھ گنا بھاری ہو تو لوہے کے ایک ایسے گولے کا قطر کیا ہوگا جس کا وزن ساگوان کے ایک ایسے گولے کے وزن کے مساوی ہے جس کا قطر ۱۸ انچ ہے؟

۱۲۲۔ ایک مثلث کے دو ضلعے ۴۰ اور ۶۰ گز ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ ۳۰° ہے: رقبہ معلوم کرو۔

۱۲۳۔ ایک ذواربعۃ الاضلاع میدان کے تین ضلعے ترتیب وار ۱۵، ۱۰ اور ۲۰ زنجیر ہیں۔ پہلے دو کا درمیانی زاویہ ۱۵۰° اور دوسرے اور تیسرے ضلع کا درمیانی زاویہ ۶۰° ہے: رقبہ مربع زنجیروں میں معلوم کرو۔

۱۲۴۔ ایک مربع کھیت ۴ گز عرض والے راستہ سے گھرا ہوا ہے کھیت اور راستہ کا مجموعی رقبہ ۲½ ایکڑ ہے: ۱ شلنگ ۲ پنس فی مربع گز کے حساب سے راستہ پر کنکر بچھوانے کے اخراجات معلوم کرو۔

۱۲۵۔ ۳۰ فٹ اور ۴۰ فٹ نصف قطر کے دو دائرے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور ان کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ ۵۰ فٹ ہے: اُن کے مشترک وتر کا طول دریافت کرو۔

۱۲۶۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱۱، ۱۷۵ اور ۱۷۶ فٹ ہیں۔ بڑے ضلع کے متوازی مثلث کو کاٹنے والے دو خطوطِ مستقیم کھینچے گئے جو بقیہ ضلعوں میں سے ہر ایک کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہیں: مثلث کے اُن تین حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۲۷۔ ذیل کے معطیات سے منحنی الاضلاع شکل کا رقبہ تقریباً معلوم کرنے کے لیے سمپسن کے قاعدہ کا اطلاق کرو: معین ۰، ۹، ۱۴، ۱۷، ۱۹، ۲۲، ۱۷، ۱۳، ۸، ۴، ۲، قاعدہ = ۶۱۔

۱۲۸۔ ایک اُسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کے برابر ہے اور اُس کا حجم ۵۰۰ مکعب انچ ہے: ارتفاع معلوم کرو۔

۱۲۹۔ ایک مکعب فٹ پیتل کا وزن ۸۵۰۰ اونس فرض کیا جائے تو پیتل کے

ایک گز لمبے تار کا وزن معلوم کرو جس کی دبازت $\frac{۱}{۳۲}$ انچ ہے ۔

۱۳۰ ۔ ایک مخروطِ مضلع کا قاعدہ ۱۸ فٹ × ۲۶ فٹ ابعاد کا مستطیل ہے۔ قاعدہ کے دونوں چھوٹے اضلاع میں سے کسی ایک کے وسطی نقطہ کو راس سے ملانے والے خطِ مستقیم کا طول ۲۴ فٹ ہے۔ حجم معلوم کرو ۔

۱۳۱ ۔ اگر ایک مکعب فٹ لوہے کا وزن ۴۴۱ پونڈ فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ۱۰۰ ٹن لوہے سے ۸ انچ کے کتنے توپ کے گولے بنائے جا سکتے ہیں؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۱۳۲ ۔ ایک ذو اربعۃ الاضلاع میدان ا ب ج د کا ضلع ا ب = ۲۰ گز ب ج = ۲۶ گز ۲ فٹ، ج د = ۸۰ گز، د ا = ۸۶ گز ۲ فٹ ۔ چھوٹا وتر ا ج = ۳۳ گز ۱ فٹ : ثابت کرو کہ زاویے ا ب ج، ا ج د میں سے ہر ایک ایک قائمہ ہے اور میدان کا رقبہ دریافت کرو ۔

۱۳۳ ۔ ایک مربع کا احاطہ دوسرے کے احاطہ سے ۱۰۰ فٹ زیادہ ہے اور بڑے مربع کا رقبہ چھوٹے مربع کے رقبہ کے تین گنے سے بقدر ۳۲۵ مربع فٹ زیادہ ہے : ان کے ضلعوں کے طول دریافت کرو ۔

۱۳۴ ۔ ۲۰ اور ۳۰ گز ضلعوں کے ایک مستطیلی قطعۂ گھاس کے گرد یکساں عرض کا ایک راستہ بنا ہوا ہے : اگر راستہ کا رقبہ قطعۂ گھاس کے رقبہ کا $\frac{۳}{۱۰}$ ہو تو اس کا عرض معلوم کرو ۔

۱۳۵ ۔ ایک قوس کا وتر ۱۴ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے : قوس کا طول دریافت کرو ۔

۱۳۶ ۔ پیمائش سے معلوم ہوتا ہے کہ ایک جاگیر اُس کے خاکہ سے دس لاکھ گنی بڑی ہے ۔ خاکہ کا پیمانہ ایک میل کیلئے انچ کی رقوم میں دریافت کرو ۔

۱۳۷ ۔ ۵ اور ۱۲ انچ طول کے ضلعوں والے ایک مثلث قائم الزاویہ کو اس کے وتر کے گرد گھمایا جاتا ہے : اس طرح بننے والے دوہرے مخروط کی سطح دریافت کرو ۔

۱۳۸ ۔ ایک ایسے اُسطوانہ نما خول کا حجم معلوم کرو جس کی اندرونی سطح کا نصف قطر ۱۲ انچ اور دبازت ۳ انچ اور طول ۱۰ فٹ ہے ۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۱۳۹ - اُس منطقہ کرہ کا حجم کیا ہے جس کے سروں کے قطر ۱۰ اور ۱۲ انچ اور ارتفاع ۲ انچ ہے؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۱۴۰ - ایک قائم مستدیر اُسطوانہ کا ارتفاع ۴ فٹ ہے: ایک ایسے مشابہ اُسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو جس کا حجم اول الذکر کے حجم کا نو گنا ہے۔

۱۴۱ - ایک شکل منحرف کے متوازی ضلعے ۱۰۰ اور ۱۸۰ فٹ ہیں اور بقیہ دو ضلعے ۱۰۰ فٹ والے ضلع کے ساتھ ۱۳۵° اور ۱۵۰° کا زاویہ بناتے ہیں رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

۱۴۲ - اب ج د ع ف چھ مساوی ضلعوں کی ایک شکل ہے - اب = ۵٫۸۷ فٹ، ب ف = ۶۴٫۴ فٹ اور حصہ ب ج ع ف مستطیلی شکل ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۱۴۳ - ایک مربع کا ضلع ۸۵ گز ہے اور ۱۰ گز عرض کا ایک راستہ مربع کے باہر گردا گرد بنا ہوا ہے: بتاؤ کہ ۱ فٹ ۴ انچ طول اور ۱۰ انچ عرض کے کتنے پتھر راستہ پر بچھانے کے لیے درکار ہونگے۔

۱۴۴ - اگر کسی بیرونی نقطہ سے ایک دائرہ کے مماسوں کا طول ۲۱ انچ اور ان کا درمیانی زاویہ ۶۰° ہو تو بتاؤ کہ دائرہ کا رقبہ تقریباً ۴۶۲ مربع انچ ہوگا۔

۱۴۵ - شکل منحرف کی وضع کے میدان کا قاعدہ ۳۰ اور دو علی القوائم ضلعے بالترتیب ۲۸ اور ۱۶ زنجیر ہیں: بتاؤ کہ عمودوں کے متوازی ایک پردہ کے ذریعہ اس میدان کو کس طرح دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

۱۴۶ - ایک مجسم ایک ہی دائری قاعدہ کے مقابل جانبوں پر بنے ہوئے ایک نصف کرہ اور ایک مخروط پر مشتمل ہے - اس قاعدہ کا قطر ۵ فٹ اور مخروط کا ارتفاع ۵ فٹ ہے: مجسم کا حجم دریافت کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۱۴۷ - ایک مستطیلی مجسم کا طول ۸ فٹ ۹ انچ عرض ۵ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۴ فٹ ۲ انچ ہے: اس کا حجم اثناء اعشاریہ کے طریقے سے حاصل کرو۔

۱۴۸ - ایک مربع برج کا ناپ ہر طرف ۲۱ فٹ ہے - اس کی چھت کو یا تو سیسہ کی چادروں سے جو ۶ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے بکتی ہیں مسطح بنایا جائیگا یا مخروطی چھت بنائی جائیگی جس کی انتصابی بلندی ۱۰ فٹ ہوگی اور اسے سلیٹ

سے ڈھکا جائیگا جو ۱۸ شلنگ ۹ پنس فی صد کے حساب سے بکتی ہیں اور جن کی برہنہ سطح ۱۲′ × ۹′ ہے ہر دو صورت میں لاگت دریافت کرو۔

۱۴۹۔ ایک ایسے خانہ کا حجم معلوم کرو جس کے قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۲ ۱/۴ انچ، ارتفاع ۷ انچ اور کنارہ ۱۰ ۱/۲ انچ ہے۔

۱۵۰۔ گولوں کے ایک مکمل مثلثی انبار کا قاعدہ ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہے جس کے ضلع میں ۱۰ گولے ہیں: انبار میں گولوں کی تعداد معلوم کرو۔

۱۵۱۔ کسی مخروط کا حجم قاعدہ کے رقبہ اور انتصابی بلندی کے ایک تہائی کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ ایک ایسے مقطوع مخروط کے حجم کا ضابطہ اخذ کرو جس کے سروں کے قطر ر اور رَ اور ارتفاع ع ہے۔

۱۵۲۔ ذیل کے ابعاد کی ایک کمان میں چنوائی کی مقدار مکعب فٹ میں معلوم کرو: فصل = ۶۰ فٹ = اندرونی منحنی کا نصف قطر۔ کمان کی موٹائی = ۴ فٹ اور طول = ۲۰ فٹ۔

۱۵۳۔ ۸۰ فٹ لمبے دو انتصابی ڈنڈے ایک دوسرے سے ۱۴۷ فٹ کے فاصلہ پر ہیں۔ ان کے بالائی سروں سے ۱۵۳ فٹ لمبی ڈھیلی رسّی بندھی ہوئی ہے بازیگر کے چلنے سے رسی ٹوٹتی ہے اور وہ ایک ڈنڈے سے ۴۸ فٹ کے فاصلہ پر زمین پر گر پڑتا ہے۔ بتاؤ کہ وہ کس بلندی سے گرا۔

۱۵۴۔ ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۱ فٹ ہے۔ ہر ایک ضلع کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرنے کے بعد قریب ترین نقاط تقسیم کو ملایا گیا۔ اس طرح بننے والے مسدس کا رقبہ معلوم کرو۔

۱۵۵۔ ایک نقشہ میں ۱ مربع فٹ سطح ۱۰ ایکڑ رقبہ کو تعبیر کرتی ہے: پیمانہ معلوم کرو جس پر کہ نقشہ اُتارا گیا ہے۔

۱۵۶۔ اُس مکعب کی جسامت کیا ہے جس کا وتر ۸۱ فٹ ہے؟

۱۵۷۔ ایک مخروط کا ارتفاع ۱۰ فٹ اور اُس کے قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ہے۔ قاعدہ کے متوازی تراشوں سے اس کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور تینوں حصوں کے ارتفاع معلوم کرو۔

۱۵۸- مادّہ کے مکعب فٹ کی تعداد معلوم کرو جو ذیل کے ابعاد کا منشور نمائی سوراخ (جس کی گہرائی ۱۲ فٹ ہے) بنانے میں نکالے جائینگے - بالائی حصہ اور تہ ایسے مستطیل ہیں جن کے تناظر ابعاد ۲۰۰ فٹ × ۱۸۰ فٹ اور ۱۵۰ فٹ × ۳۵۰ فٹ ہیں -

۱۵۹- پٹواں لوہے کے ایک ایسے ٹھوس حلقہ کا وزن معلوم کرو جس کا بیرونی قطر ۱ فٹ اور دبازت ۲ انچ ہے (پٹواں لوہے کا وزن ۰٫۲۸ پونڈ فی مکعب انچ ہوتا ہے) -

۱۶۰- ایک مثال کے ذریعہ منشور نمائی ضابطہ کا مفہوم سمجھاؤ -

۱۶۱- ڈھلے ہوئے لوہے سے ایک خزانۂ آب ۸۰۰۰ گیلن کی گنجائش کا بنایا جائیگا : اگر خزانۂ آب کی بلندی ۸ فٹ ہو اور قاعدہ مثمن وضع کا ہو تو اس کے ہر رُخ کا رقبہ اور قاعدہ کیا ہوگا -

۱۶۲- ۱۳، ۳۷، ۴۰ ضلعوں کے مثلث کے اندر اگر ایک مستطیل اس طرح بنایا گیا ہے کہ مستطیل کا ایک ضلع مثلث کے بڑے سے بڑے ضلع پر منطبق ہے اور متصلہ ضلعوں کا تناسب ۱۰ : ۱ ہے تو مستطیل کا رقبہ دریافت کرو -

۱۶۳- کسی کمرہ کے فرش کے لیے ایک خاص ناپ کے اور مربع وضع کے ۲۰۰ فرشی کھپروں کی ضرورت ہوتی ہے - اگر ہر ایک کھپرا ہر طرف ۱ انچ زیادہ لمبا ہوتا تو ۱۲۸ کھپروں کی ضرورت ہوتی : ہر ایک کھپرے کا طول دریافت کرو -

۱۶۴- ایک دائرے کا کچھ حصہ مرکز کے ایک ہی طرف واقع ہونے والے دو ایسے متوازی وتروں سے کاٹ لیا گیا جن کے طول بالترتیب $\sqrt{3}+1$ اور $\sqrt{3}-1$ ہیں اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱ فٹ ہے : دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو -

۱۶۵- منتظم مثمن وضع کے ایک باڑے کے احاطہ بنوائی کی قیمت ۴ شلنگ ۶ پنس فی فٹ کے حساب سے ۸۴۰ پونڈ ہوتی ہے : $10\frac{1}{2}$ پنس فی مربع گز کے حساب سے سطح پر کنکر بچھوانے میں کیا اخراجات ہونگے ؟

۱۶۶- ۱۲ انچ قطر کے تانبے کے ایک کرہ کو ٹھوک کر ۴۰ انچ قطر کی ایک دائری تختی بنائی گئی : اگر اس کام میں ۵ فی صدی دھات ضائع ہوجائے

تو تختی کی دبازت کیا ہوگی؟

۱۶۷- قریب ترین مربع انچ تک چمڑے کی مقدار معلوم کرو جو ایک ایسے کُروی فٹ بال کے لیے درکار ہوگا جس کے محیط کا ناپ ۲۳ انچ ہے۔

۱۶۸- تین اینٹیں جس میں سے ہر ایک کے ابعاد ۹ انچ × $\frac{1}{2}$۴ انچ × ۳ انچ ہیں ذیل کے طریقہ سے جمائی گئی ہیں ان کی کھلی ہوئی سطح کا رقبہ مربع انچوں میں معلوم کرو: پہلی اینٹ کو میز پر چپٹا رکھ دیا گیا ہے دُوسری اینٹ کو ایک سرے کے بل پہلی اینٹ پر علی القوائم رکھا گیا ہے۔ اور تیسری اینٹ کو دوسری اینٹ پر علی القوائم چپٹا رکھا گیا ہے۔

۱۶۹- ایک اُسطوانہ نما حلقہ کا اندرونی قطر ۲۶ انچ اور اس کی دبازت ۸ انچ ہے: اس کی جسامت معلوم کرو۔

۱۷۰- ایک منشور نما کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۸ فٹ × ۶ فٹ اور ۱۰ فٹ × ۶ فٹ ہیں اور اُس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے: حجم معلوم کرو۔

۱۷۱- ۱۲ پونڈ وزنی ایک گولے کا قطر $\frac{1}{2}$۴ انچ ہے: ۸ انچ کے خول کی دبازت کیا ہوگی جس کا وزن $\frac{69}{81}$۴۳ پونڈ ہے؟

۱۷۲- ایک آئینہ کے چوکھٹے کا طول ۳ فٹ ۹ انچ اور عرض ۲ فٹ ۴ انچ ہے: اگر آئینہ کا رقبہ چوکھٹے کے رقبہ کے مساوی ہو تو اس کے ابعاد معلوم کرو۔

۱۷۳- تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں: ان کی درمیانی جگہ کے رقبہ کے لیے ایک ضابطہ اخذ کرو۔ دائروں کا نصف قطر ر ہے۔

۱۷۴- ۱۰ اور ۱۱ بجے کے درمیان کس وقت گھڑی کی سوئیاں (۱) ایک دُوسرے پر منطبق ہونگی (۲) ایک دُوسرے کے مقابل ہونگی۔ (۳) ایک دُوسرے پر علی القوائم ہونگی (۴) ایک دُوسرے سے ۲۵ درجوں کے فاصلہ پر ہونگی؟

۱۷۵- ایک مربع کا ضلع ۱۲ فٹ ہے۔ وتر کے متوازی دو خطوطِ مستقیم کے ذریعہ مربع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا: متوازی خطوطِ مستقیم کا درمیانی عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۱۷۶۔ ۷ اور ۵ اُنچ نصف قطروں کے دو کرّوں کو پگھلا کر ایک کھوکھلا خول بنایا گیا: اگر اس خول کا بیرونی قطر ۳ فٹ ہو تو اندرونی کھوکھلی فضا کا قطر معلوم کرو۔

۱۷۷۔ ایک ٹھوس اسطوانہ نما مُرمی کا ایک سرا نصف کروی اور دوسرا مستوی ہے۔ اس کا طول ۴ فٹ اور قطر ۶ انچ ہے: اس کا حجم اور مجموعی سطح معلوم کرو۔

۱۷۸۔ ایک فانہ کا کنارہ ۴ فٹ ۶ انچ اور قاعدہ کا طول ۲ فٹ ۸ انچ، قاعدہ کا عرض ۱ فٹ ۴ انچ ہے اور فانہ کا ارتفاع ۲۱ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۱۷۹۔ ۱ انچ قطر کی کتنی گولیاں ایک ایسے ڈبہ میں بھری جا سکتی ہیں جس کے اندرونی ابعاد ٹھیک ۱ مکعب فٹ ہیں؟

۱۸۰۔ ایک مخروطی خیمہ کے قاعدہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے اور بلندی ۱۱ فٹ۔ ۵۴ انچ عرض کی کتنی کِرمچ کی ضرورت ہوگی؟

۱۸۱۔ دو نقشے ایک ہی ابعاد کے ہیں۔ پہلے نقشہ پر ۸۶۵۶ انچ طول کا خط ۱۲۸۶۴ میل کو اور دوسرے نقشہ پر ۱۰۰ ایکڑ کا رقبہ $\frac{1}{280}$ مربع انچ سے تعبیر ہوتا ہے: دونوں نقشوں سے تعبیر ہونے والے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۱۸۲۔ اگر ۱ مکعب فٹ لوہے کا وزن ۴ ہنڈرڈ ویٹ ہو تو اسی مادّہ کی پن نالی کا وزن کیا ہوگا جس کا طول ۱۰ فٹ ۴ انچ، اندرونی قطر ۸ انچ اور دھات کی دبازت $\frac{1}{2}$ انچ ہے؟ نیز بتاؤ کہ ایسے ۲ میل نل کی قیمت ۵ پونڈ فی ٹن کے حساب سے کیا ہوگی؟

۱۸۳۔ اگر ۱ مکعب فٹ دھات کا وزن ۴ ہنڈرڈ ویٹ ۱ کوارٹر اور اُس کی قیمت ۲۸۰ روپیہ فی ٹن ہو تو بتاؤ کہ اس دھات کے ۱ میل لمبے ایسے نل کی قیمت کیا ہوگی جس کا سوراخ ۹ انچ اور دبازت $\frac{3}{8}$ انچ ہے؟ ($\pi = 3.1416$)

۱۸۴۔ ایک جھنڈے کا ڈنڈا ہوا کے صدمہ سے ٹوٹا اور اس کا بالائی سرا قاعدہ سے ۲۰ فٹ کے فاصلہ پر زمین سے ٹکرایا۔ اگر وہ اور ۵ فٹ نیچے سے ٹوٹتا تو اُس کا بالائی سرا قاعدہ سے مزید ۱۰ فٹ تک پہنچتا: بلندی معلوم کرو۔

۱۸۵- تین آدمی مل کر ۵۰ انچ قطر کی ایک سان خریدتے ہیں اور ہر ایک اخراجات کا ایک تہائی ادا کرتا ہے: اپنے حصہ کے معاوضہ میں ہر شخص قطر کا کس قدر حصہ صرف کر سکتا ہے؟

۱۸۶- ایک ایسی سان میں کتنے مکعب فٹ ہونگے جس کا قطر ۳ فٹ محیط پر دبازت ۶ انچ اور مرکز پر ۹ انچ ہے؟

۱۸۷- ۴۰ انچ بلند اور ۱۷ انچ قطر کے ایک مخروط کو قاعدہ کی متوازی سطحوں سے تین مساوی حصوں میں کاٹا جائیگا: ہر ایک حصہ کا ارتفاع کیا ہونا چاہیے۔

۱۸۸- ۱۰۰ گز لمبے پشتہ کا عرض قاعدہ پر ہر جگہ ۴۰ گز ہے۔ ایک سرے پر اس کا عمق ۱۲ فٹ ہے اور اس میں بالتدریج زیادتی ہوتی ہے یہاں تک کہ دوسرے سرے پر اس کا عمق ۱۵ فٹ ہو جاتا ہے۔ ان سروں پر بالائی عرض بالترتیب ۷۶ فٹ اور ۸۵ فٹ ہے: بتاؤ کہ پشتہ میں کتنے مکعب گز مادہ ہے۔

۱۸۹- ایک برتن مکعب کی وضع کا ہے اور بغیر ڈھکن کے ہے: اگر بیرونی طول ۳ فٹ اور مادّہ کی دبازت ۱ انچ ہو تو مادّہ کی مقدار مکعب انچ میں حاصل کرو۔

۱۹۰- ایک ٹھوس ۶ انچ مکعب کی بلندی دباؤ کی وجہ سے گھٹ کر $\frac{5}{8}$ ۵ انچ ہوگئی: اگر مادّہ کے گرداگرد طرفی پھیلاؤ یکساں ہو تو بتاؤ کہ اس جسم کے نئے قاعدہ کے ابعاد کیا ہونگے؟

۱۹۱- ۱۶ فٹ بلند مخروطِ مضلع کی وضع کی ایک چھت ۲۴ فٹ ضلع کے مربع قاعدہ پر بنی ہوئی ہے۔ اس چھت پر $\frac{1}{16}$ انچ دبیز سیسہ کی چادروں کا سائبان ڈالا گیا ہے: بتاؤ کہ اس سیسہ سے بندوق کی ایسی کتنی گولیاں بنائی جا سکتی ہیں جن میں سے ہر ایک $\frac{1}{2}$ انچ طول اور $\frac{6}{11}$ انچ قطر کے ایسے اسطوانہ کی وضع کی ہو جو ایک سرے پر اُسی قطر کے اور $\frac{3}{8}$ انچ ارتفاع کے مخروط پر مشتمل رہے؟

۱۹۲- ۶ انچ قطر اور ۴ انچ بلندی کا ایک مخروطی پیالہ پانی سے بھرا گیا اور ۴ انچ قطر کا ایک کروی گولا اس کے اندر اس قدر ڈبویا گیا جس قدر کہ وہ اس میں جا سکتا تھا: ایک مکعب فٹ پانی کا وزن $\frac{1}{2}$ ۶۲ پونڈ فرض کرکے ہٹائے ہوئے

پانی کا وزن معلوم کرو۔

۱۹۳۔ ایک کٹائی اور ایک پشتہ ایسے بنائے جائینگے کہ اول الذکر کا عمق ۳۰ فٹ اور ثانی الذکر کی بلندی اس کا نصف رہے۔ پشتہ کا بالائی حصہ اور کٹائی کی تہ مساوی ہیں اور ان کا عرض ۴۰ فٹ ہوگا اور دونوں کے رخوں کا اُتار ۴۵° رہیگا۔ کھُدی ہوئی مٹی کے پھیلاؤ کو اگر مدنظر نہ رکھا جائے تو بتاؤ کہ ۱۰ گز کٹائی سے کتنے طول کا پشتہ بنیگا؟

۱۹۴۔ کسی پُل کی ایک کمان کا فصل (Span) ۶۰ فٹ، ارتفاع ۱۰ فٹ اور عمق ۴ فٹ ہے اور ایک رخ سے دُوسرے رُخ تک اس کا طول ۳۰ فٹ ہے: بتاؤ کہ کمان میں کتنے مکعب فٹ چنائی ہے۔

۱۹۵۔ منشور نما کے حجم کے ضابطہ سے منشور، اسطوانہ، مخروط مضلع اور مخروط کے حجموں کے ضوابط اخذ کرو۔

۱۹۶۔ جھنڈے کا ڈنڈا ایک برج پر لگا ہوا ہے۔ برج کی تہ سے ۱۰۰ فٹ کا فاصلہ ناپا گیا اور پھر مشاہدہ کیا گیا کہ ڈنڈے کا سرا ۴۵° کا زاویہ اور برج کی چوٹی مشاہدہ کے مقام پر ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ جھنڈے کے ڈنڈے کی بلندی کیا ہوگی؟

۱۹۷۔ دو کمروں کے فرشوں کے رقبے ایک ہی ہیں لیکن ایک کمرہ کا حجم دوسرے کے حجم سے بقدر ۸۰۰ مکعب فٹ زیادہ ہے۔ بڑے کمرہ کا طول اور بلندی بالترتیب $\frac{3}{5}$ ۲۱ فٹ اور ۱۵ فٹ ہیں اور چھوٹے کمرہ کا عرض اور بلندی ۱۵ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں۔ بقیہ ابعاد معلوم کرو۔

۱۹۸۔ ۳۲ فٹ طول اور ۲۰ فٹ فصل کے کمرہ پر کماندار چھت بنانے کے اخراجات قریب ترین روپیہ تک کیا ہونگے اگر کمان قطعہ دائرہ کی وضع کی ہو اور اُس کا ارتفاع فصل کا $\frac{1}{4}$ اور دبازت ۹ انچ ہو؟ (تعمیر کی اجرت ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ ہے)۔

۱۹۹۔ ۵ فٹ طول اور ۳ فٹ قطر کا ایک اُسطوانہ ہر سرے پر ایک نصف کرہ سے بند کیا گیا ہے: مجموعی سطح کا رقبہ معلوم کرو۔ ($\pi = 3.1416$)

۲۰۰۔ ایک ایسے حوض کو بھرنے کے لیے کتنے گیلن پانی کی ضرورت ہوگی جس کا عمق $4\frac{1}{2}$ فٹ اور جس کا بالائی حصہ اور تہ ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۲۵۰ فٹ × ۱۶ فٹ اور ۲۴۰ فٹ × ۱۴ فٹ ہیں۔

۲۰۱۔ ۲۰ فٹ طول کے اینٹوں کے ایک تل راہہ کی عمودی تراش ایک ایسا مستطیل ہے جس کا بالائی حصہ نصف دائرہ ہے۔ اینٹوں کو چھوڑ کر مجموعی بلندی ۸ فٹ اور عرض ۴ فٹ ہے اور اینٹوں کی دبازت $4\frac{1}{2}$ انچ ہے۔ اینٹوں کا وزن معلوم کرو اگر ایک اینٹ جو $\frac{9}{16}$ مکعب فٹ فضا کو گھیرتی ہے ۵ پونڈ وزنی ہو۔

۲۰۲۔ ایک مقطوع مخروط کا ارتفاع ۷ فٹ اور سروں کے قطر بالترتیب ۸ فٹ اور ۱۰ فٹ ہیں۔ سروں کے متوازی ایک مستوی سے مقطوع کو مساوی حجم کے دو حصوں میں کاٹا گیا: چھوٹے سرے سے اس سطح کا فاصلہ معلوم کرو۔

۲۰۳۔ پل کی ایک کمان کا فصل ۲۰ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ۔ محرابہ کی گہرائی ۲ فٹ اور اس کا طول ایک رُخ سے دوسرے رُخ تک ۳۰ فٹ ہے: بتاؤ کہ اس کی چنائی کتنے مکعب فٹ ہے۔

۲۰۴۔ ایک مشاہد ایک فٹ پٹی کو اپنی آنکھ سے ۳ فٹ کے فاصلہ پر انتصاباً رکھ کر معلوم کرتا ہے کہ دور کے ایک جھنڈے کا ڈنڈا پٹی کے $2\frac{3}{4}$ انچ حصہ سے ٹھیک ٹھیک چھپ جاتا ہے۔ پھر وہ جھنڈے کی طرف ۱۰۰ فٹ آگے بڑھتا ہے اور پٹی کو اتنے ہی فاصلہ پر اسی طرح رکھ کر مشاہدہ کرتا ہے کہ اب جھنڈے کا ڈنڈا پٹی کے ۳ انچ حصہ سے ڈھک جاتا ہے۔ جھنڈے کے ڈنڈے کی بلندی معلوم کرو جب کہ اس کا پایہ ہمیشہ مشاہد کی آنکھ کی سطح میں رہتا ہے۔

۲۰۵۔ ایک کمرہ کا طول اس کے عرض کا دوچند ہے۔ ۵ شلنگ فی مربع گز کے حساب سے اس میں چٹائی بچھوانے میں ۶ پونڈ ۲ شلنگ ۶ پنس صرف ہوتے ہیں اور ۹ پنس فی مربع گز کے حساب سے اس کی دیواروں کو رنگوانے میں ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس کا صرفہ ہوتا ہے: کمرہ کے ابعاد معلوم کرو۔

۲۰۶۔ ایک حوض کی گنجائش دو ایسے مکعبوں کا مجموعہ ہے جن کے وتر ۱۰ اور

۲ انچ ہیں اور اُس کے قاعدہ کا رقبہ دو ایسے مربعوں کا فرق ہے جن کے ضلعے ۱$\frac{1}{9}$ اور ۱$\frac{2}{9}$ فٹ ہیں؛ حوض کی گہرائی معلوم کرو۔

۲۰۷ - ایک مستدیر مقطوع مخروط کو ٹھیک اس قدر کاٹا چھانٹا گیا کہ وہ مربع سروں کے مخروط مضلع کے مقطوع میں تحویل ہو جائے۔ بتاؤ کہ حجم کا کونسا کسری حصہ اس طرح نکل گیا۔

۲۰۸ - ایک کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۵ مربع انچ ہے: حجم معلوم کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۰۹ - مکعب فٹ کی تعداد معلوم کرو جو ایک منشور نما خلا بنانے میں نکالے جائینگے گہرائی ۱۲ فٹ ہے چوٹی اور تہ ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۴۰۰ فٹ × ۱۸۰ فٹ اور ۳۵۰ فٹ × ۱۵۰ فٹ

۲۱۰ - ایک مثلثی منشور کے ہر کنارہ کا ناپ ۱۰ انچ ہے: حجم معلوم کرو۔

۲۱۱ - ایک ریلوے سرنگ کا اندرونی عرض ۲۱ فٹ چھت تک ۱۲ فٹ بلند اور کمان نصف دائری وضع کی ہے۔ اس کی بنیاد کی گہرائی ۱ فٹ ۶ انچ اور دبازت ۲ فٹ ہے۔ بازو کی دیواروں کی دبازت ۱ فٹ ۶ انچ اور کمان کی دبازت ۱ فٹ ہے اس سرنگ کے ۱۰۰ فٹ طول میں کتنے مکعب فٹ اینٹ کی بندش ہوگی؟

۲۱۲ - ایک دائری چمنی قاعدہ سے چوٹی کی طرف گاؤدم وضع کی ہے۔ قاعدہ پر اس کا قطر ۱۴ فٹ اور چوٹی پر قطر ۸ فٹ ۹ انچ ہے اور اس کی بلندی ۷۵ فٹ ہے۔ تنہ کا اندرونی حصہ دائری اور ۷ فٹ یکساں قطر کا ہے چمنی کی چنائی کا مکعبی سماؤ دریافت کرو۔

۲۱۳ - ایک شخص ایک برج کا ارتفاع °۶۰ مشاہدہ کرتا ہے اور پھر اُس سے ۱۰۰ گز دور ہٹ کر اس کا ارتفاع °۳۰ دیکھتا ہے: برج کی بلندی مطلوب ہے۔

۲۱۴ - بتاؤ کہ ایک ربع دائرہ کا وتر دائرہ کو ایسے دو حصوں میں منقسم کرتا ہے جن کے رقبوں کا تناسب تقریباً ۱۰ : ۱ ہے۔

۲۱۵ - ایک دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے: اُن دو حصوں کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ وہ نصف قطر کے مساوی وتر سے منقسم ہوگا۔

(π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۱۶ - ۱۵ انچ قطر کے ایک کرہ کو دو متوازی مستویوں سے مساوی بلندی کے تین حصوں میں منقسم کیا جاتا ہے: ہر ایک کا حجم معلوم کرو۔

۲۱۷ - اس منشور نما کا حجم کیا ہے جس کے بڑے سرے کا طول اور عرض ۲۴ اور ۱۶ انچ اور اس کے بالائی حصہ کا طول اور عرض ۱۶ اور ۱۲ انچ ہے اور اس کا ارتفاع ۱۳۰ انچ ہے؟ جواب مکعب فٹ میں مطلوب ہے۔

۲۱۸ - گولوں کے ایک ناکمل انبار کا قاعدہ ایسا مربع ہے جس کے ضلع میں ۲۰ گولے ہیں۔ اور اس میں ۱۰ تہیں ہیں: انبار میں کے گولوں کی تعداد معلوم کرو۔

۲۱۹ - ایک قائم مستدیر مخروط مقطوع کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۷ فٹ اور ۸ فٹ اور ارتفاع ۳ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی اور اُن کے وسط میں سے گزرنے والی سطح سے مقطوع کو دو ٹکڑوں میں کاٹا جائے تو ان کے حجم معلوم کرو۔

۲۲۰ - ایک قائم منشور کا قاعدہ ایسا مستطیل ہے جس کا ناپ ۷ انچ × ۸ انچ ہے۔ اس منشور کا ایک ٹکڑا اس طرح کاٹ لیا جاتا ہے کہ چار متوازی کناروں کا مجموعہ ۴۲ انچ رہتا ہے۔ حصۂ مجسم کا حجم معلوم کرو۔

۲۲۱ - ایک کمان دار چھت میں بندش کی مقدار اور اس کی قیمت ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے معلوم کرو۔ ابعاد حسب ذیل ہیں: کمان کا طول ۴۰ فٹ، فصل ۱۵ فٹ، ارتفاع ۳ فٹ اور دبازت ۱۸ انچ۔

۲۲۲ - ایک مقطوع مخروط کے سروں کے قطر بالترتیب ۱۲ فٹ اور ۱۶ فٹ اور مقطوع کا ارتفاع ۶ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی سطحوں سے مقطوع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے: بڑے سرے سے مستوی سطحوں کے فاصلے معلوم کرو۔

۲۲۳ - ایک گنبد نصف کروی ہے۔ اس کی بیرونی سطح پر ۴ آنہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے سفیدی کروانے میں ۴ روپیہ اور اسی شرح سے اندرونی سطح پر سفیدی کروانے میں ۲ روپیہ ۸ آنہ صرف ہوتے ہیں: ۲۳ روپیہ فی مکعب فٹ کے حساب سے چنائی کی قیمت معلوم کرو۔

۲۲۴ - ۲۶ فٹ طول اور ۱۸ فٹ عرض کے کمرہ پر کمان دار چھت بنوانے کی لاگت کیا ہوگی اگر کمان قطعی ہو، اس کا ارتفاع عرض کا ۱/۶، دبازت ۱½ فٹ اور چنائی کی قیمت ۲۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ ہو؟

۲۲۵ - ایک شہر کی آب رسانی کے لئے ۴ انچ قطر کا نل کافی ہوتا ہے: اس

نل کا قطر کیا ہونا چاہیئے جو اُسی رفتار کے ساتھ اُس شہر کی آب رسانی کے لیے کافی ہوگا جب کہ اُس کی آبادی میں بقدر پہلی آبادی کے نصف کا اضافہ ہو جائے ؟

۲۲۶ ۔ ۴۰۰ فٹ لمبی سڑک کے کٹھ کی جسامت معلوم کرو جب کہ اس کا طولی اُتار یکساں ہے اور سروں پر بلندی بالترتیب ۲ اور ۴ فٹ ہے، بازوؤں کے اُتار ۲:۱ اور ہر جگہ بالائی حصہ کا عرض ۳۰ فٹ ہے نیز اُس کے سرے انتصابی ہیں ۔

۲۲۷ ۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مقطوع کا بڑا قطر ۴ فٹ ۹ انچ چھوٹا قطر ۳ فٹ ۲ انچ اور عمودی بلندی ۵ فٹ ہے : پوری سطح کا رقبہ معلوم کرو ۔

۲۲۸ ۔ ۱ فٹ نصف قطر کا ایک کرہ میز پر رکھا ہوا ہے : ایک ایسے قائم کھوکھلے مخروط کا حجم معلوم کرو جو اُس کو ٹھیک ٹھیک ڈھک لے سکتا ہے اور جس کی محور میں سے گزرنے والی تراش ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے ۔

(π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۲۹ ۔ ایک قائم مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۲ فٹ، چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فٹ اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فٹ ہے : سروں کے متوازی ایک ایسی تراش کا مقام معلوم کرو جو مقطوع کو دو مساوی حصوں میں منقسم کرتی ہے نیز ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو ۔

۲۳۰ ۔ ۱۰،۰۰۰ فٹ کی بلندی سے زمین کی سطح کا کونسا کسری حصہ دیکھا جا سکتا ہے ؟ (زمین کا قطر = ۸۰۰۰ میل) ۔

۲۳۱ ۔ ۲۰ پنکھوں کو چھت سے لٹکانے کے لیے کتنے گز رسّی کی ضرورت ہوگی جب کہ ہر ایک پنکھے کا طول ۴۸ فٹ ہے اور ہر ایک میں تین ہک لگے ہوئے ہیں جو ایک دوسرے سے ۲۴ فٹ کے فاصلہ پر ہیں۔ پنکھے چھت سے ۱۰ فٹ نیچے دو ایسے ہکوں سے باندھے جائینگے جو ۲۴ فٹ کے فاصلہ پر چھت میں لگے ہوئے ہیں۔ چھت کے ہر ایک ہک سے پنکھوں کے ہر ایک ہک تک ایک رسّی کا ٹکڑا رہیگا ۔

۲۳۲ - چاندی کی ایک گول سلاخ کا طول ۲ فٹ اور قطر ۲ انچ ہے۔ اس سے $\frac{1}{50}$ انچ قطر کا تار بنایا جائیگا: اس طرح حاصل ہونے والے تار کا طول کیا ہوگا؟۔

۲۳۳ - ۴ انچ قطر کا سیسہ کا ایک گولہ سونے سے ڈھکا گیا ہے: سونے کی دبازت معلوم کرو اگر سونے اور سیسہ کے حجم مساوی ہوں۔ (۳٫۱۴۱۶ = π)

۲۳۴ - ایک مکان کی بنیاد کے لیے ۴۰ فٹ طول ۳۰ فٹ عرض اور ۶ فٹ عمق کا پایہ کھودا گیا اور نکلی ہوئی مٹی کو $\frac{1}{2}$ ایکر رقبہ کے میدان پر یکساں طور پر پھیلایا گیا ہے: بتاؤ کہ میدان کی سطح کس قدر بلند ہوجائیگی؟

۲۳۵ - ایک مخروطِ مضلع کا قاعدہ ۱ فٹ ضلع مثلث متساوی الاضلاع ہے اور اس کا مائل کنارہ ۳ فٹ ہے: اس کی سطح اور جسامت دریافت کرو۔

۲۳۶ - زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل فرض کرکے زمین کی روزانہ محوری گردش کی وجہ سے °۴۵ عرض البلد کے مقام پر کسی شخص کی حرکت کی رفتار دریافت کرو۔

۲۳۷ - قطعہ کرہ کی وضع کا ایک کنڈہ ہے جس کی گہرائی ۹ انچ اور بالائی حصہ کا قطر ۳ فٹ ہے: اس کنڈے میں سمانے والے پانی کی مقدار قریب ترین پائنٹ تک دریافت کرو۔

۲۳۸ - ایک ایسے مکعب کا وتر انچوں میں معلوم کرو جس کی سطح ایک مربع گز ہے۔

۲۳۹ - ایک مخروطِ مضلع کے مقطوع کا ارتفاع ۴ انچ ہے اس کا نچلا سرا ایسا مستطیل ہے جس کے ابعاد ۹ × ۱۲ انچ ہیں اور بالائی سرا ایسا مستطیل ہے جس کے بڑے ضلع کا طول ۸ انچ ہے: مقطوع کا حجم دریافت کرو۔

۲۴۰ - ایک قائم مستدیر مقطوع مخروط کے سروں کے نصف قطر بالترتیب ۷ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کا ارتفاع ۳ فٹ ہے۔ سروں کے متوازی سطحوں سے مقطوع کو تین ایسے حصوں میں قطع کیا گیا جن میں سے ہر ایک کی بلندی ۱ فٹ ہے: ہر ایک ٹکڑے کا حجم دریافت کرو۔

۲۴۱ - ایک مکعب فٹ (کنارہ = ۱) میں سے ایسی مستوی سطح کے ذریعہ ایک مخروط مضلع کاٹ لیا گیا ہے جو مکعب کے ایک کونے پر ملنے والے کناروں کے انتہائی نقاط میں سے گزرتی ہے: بقیہ شکل کی سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۴۲ - ۴ آنہ فی مکعب گز کے حساب سے ایک ایسا گڑھا کھدوانے میں کیا اخراجات ہونگے جس کا طول بالائی حصہ پر ۳۴ فٹ ۴ انچ اور عرض ۳۰ فٹ بازووں کے اُتار ۴۵° اور جس کی گہرائی ۱۳ فٹ ۶ انچ ہے؟

۲۴۳ - اضلاع کی تعداد اور اندرونی دائرہ کے نصف قطر کی رقوم میں ایک منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ایک جملہ اخذ کرو۔

۲۴۴ - گھانس کے ایک تودہ کا نچلا حصہ ایک اُلٹا مقطوع مخروط کی وضع کا اور بالائی حصہ مخروط کی وضع کا ہے۔ زیادہ سے زیادہ بلندی ۳۰ فٹ اور بڑے سے بڑا محیط ۶۰ فٹ ہے نیز مقطوع کی بلندی ۲۰ فٹ اور قاعدہ کا قطر ۱۶ فٹ ہے: مکعب فٹ میں حجم معلوم کرو۔

۲۴۵ - پل کی ایک ایسی کمان میں چنائی کی مقدار مکعب فٹ میں معلوم کرو جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں: فصل ۵۰ فٹ، ارتفاع فصل کا ایک چوتھائی چنائی کی دبازت ۳ فٹ کمان کا طول ۳۶ فٹ ہے۔

۲۴۶ - لوہے کے ایک ایسے ڈمبل (Dumbell) کا وزن معلوم کرو جو $4\frac{1}{2}$ انچ قطر کے دو ایسے کروں پر مشتمل ہے جو ۶ انچ طول اور ۲ انچ قطر کی اسطوانہ نما سلاخ سے ملے ہوئے ہیں۔ ۴ انچ قطر کے لوہے کے گولہ کا وزن ۹ پونڈ ہوتا ہے۔

۲۴۷ - ایک منطقہ کرہ کی دبازت ۴ انچ قاعدہ کا قطر ۱۲ انچ اور بالائی حصہ کا قطر ۹ انچ ہے: محدب سطح اور حجم دریافت کرو۔

۲۴۸ - ایک منشور نما کے سرے ایسے مستطیل ہیں جن کے متناظر ابعاد ۱۸ فٹ × ۱۰ فٹ اور ۱۲ فٹ × ۱۶ فٹ ہیں اور منشور نما کا ارتفاع ۹ فٹ ہے۔ بڑے سرے سے ۳ فٹ کے فاصلہ پر سروں کے متوازی مستوی سطح سے اُسے تراشا گیا: ثابت کرو کہ یہ تراش ایک مربع ہوگی۔

۲۴۹ - مقطوع مخروط کی وضع کے ایک پیالہ کی گہرائی ۵ انچ، بالائی قطر ۴ انچ اور تہ کا قطر ۳ انچ ہے: اگر اُس میں شربت بھرا جائے اور تین شخص یکے بعد دیگرے مساوی المقدار شربت کا ایک گھونٹ لے کر اسے خالی کر دیں تو ہر ایک کے گھونٹ میں کتنی گہرائی کا شربت پیا گیا۔

۲۵۰ - ۳ انچ قطر کے اُسطوانہ پر مربع گھائی کا دوہرا پیچ بنایا گیا ہے پیچ کی چوڑی اسطوانہ سے $\frac{5}{16}$ انچ باہر نکلی ہوئی ہے اور چار گردشوں میں وہ پیچ ۳ انچ اوپر آتا ہے: حجم معلوم کرو اگر پیچ کا طول ۹ انچ ہو۔

۲۵۱ - ۱۶ انچ قطر کے ایک کرہ کو تین متوازی سطحوں سے مساوی بلندی کے چار حصوں میں منقسم کیا گیا: ہر ایک حصہ کا حجم معلوم کرو۔

۲۵۲ - ذیل کے ابعاد کا ایک کنواں بنوانا مطلوب ہے: بیرونی قطر ۱۰ فٹ، اندرونی قطر ۷ فٹ، اُسطوانہ کی بلندی ۳۰ فٹ - اسطوانہ زمین کی سطح سے ۲ فٹ کی بلندی تک باہر نکلا ہوا ہے - کنویں کے اوپر کے حصہ میں اسطوانہ کے چاروں طرف ۲ فٹ چوڑا چبوترا ہے - چبوترے کی گہرائی ۵ فٹ ہے جس میں سے ۳ فٹ زمین کے اندر ہے اور ۲ فٹ سطح زمین کے اوپر - (۱) اُسطوانہ میں چنائی کی مقدار اور (۲) چبوترے میں چنائی کی مقدار کا تخمینہ کرو۔

(π = ۳٫۱۴۱۵۹)

۲۵۳ - مخروط کی وضع کے ایک پیالہ کی گہرائی ۴ انچ اور بالائی حصہ پر عرض ۶ انچ ہے - اس میں پانی بھرا گیا - اگر ۶ انچ قطر کا ایک کرہ پیالہ میں رکھا جائے تو بتاؤ کہ اس کی کتنے مربع انچ سطح ڈوبیگی۔

۲۵۴ - اُس بڑے سے بڑے مکعب کا کنارہ دریافت کرو جو ایک ایسے مخروط میں سے کاٹا جا سکتا ہے جس کا راسی زاویہ °۹۰ اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے۔

۲۵۵ - ۳۲ فٹ طول اور ۲۰ فٹ فصل کے کمرہ پر کماندار چھت بنانے کے اخراجات کیا ہونگے اگر کمان قطعیٔ ہو اس طرح کہ اس کا ارتفاع فصل کا $\frac{1}{8}$ اور دبازت ۹ انچ رہے - چنائی کی قیمت ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ ہے؟

۲۵۶ - ایک پائنٹ گنجائش کا ایک برتن مستدیر مقطوع مخروط کی وضع کا ہے۔

اس کی بلندی ۴½ انچ اور قاعدہ کا قطر ۳½ انچ ہے اور یہ دونوں پیمائشیں اندر سے لی گئی ہیں ۔ بالائی حصہ کا قطر معلوم کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۵۷۔ ایک ریلوے کٹائی کا طول ۱۲ زنجیر ہے بتاؤ کہ اس میں کتنے مکعب گز مٹی ہوگی : ذیل کے اعداد مربع گزوں میں اس کی ایسی انتصابی تراشوں کے رقبوں کو تعبیر کرتے ہیں جو ایک ایک زنجیر کے فاصلوں پر لی گئی ہیں: ۲۹۰، ۲۶۴، ۲۷۶، ۲۶۸، ۲۸۰، ۲۷۴، ۲۵۴، ۲۵۰، ۲۶۸، ۲۴۰، ۲۳۲، ۲۲۶، ۲۲۰ ۔

۲۵۸۔ ایک ذوالاربعۃ السطوح کے ہر کنارہ کا ناپ ۴ انچ ہے : حجم معلوم کرو ۔

۲۵۹۔ عرض البلد کے ۳۰ ویں اور ۴۵ ویں متوازی خطوط کے درمیان مربع میلوں کی تعداد معلوم کرو اگر یہ فرض کیا جائے کہ زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل ہے۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۶۰۔ ثابت کرو کہ کسی دائرہ کے اندرونی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ جس کے اضلاع کی تعداد جفت ہے نصف تعداد اضلاع کے اندرونی اور بیرونی منتظم کثیر الاضلاع کے رقبوں کا وسطی تناسب ہے ۔

۲۶۱۔ ٹین کا ایک قیف دو حصوں پر مشتمل ہے ۔ ایک حصہ ۶ انچ مائل بلندی کا مخروط نما ہے جس کے سروں کے محیط بالترتیب ۲۰ انچ اور ۱¼ انچ ہیں اور دوسرا حصہ ۸ انچ طول اور ۱¼ انچ محیط کا اسطوانہ ہے : بتاؤ کہ اس کی بناوٹ میں کتنے مربع انچ ٹین استعمال ہوا ہے ۔

۲۶۲۔ مربع قاعدہ کے ایک مقطوع مخروط مضلع کے قاعدہ کا رقبہ بالائی حصہ کے رقبہ کا ۴ گنا ہے : ثابت کرو کہ اس کا حجم مساوی قاعدہ اور مساوی ارتفاع کے ایک منشور کے حجم کا $\frac{7}{12}$ ہے ۔

۲۶۳۔ ۸ انچ بلند اور ۳ انچ قطر کے ایک اسطوانہ نما گلاس میں ۵ انچ گہرائی تک پانی بھرا گیا۔ پھر گلاس کو یہاں تک جھکایا گیا ہے کہ پانی عین گرنے کو ہے ۔ پانی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو ۔

۲۶۴ - ایک مضلع مخروط کے مقطوع کا ارتفاع ۴ انچ اور نچلا سرا ۹ انچ × ۱۲ انچ کا مستطیل اور بالائی سرا ایسا مستطیل ہے جس کا بڑا ضلع ۸ انچ ہے مخروط مضلع کا حجم دریافت کرو۔

۲۶۵ - ۵۰ فٹ × ۳۰ فٹ ابعاد کے ایک مکان کی بنیاد کھدوانے میں کیا اخراجات ہونگے جو زمین کے ایسے ٹکڑے پر بنایا جائیگا جس کا یکساں اُتار جنوب کی طرف ۱۲ میں ایک ہے مکان کا رُخ جس کا طول ۵۰ فٹ ہے جنوبی سمت کے مقابل ہے اور اس طرح زمین کی اُفقی سمت کے موافق رہیگا۔ اس کو ہر جگہ ۱۰ فٹ گہرا کھودا جائیگا اور اسی تہ کی افقی سطح تک مکان کی پشت کی بھی بنیاد کھودی جائیگی۔ یعنی پشت پر بنیاد کی گہرائی سامنے سے زیادہ ہوگی۔ ۱۰ پنس فی مکعب گز کے حساب سے کھدوائی اور مٹی ہٹوائی کی لاگت دریافت کرو۔

۲۶۶ - مٹی کا ایک مخروط نما ٹیلہ بنانے کے لیے تین مزدور کام پر لگائے جاتے ہیں ہر ایک مزدور مساوی کام کریگا اور اپنا کام اس وقت شروع کریگا جب کہ اُس کے قبل کا مزدور اپنا کام ختم کر چکا ہو۔ اگر مخروط کا ارتفاع ۲۰ فٹ ہو تو اُن حصوں کے ارتفاع معلوم کرو جو ہر ایک مزدور کو مکمل کرنے چاہئیں۔

۲۶۷ - ایک مستدیر کنویں سے ایک بالٹی ۲۷ مرتبہ پانی سے بھر کر نکالی گئی۔ اور یہ معلوم ہوا کہ کنویں میں پانی کی سطح ۱ فٹ $\frac{4}{5}$ ۲ انچ اتر گئی۔ بالٹی ایسے مقطوع مخروط کی وضع کی ہے جس کا ارتفاع ۱۰ انچ اور جس کے سروں کے قطر ۹ انچ اور ۱۲ انچ ہیں۔ کنویں کا قطر معلوم کرو۔

۲۶۸ - اُس بڑے سے بڑے مکعب کے کنارہ کا طول کیا ہوگا جو ذیل کے ابعاد کے ایک قائم مخروط میں سے کاٹا جا سکتا ہے: قاعدہ کا قطر ۱۲ انچ ارتفاع ۱۸ انچ ہ نوٹ: مکعب کا قاعدہ مخروط کے قاعدہ پر واقع ہوگا۔

۲۶۹ - چار مساوی دائروں کے مرکز ۶۹ مربع فٹ ۶۴ مربع انچ رقبہ کے ایک مربع کے زاویئی نقاط ہیں اور ان کے نصف قطر مربع کے ضلع کے مساوی ہیں۔ ان کی مشترکہ جگہ پر اگر پھولوں کا چمن لگایا جائے تو اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۷۰۔ مثلثی قاعدہ کے ایک مخروط مضلع کا ہر کنارہ $۱۲\sqrt{۳}$ فٹ ہے : اُس بڑے سے بڑے اُسطوانہ کا قطر معلوم کرو جو اُس میں سے اس طرح کاٹا جا سکتا ہے کہ اسطوانہ کا ارتفاع اس کے قطر کے مساوی ہو۔

۲۷۱۔ قریب ترین مکعب فٹ تک پل کی ایک کمان میں بندش کی مقدار معلوم کرو جس کا فصل ۳۰ فٹ ارتفاع $۷\frac{1}{2}$ فٹ دبازت ۳ فٹ اور عرض ۲۷ فٹ ہے نیز ۳۵ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے اس کی تعمیر کے اخراجات معلوم کرو۔

۲۷۲۔ قاعدہ کے متوازی مستوی تراشوں سے ایک مخروط کو پانچ مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور ہر ایک حصہ کا ارتفاع معلوم کرو۔ مخروط کا ارتفاع ۲۰ انچ ہے۔

۲۷۳۔ مکعب وضع کا ایک صندوق مع ڈھکن لکڑی کے تختوں کا بنا ہوا ہے اور اس کا وزن ۱۰۱ پونڈ اور اندرونی وتر ۳ فٹ ہے : اُس کی دبازت معلوم کرو اگر ۱ مکعب فٹ تختوں کا وزن ۴۰ پونڈ ہو۔

۲۷۴۔ ایک مثلثی انبار میں گولوں کی تعداد معلوم کرو۔ ہر ایک گولہ کا قطر ۶ انچ ہے اور کل انبار میں گولوں کی بیس تہیں ہیں اور سب سے بالائی تہ میں صرف ایک ہی گولا ہے۔ نیز انبار کی بلندی معلوم کرو۔

۲۷۵۔ ایک مخروط کا قاعدہ ۱۲ انچ قطر کا ایک دائرہ ہے اور اُس کی بلندی بھی ۱۲ انچ ہے۔ راس میں سے گزرنے اور قاعدہ کو مرکز سے ۳ انچ کے فاصلہ پر کاٹنے والی مستوی سطح کے ذریعہ مخروط میں سے ایک ایسی پھانک کاٹ لی گئی جس میں مرکز شامل نہیں ہوتا : اس پھانک کی جسامت معلوم کرو۔

۲۷۶۔ دائرہ کے اندر بنی ہوئی چار ضلعی شکل کی تنصیف اُس کے ایک وتر سے ہوتی ہے اور دوسرا وتر اُس کی تثلیث کرتا ہے۔ دو متصل ضلعوں کے درمیان زاویہ منفرجہ بنتا ہے اور یہ تثلیث کرنے والے وتر کے مقابل میں ہے اور ان اضلاع کے طول بالترتیب اَ اور جَ ہیں۔ بتاؤ کہ اس کا رقبہ $= \frac{1}{4}\sqrt{34\,\text{اَ}^2\,\text{جَ}^2 - (\text{اَ}^4 + \text{جَ}^4)}$ ہے۔

۲۷۷ - ۹ فٹ بلند ایک مخروطی خیمہ بنانے کے لئے کتنے مربع گز کپڑے کی ضرورت ہوگی اس طرح کہ ۶ فٹ کا ایک آدمی اس میں مرکز سے ۲ فٹ کے فاصلہ پر کسی بھی جگہ بغیر جھکے کھڑا رہ سکے - (π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۷۸ - دائری وضع کے ایک خزانۂ آب کے بازو افق کے ساتھ ۳۰° کا میلان رکھتے ہیں اور اس کی اُفقیّتہ کا قطر ۶۰ فٹ ہے : اگر اس میں ۱۰ فٹ گہرائی تک پانی ہو تو بتاؤ کہ وہ کتنے گیلن ہوگا ؟

۲۷۹ - ایک نصف دائری کمانی پل کا فصل ۴۰ فٹ اور عرض ۲۵ فٹ ہے - کمان کی چُنائی کی دبازت میں چوٹی سے جست کی طرف اس طرح زیادہ ہوتی جاتی ہے کہ چوٹی کے ہر رخ پر کی منحنی کے پہلے ۱۰ فٹ پر دبازت ۱ فٹ ۳ انچ ہے - اور ہر طرف دوسرے ۱۰ فٹ پر ۱ فٹ ۶ انچ اور اسی طرح جست کے مقام تک طول میں ہر ۱۰ فٹ کی زیادتی کے لیے دبازت میں ۳ انچ کی زیادتی ہوتی ہے - ۲۸ روپیہ فی ۱۰۰ مکعب فٹ کے حساب سے قیمت دریافت کرو (π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۸۰ - ایک منشور نمائی مجسم کا قاعدہ مربع اور بالائی سرا ایسا منتظم مثمن ہے جس کے چار متبادلہ ضلعے قاعدہ کے ضلعوں کے متوازی ہیں - مجسم کا ارتفاع ۶ فٹ قاعدہ کا ضلع ۳٫۵ فٹ اور بالائی سرے کا ضلع ۱ فٹ ہے - اس کا حجم معلوم کرو -

۲۸۱ - مویشیوں کے لیے پینے کا پانی رکھنے کے ایک برتن کا طول اور عرض بالائی سرے پر بالترتیب ۱۳ فٹ اور ۲ فٹ ہے اور تہ پر اس کے ابعاد ۱۰ فٹ × ۱ فٹ ہیں نیز اس کی گہرائی ۱ فٹ ہے اور اس کے بازو اور سرے کے اُتار ایک ہی ہیں : اگر پانی کی گہرائی ۷ انچ ہو تو اس میں کتنے گیلن پانی ہوگا ؟

۲۸۲ - ایک رسّہ ایسے چھ تاروں کو ایک درمیانی تار کے گرد موڑ کر بنایا گیا ہے جن میں سے ہر ایک کا قطر ۱/۸ انچ ہے - درمیانی تار بالکل سیدھا ہے اور دوسرے تاروں کا ایک چکر ۸ انچ میں پڑتا ہے : ایسے

ایک گز رسّے کا حجم دریافت کرو۔

۲۸۳ - چار کروں کا ایک انبار اس طرح بنایا گیا ہے کہ تین کرے قاعدہ پر اور ایک ان کے اوپر رکھا گیا: ہر ایک کا قطر ۱۰ فٹ ہے: انبار کی انتصابی بلندی معلوم کرو۔

۲۸۴ - ۴ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا چٹا بنایا گیا اور اس میں بارہ مکمل چکر ہیں: رسی کا طول فٹ میں معلوم کرو۔

۲۸۵ - $\frac{1}{8}$ انچ دبیز اور دائری تراش کا پیتلی تار کا وزن ۴ اونس فی فٹ ہے: اس تار کے اتنے طول کا وزن دریافت کرو جو ۳ فٹ قطر کے اسطوانہ کے گرد پچیس مکمل چکر لپیٹنے کے لیے درکار ہوگا۔

۲۸۶ - ۲۰ میں اڈھال کی ایک سڑک ایک پہاڑ کی پشت میں سے کاٹی گئی ہے جس کے بازووں کے اُتار ۱۰ میں ۱ ہیں - سڑک کا طول ۵۰۰ فٹ عرض ۳۰ فٹ اور بازو انتصابی ہیں اُس میں کٹائی کی مقدار دریافت کرو۔

۲۸۷ - ایک ٹھوس کرہ سے ایک کروی قطاع کاٹ کر نکال لیا گیا اس طرح کہ خارج شدہ کروی سطح، کرہ کی سطح کا $\frac{1}{16}$ ہے: بتاؤ کہ کرہ کا کونسا کسری حصہ نکال لیا گیا۔

۲۸۸ - ایک سلاخ کو جس کی تراش ا ضلع کا مثلث مساوی الاضلاع ہے موڑ کر ر اندرونی نصف قطر کا ایک دائری حلقہ بنایا گیا۔ سلاخ کا ایک رخ حلقہ کے مستوی پر عمود دار ہے اُن دو حلقوں کے حجموں کا تناسب معلوم کرو جو اس طرح بنائے جا سکتے ہیں۔

۲۸۹ - ایک مخروطہ نما پیالے کا ارتفاع ع اور قاعدہ کا نصف قطر ل ہے اس کو اس طرح بٹھایا گیا کہ اس کا محور انتصابا رہے۔ پھر اُس میں اتنی گہرائی تک پانی ڈال دیا گیا کہ اُس میں ر نصف قطر کا ایک وزنی کرہ ڈالنے سے پانی اُس فضا کو کلیۃً گھیر لیتا ہے جو کرہ اور مخروط کے درمیان ہوتی ہے اگر کرہ کلیۃً پانی میں ڈوب جائے تو مطلوبہ پانی کی مقدار معلوم کرو۔

۲۹۰ - مربع قاعدہ کے ایک منشور کے کناروں کو کاٹ چھانٹ کر ایک

مخروط مضلع کا مقطوع بنایا جاتا ہے اس طرح کہ اس کا بالائی حصہ منتظم مثمن (جو ابتدائی مربع چوٹی کے اندر بنا ہوا ہے) میں تبدیل ہو جاتا ہے اور تہ میں کوئی تبدیلی نہیں ہوتی اس کا حجم معلوم کرو۔ (ارتفاع = ع، مربع کا ضلع = ا)

۲۹۱۔ کسی کٹے میں مٹی کی مقدار تقریباً معلوم کرنے کے لیے ضابطہ

$$\text{ح} = \frac{\text{ش}}{3}\left\{\text{ق}_1 + \text{ق}_{2\text{ن}+1} + 2(\text{ق}_3 + \text{ق}_5 + \cdots + \text{ق}_{2\text{ن}-1}) + 4(\text{ق}_2 + \text{ق}_4 + \cdots + \text{ق}_{2\text{ن}})\right\}$$

ثابت کرو اور مستعملہ علامتوں کا مفہوم سمجھاؤ۔

۲۹۲۔ ایک بندوق کی نالی مقطوع مخروط کی وضع کی ہے جس کا پچھلا مجموعی قطر ۰۶۳۶ء۰ انچ اور دہانہ پر مجموعی قطر ۴۶۷ء۰ انچ ہے۔ اس کے اندرونی سوراخ کا قطر ہر جگہ ۲۶ء۰ انچ ہے۔ بندوق کی اس نالی میں کے تانبے کا وزن معلوم کرو اگر نالی کے بیرونی ابعاد کے مساوی تانبے کی ایک ٹھوس سلاخ کا وزن ۲ پونڈ ۶ اونس ہوتا ہو اور اگر نالی کی دھات میں صرف ۱۲ء۰ فی صد تانبا موجود ہو۔

۲۹۳۔ کسی نہر کی پن بلی کے ایک رخ پر دو طغیانی پھاٹک ہیں۔ نہر کو ابتدائی سطح سے ۸ فٹ بلندی تک پانی سے ڈیڑھ منٹ میں بھرا جاتا ہے۔ اگر نہر کی پن بلی کا طول ۱۷۶ فٹ اور عرض ۱۲ فٹ ہو اور پانی $\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ کی یکساں شرح سے بہے تو دونوں طغیانی پھاٹکوں کا قطعی رقبہ دریافت کرو۔

۲۹۴۔ ۴ فٹ طول اور ۸ ہنڈرڈویٹ وزنی ایک گردونہ کی مجھے ضرورت ہے۔ اور یہ ایسے خوش تراش پتھر کا بنایا جائیگا جس کی کثافتِ اضافی $2\frac{1}{2}$ ہے۔ اس کا قطر کیا ہونا چاہیے؟

۲۹۵۔ ایک مخروطی گلاس کی گہرائی ۴ انچ اور بالائی حصہ پر کا عرض ۳ انچ ہے۔ اس میں پانی بھرا جاتا ہے۔ اگر $\frac{1}{2}$ انچ قطر کی ایک شیشہ کی سلاخ کو

اِس کے اندر اس قدر داخل کیا جائے جتنی دُور تک کہ وہ جا سکتی ہے اور اُسے انتصاباً پکڑا جائے تو بتاؤ کہ کتنا پانی بہ جائیگا ؟

۲۹۶ - ایک مخروط کے مقطوع کے سروں کے قطر بالترتیب ۲۰ فٹ اور ۱۶ فٹ اور مقطوع کا ارتفاع ۵ فٹ ہے - سروں کی متوازی سطحوں کے ذریعہ مقطوع کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا - چھوٹے سرے سے اِن سطحوں کے فاصلے معلوم کرو -

۲۹۷ - سنگ خارا کا ایک ستون مربع قاعدہ کے مخروط مضلع کی وضع کا ہے اس کی جسامت اتنے ہی مکعب فٹ ہے جتنے سطحی فٹ ایک ایسے مربع میں ہیں جس کا ضلع انتصابی بلندی کے برابر ہے نیز مخروط مضلع کے قاعدہ کے اضلاع اس کے مائل کنارہ کے نصف کے برابر ہیں : ستون کے ابعاد دریافت کرو اور ۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے اس پر روغن کروانے کے اخراجات معلوم کرو -

۲۹۸ - ایک مرغولہ دار کمانی میں نو کامل چکّر ہیں - اس کی انتصابی بلندی ۱۷ انچ اور اس کی عرضی تراش کا قطر ۱ انچ ہے اور مرغولہ کا اوسط نصف قطر ۸ انچ ہے اور مجسم دو متوازی الافق سطحوں سے گھرا ہُوا ہے : اس کا جسم معلوم کرو -

۲۹۹ - مثلث مساوی الساقین کی وضع کے ایک میدان کا ناپ ہر مساوی ساق پر ۲۰۰ گز اور قاعدہ پر ۲۴۰ گز ہے : بتاؤ کہ اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیئے جس کا ایک سرا مثلث کے راس پر اور دوسرا ایک گھوڑے کے منہ کے قریب اس طرح باندھا گیا ہے کہ وہ میدان کے ٹھیک ٹھیک $\frac{1}{2}$ حصہ پر چر سکے ؟

۳۰۰ - مقطوع مخروط کی وضع کا ایک برتن ہے جو اپنے چھوٹے سرے پر ٹکا ہوا ہے اِس کا حجم ۲٫۹۷ مکعب فٹ اور گہرائی ۲۱ انچ اور بالائی سرے اور قاعدہ کے قطروں کی نسبت ۷ : ۵ ہے - اس کے اندر ایک ایسا گولا رکھا گیا جس کے حجم کو تعبیر کرنے والا عدد سطح کو تعبیر کرنے والے عدد کا

$2\frac{1}{2}$ گنا ہے۔ ثابت کرو کہ برتن کے قطر تقریباً ۳۵ اور ۲۵ انچ ہیں اور گولے کا قطر ۱۵ انچ ہے۔ نیز اُس پانی کا حجم معلوم کرو جو گولے کو ٹھیک ٹھیک ڈھک لینے کے لیے کافی ہوگا۔

۳۰۱۔ ایک مقام پر زمین کا یکساں اُتار ۶ اُفقی بہ ۱ انتصابی ہے۔ یہاں مٹّی کا ایک ٹیلہ بنایا جائیگا۔ اس طرح کہ بالائی حصہ اُفقی اور ۸۰ فٹ ضلع کے مربع ا ب ج د کی وضع کا رہیگا۔ کونے ا اور ب میں سے ہر ایک زمین کی ابتدائی سطح سے ۶ فٹ اور ج اور د میں سے ہر ایک ۱۰ فٹ انتصابی بلندی پر ہونگے۔ ٹیلہ کے رخوں کے اُتار اُفقی بہ ۱ انتصابی (°۴۵) ہونگے۔ اس کی بناوٹ کے لیے مطلوبہ مٹّی کا حجم مکعب فٹوں میں معلوم کرو۔

۳۰۲۔ اگر ا فٹ ضلع کے مربع کے اندرونی دائرہ کو نکال دیا جائے اور بقیہ شکل کو ایک وتر کے گرد گھمایا جائے تو اس طرح پیدا ہونے والے مجسم کا حجم معلوم کرو۔ جواب مکعب فٹوں میں اعشاریہ کے تین مقامات تک ظاہر کرو۔

۳۰۳۔ ۳ انچ اور ۱ انچ قطر کے دو کُرے ایک افقی سطح پر اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ ایک انتصابی خط دونوں کے مرکزوں میں سے گزرتا ہے۔ مخروطی وضع کا ایک کھوکھلا برتن بھی دونوں کُروں کو چھوتا ہوا اس افقی سطح پر رکھا ہُوا ہے۔ مذکورۂ بالا کے تحت کھوکھلے مخروط میں کی ہوا کا حجم معلوم کرو۔

باب سی وہشتم

ضابطوں کا مجموعہ۔ مجسّمات کے حجم اور سطحیں

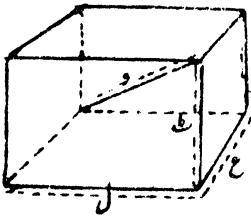
۲۰۳۔ مستطیلی مجسّمات

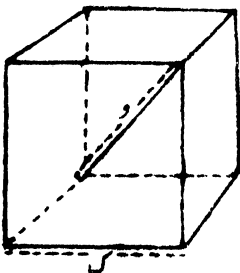
(۱) $ح = ل\,ع\,ٹ$

(۲) $ح = ق_{۱}\,ٹ = ق_{۲}\,ع = ق_{۳}\,ل$

(۳) $ح = \sqrt{ق_{۱}\,ق_{۲}\,ق_{۳}}$

(۴) $س = ۲\,(ل\,ع + ع\,ٹ + ٹ\,ل)$

(۵) $و = \sqrt{ل^{۲} + ع^{۲} + ٹ^{۲}}$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ل = طول، ع = عرض، ٹ = دبازت یا گہرائی، $ق_{۱}$ = قاعدہ کا رقبہ، $ق_{۲}$ = بازو کا رقبہ، $ق_{۳}$ = سرے کا رقبہ، و = وتر

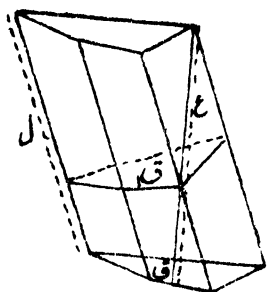
مکعب

(۱) $ح = ک^{۳}$

(۲) $س = ۶\,ک^{۲}$

(۳) $و = ک\,\sqrt{۳}$

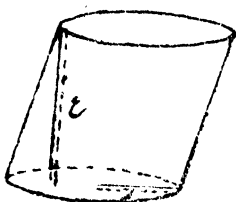
جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ک = کنارہ، و = وتر

منشور اور اُسطوانہ

(۱) $ح = ق\,ع$

(۲) ح = ق ل

(۳) س = ط ل + ۲ ق

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ق = قاعدہ کا رقبہ، قؔ = عمودی تراش کا رقبہ، ع = ارتفاع، ل = طول، ط = عمودی تراش کا احاطہ

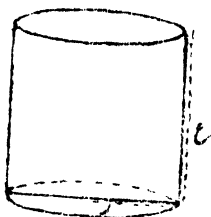
مستدیر اُسطوانہ

$$ح = \pi ر^2 ع$$

جہاں ح = حجم، ر = قاعدہ کا نصف قطر

ع = ارتفاع

قائم مستدیر اُسطوانہ

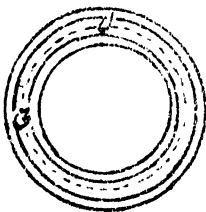
(۱) $ح = \pi ر^2 ع$

(۲) $س = 2\pi ر (ع + ر)$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح

ر = قاعدہ کا نصف قطر، ع = ارتفاع

حلقے

(۱) ح = ق ل

(۲) س = ط ل

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح

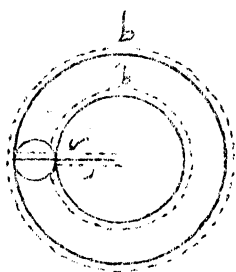
ق = عمودی تراش کا رقبہ، ل = طول یا اوسط محیط، ط = عمودی تراش کا احاطہ

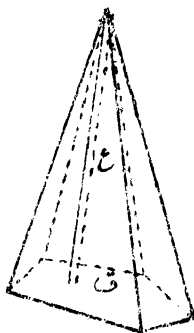
اُسطوانہ نما حلقے

$$(\text{۱})\quad \text{ح} = \frac{\pi^{\text{۲}}}{\text{۴}}(\text{م} + \text{ر})(\text{م} - \text{ر})^{\text{۲}}$$

$$(\text{۲})\quad \text{ح} = \frac{\text{۱}}{\text{۴}\pi}(\text{ط} + \text{ط}')(\text{ط} - \text{ط}')^{\text{۲}}$$

$$(\text{۳})\quad \text{س} = \pi^{\text{۲}}(\text{م}^{\text{۲}} - \text{ر}^{\text{۲}})$$

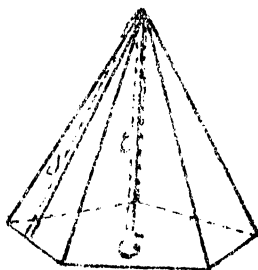
$$(\text{۴})\quad \text{س} = \frac{\text{۱}}{\text{۴}}(\text{ط}^{\text{۲}} - \text{ط}'^{\text{۲}})$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، م = بیرونی نصف قطر
ر = اندرونی نصف قطر، ط = بیرونی محیط، ط' = اندرونی محیط۔

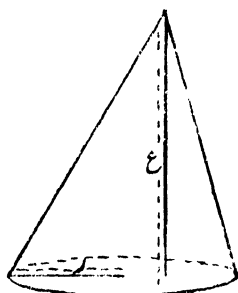
مخروطِ مضلع اور مخروط

$$\text{ح} = \frac{\text{۱}}{\text{۳}}\,\text{ق}\,\text{ع}$$

جہاں ح = حجم، ق = قاعدہ کا رقبہ
ع = ارتفاع۔

قائم منتظم مخروطِ مضلع

$$(\text{۱})\quad \text{ح} = \frac{\text{۱}}{\text{۳}}\,\text{ق}\,\text{ع}$$

$$(\text{۲})\quad \text{س} = \frac{\text{۱}}{\text{۲}}\,\text{ط}\,\text{ل} + \text{ق}$$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح
ق = قاعدہ کا رقبہ، ط = قاعدہ کا احاطہ
ل = مائل بلندی

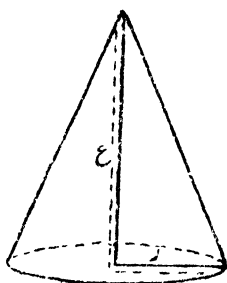
مستدیر مخروط

$$ح = \frac{1}{3} \times \pi\, ر^2 \times ع$$

جہاں ح = حجم، ر = قاعدہ کا نصف قطر

ع = ارتفاع

قائم مستدیر مخروط

(۱) $ح = \frac{1}{3} \pi\, ر^2\, ع$

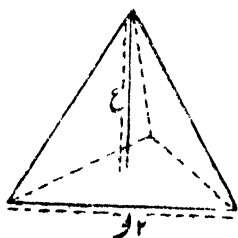
(۲) $س = \pi\, ر\, (\sqrt{ع^2 + ر^2} + ر)$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح

ع = ارتفاع، ر = قاعدہ کا نصف قطر۔

منتظم چہار سطحی

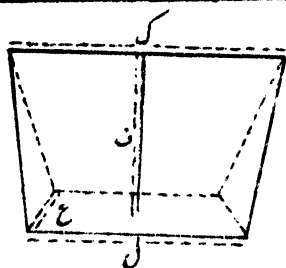
(۱) $ح = \frac{2\sqrt{2}}{3}\, ل^3$

(۲) $س = 4\, ل^2 \sqrt{3}$

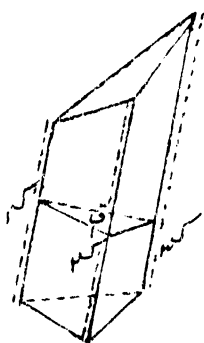
(۳) $ع = 2\, ل \sqrt{\frac{2}{3}}$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ۲ ل = کنارہ، ع = ارتفاع

مستطیلی قاعدہ کا فانہ

(۱) $ح = \frac{ع ف}{۶} (۲ ل + ک)$

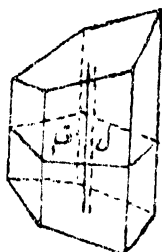
(۲) $ح = \frac{ق_۱}{۳} (۲ ل + ک)$

جہاں ح = حجم، ل = قاعدہ کا طول
ع = قاعدہ کا عرض، ک = کنارہ، $ق_۱$ = عمودی تراش کا رقبہ۔

منحرف نما قاعدہ کا فانہ یا منشور مثلثی کا ترچھا مقطوع

$ح = ق_۱ \frac{ک_۱ + ک_۲ + ک_۳}{۳}$

جہاں ح = حجم، $ق_۱$ = عمودی تراش کا رقبہ
$ک_۱$، $ک_۲$، $ک_۳$ تین متوازی کناروں کے طول ہیں۔

کوئی سے قائم منتظم منشور کا ترچھا مقطوع

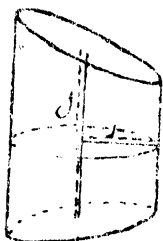
(۱) $ح = ق_۱ ل$

(۲) $س = ط ل$

جہاں ح = حجم، س = طرفی سطح،
$ق_۱$ = عمودی تراش کا رقبہ،
ل = اوسط طول، ط = عمودی تراش کا احاطہ۔

نوٹ: اوسط طول سے مراد متوازی

کناروں کا اوسط طول ہے یعنی ۔

$$\frac{\text{متوازی کناروں کا مجموعہ}}{\text{متوازی کناروں کی تعداد}}$$

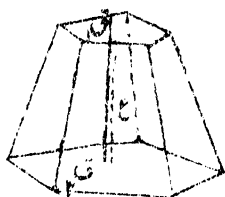
قائم مستدیر اسطوانہ کا ترچھا مقطوع

(۱) ح = π ر^2 ل

(۲) س = ۲ π ر ل

جہاں ح = حجم، س = منحنی سطح،
ر = عمودی تراش کا نصف قطر
ل = اوسط طول۔

منشورنما

ح = $\frac{ع}{۶}$ (ق$_۱$ + ق$_۲$ + ۴ ق)
جہاں ح = حجم، ع = ارتفاع،
ق$_۱$ اور ق$_۲$ = سروں کے رقبے،
ق = سروں کی متوازی وسطی تراش کا رقبہ۔

مخروط مضلع کا مقطوع اور مخروط کا مقطوع

ح = $\frac{ع}{۳}$ (ق$_۱$ + ق$_۲$ + $\sqrt{\text{ق}_۱ \text{ق}_۲}$)

جہاں ح = حجم، ع = ارتفاع،
ق$_۱$ اور ق$_۲$ سروں کے رقبے ہیں۔

قائم منتظم مضلع مخروط کا مقطوع

(۱) ح = $\frac{ع}{۳}$ (ق۱ + ق۲ + $\sqrt{ق_۱ ق_۲}$)

(۲) س = $\frac{۱}{۲}$ ل (ط + طَ)

جہاں ح = حجم، س = طرفی سطح ع = ارتفاع ق۱ اور ق۲ = سروں کے رقبے، ط اور طَ = سروں کے احاطے، ل = مائل بلندی یا ارتفاع

قائم مستدیر مخروط کا مقطوع

(۱) ح = $\frac{\pi ع}{۳}$ (ر۱² + ر۲² + ر۱ ر۲)

(۲) س = $\frac{۱}{۲}$ ل (ط + طَ)

(۳) س = π ل (ر۱ + ر۲)

جہاں ح = حجم، س = منحنی سطح، ر۱ اور ر۲ = سروں کے نصف قطر، ط اور طَ = سروں کے محیط، ل = مائل ارتفاع یا بلندی

کُرہ

(۱) ح = $\frac{\pi}{۶}$ ﮟ³

(۲) ح = $\frac{۴}{۳}$ π ر³

(۳) س = π ﮟ²

(۴) س = ۴ π ر²

جہاں ح = حجم، س = سطح، ﮟ = قطر، ر = نصف قطر

کروی خول

$(۱)\ ح = \frac{\pi}{۶}(ق_۱^۳ - ق_۲^۳)$

$(۲)\ ح = \frac{۴\pi}{۳}(ر_۱^۳ - ر_۲^۳)$

اور اگر خول کی دبازت اس کے بیرونی قطر کے مقابلہ میں بہت کم ہو تو۔

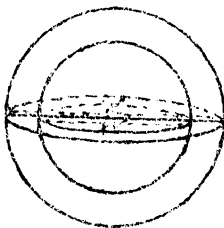
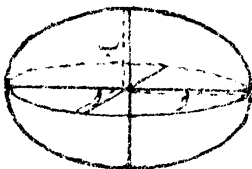
$(۳)\ ح = \pi\, ق_۱^۲\, ث$ تقریباً

نیز اگر خول کی دبازت بیرونی نصف قطر کے تقریباً مساوی ہو تو۔

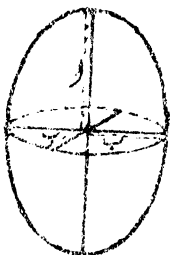
$(۴)\ ح = \frac{\pi}{۳}\, ق_۱^۲\, ث$ تقریباً

جہاں ح = حجم، $ق_۱$ = بیرونی قطر، $ق_۲$ = اندرونی قطر، $ر_۱$ = بیرونی نصف قطر، $ر_۲$ = اندرونی نصف قطر، ث = دبازت۔

چپٹا کرہ نما

$ح = \frac{۴}{۳}\pi\, ا^۲\, ب$

جہاں ح = حجم، ا = نصف محورِ اعظم، ب = نصف محورِ اصغر

لمبوترا کرہ نما

$ح = \frac{۴}{۳}\pi\, ا\, ب^۲$

جہاں ح = حجم، ا = نصف محورِ اعظم، ب = نصف محورِ اصغر۔

منطقۂ کرہ

(۱) $\text{ح} = \frac{\pi\,\text{ع}}{۶}\left\{۳\left(\text{ر}_۱^۲ + \text{ر}_۲^۲\right) + \text{ع}^۲\right\}$

(۲) $\text{س} = ۲\pi\,\text{ر}\,\text{ع}$

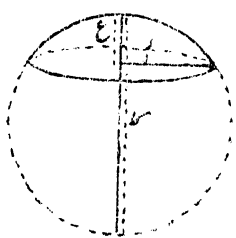
جہاں ح = حجم، س = منحنی سطح، ر۱ اور ر۲ سروں کے نصف قطر، ع = ارتفاع، ر = کرہ کا قطر۔

قطعۂ کرہ

د۲ = ع (۲ر - ع) ، جبکہ ا ارتفاع اور

(۱) $\text{ح} = \frac{\pi\,\text{ع}}{۶}\left(۳\,\text{ر}^۲ + \text{ع}^۲\right)$

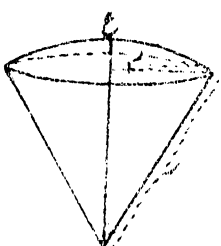
(۲) $\text{ح} = \frac{\pi\,\text{ع}^۲}{۳}\left(۳\,\text{ر} - \text{ع}\right)$

(۳) $\text{س} = ۲\pi\,\text{ر}\,\text{ع}$

جہاں ح = حجم، س = منحنی سطح، ر = قطعہ کے قاعدہ کا نصف قطر، ع = ارتفاع، ر = کرہ کا قطر۔

قطاعِ کرہ

(۱) $\text{ح} = \frac{۲}{۳}\,\pi\,\text{ر}^۲\,\text{ع}$

(۲) $\text{ح} = \frac{۱}{۳}\,\text{ر}\,\text{س}$

(۳) $\text{س} = \pi\,\text{ر}\left\{۲\,\text{ع} + \sqrt{۲\,\text{ر}\,\text{ع} - \text{ع}^۲}\right\}$

جہاں ح = حجم، س = مجموعی سطح، ر = کرہ کا نصف قطر، ع اور س قطعہ کرہ (جو قطاع کا قاعدہ بناتا ہے) کے ارتفاع اور منحنی سطح۔

نوٹ: ضابطہ (۲) ضابطہ (۱) سے اخذ ہوتا ہے کیونکہ $\text{س} = ۲\pi\,\text{ر}\,\text{ع}$

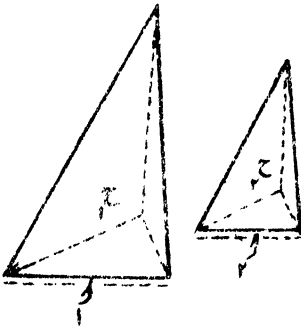
(دفعہ ۱۹۸)

متشابہ مجسمات

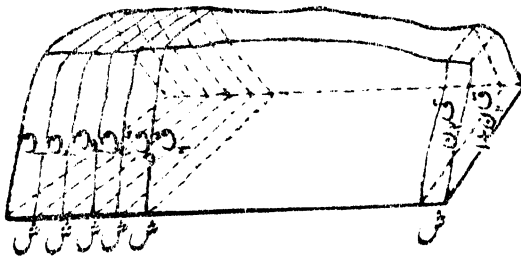
(۱) $ح_۱ : ح_۲ = ل_۱^۳ : ل_۲^۳$

(۲) $س_۱ : س_۲ = ل_۱^۲ : ل_۲^۲$

(۳) $ل_۱ : ل_۲ = \sqrt[۳]{ح_۱} : \sqrt[۳]{ح_۲}$

(۴) $ل_۱ : ل_۲ = \sqrt{س_۱} : \sqrt{س_۲}$

جہاں $ح_۱$ اور $ح_۲$ حجم، $س_۱$ اور $س_۲$ سطحیں اور $ل_۱$ اور $ل_۲$ بالترتیب پہلے اور دوسرے متشابہ مجسمات کے متناظر خطی ابعاد ہیں۔

غیر منتظم مجسمات جن کے مقابل سرے متوازی مستویوں میں واقع ہونیوالی مستوی شکلیں ہوتے ہیں۔

$$ح = \frac{ش}{۳}\left\{ق_۱ + ق_{۲ن+۱} + ۲(ق_۳ + ق_۵ + \cdots + ق_{۲ن-۱}) + ۴(ق_۲ + ق_۴ + \cdots + ق_{۲ن})\right\}$$

جہاں ح = حجم، ۲ن = مساوی حصوں کی تعداد جن میں مجسم کا طول سروں کی متوازی مستویوں سے منقسم کیا جاتا ہے، ش = متوازی مستویوں کا درمیانی فصل مشترک، $ق_۱$، $ق_۲$، $ق_۳$ ... $ق_{۲ن}$، $ق_{۲ن+۱}$ بالترتیب شکل کی عرضی تراشوں کے رقبے ہیں جو متوازی مستویوں سے بنتی ہیں۔

جداول

عدد	مربع	مکعب	جذر المربع	جذر المکعب
۱	۱	۱	۱٫۰۰۰۰۰۰	۱٫۰۰۰۰
۲	۴	۸	۱٫۴۱۴۲۱۳۵	۱٫۲۵۹۹
۳	۹	۲۷	۱٫۷۳۲۰۵۰۸	۱٫۴۴۲۲
۴	۱۶	۶۴	۲٫۰۰۰۰۰۰	۱٫۵۸۷۴
۵	۲۵	۱۲۵	۲٫۲۳۶۰۷	۱٫۷۰۹۹
۶	۳۶	۲۱۶	۲٫۴۴۹۴۹	۱٫۸۱۷۱
۷	۴۹	۳۴۳	۲٫۶۴۵۷۵	۱٫۹۱۲۹
۸	۶۴	۵۱۲	۲٫۸۲۸۴۳	۲٫۰۰۰۰
۹	۸۱	۷۲۹	۳٫۰۰۰۰۰۰	۲٫۰۸۰۰
۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۳٫۱۶۲۲۸	۲٫۱۵۴۴
۱۱	۱۲۱	۱۳۳۱	۳٫۳۱۶۶۲	۲٫۲۲۳۹
۱۲	۱۴۴	۱۷۲۸	۳٫۴۶۴۱۰	۲٫۲۸۹۴
۱۳	۱۶۹	۲۱۹۷	۳٫۶۰۵۵۵	۲٫۳۵۱۳
۱۴	۱۹۶	۲۷۴۴	۳٫۷۴۱۶۶	۲٫۴۱۰۱
۱۵	۲۲۵	۳۳۷۵	۳٫۸۷۲۹۸	۲٫۴۶۶۲
۱۶	۲۵۶	۴۰۹۶	۴٫۰۰۰۰۰	۲٫۵۱۹۸
۱۷	۲۸۹	۴۹۱۳	۴٫۱۲۳۱۱	۲٫۵۷۱۲
۱۸	۳۲۴	۵۸۳۲	۴٫۲۴۲۶۴	۲٫۶۲۰۷
۱۹	۳۶۱	۶۸۵۹	۴٫۳۵۸۹۰	۲٫۶۶۸۴
۲۰	۴۰۰	۸۰۰۰	۴٫۴۷۲۱۴	۲٫۷۱۴۴

π = ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۹

$$\sqrt{\pi} = ۱٫۷۷۲۴۵۳۸۵۰۹$$

$$\pi^{2} = ۹٫۸۶۹۶۰۴۴۰۱۱$$

$$\frac{1}{\pi} = ۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۲$$

$$\frac{1}{\pi^{2}} = ۰٫۱۰۱۳۲۱۱۸۳۶$$

ایک مکعب فٹ خالص پانی کا وزن ۱۳۷٫۹۹۷ اونس (اوردوپائی) = ۱۰۰۰ اونس تقریباً

ایک گیلن کے ناپ میں ۲۵۴٫۲۷۷ مکعب انچ = ۴۶۱۶۰٫۰ مکعب فٹ
= ۲۷۷$\frac{1}{4}$ مکعب انچ تقریباً

$$\frac{1}{۲۷۷٫۲۷۴} = ۰٫۰۰۳۶۰۶۵$$

جوابات

نمبری (۱۹)

۱- ۱۶۰۱۸ کمعب انچ۔ ۲- ۶۴۸ ۱۲۵ کمعب انچ۔ ۳- ۴ کمعب گز ۲۵ کمعب فٹ ۱۷۶ کمعب انچ۔
۴- ۲ کمعب گز ۲۵ کمعب فٹ ۸۰ کمعب انچ۔ ۵- ۳۵٫۸۴ کمعب فٹ ۶- ۲۷۰۰۰ اونس
۷- ۳۱۲۵٫۲۹ کمعب انچ۔ ۸- ۵۰۰ پونڈ۔

نمبری (۲۰)

۱- ۲۱۰ کمعب فٹ۔ ۲- ۱۱۱ کمعب فٹ ۵۴ کمعب انچ۔ ۳- ۷ کمعب گز ۷ کمعب فٹ ۱۵۱۲ کمعب انچ
۴- ۳۰ فٹ ۲ انچ۔ ۵- ۵ فٹ ۲ انچ۔ ۶- ۹ انچ۔ ۷- ۹ مربع فٹ ۴۲ مربع انچ۔
۸- ۱ گز ۱ فٹ ۳ انچ۔ ۹- ۲ مربع گز ۳ مربع فٹ ۱۳۲ مربع انچ۔
۱۰- ۷ کمعب گز ۱۶ کمعب فٹ ۵۲۰ کمعب انچ۔ ۱۱- ۱ گز ۲ فٹ ۱۰ انچ۔
۱۲- ۶ کمعب گز ۲۲ کمعب فٹ ۱۶ کمعب انچ۔ ۱۳- ۱۹۶۰ روپیہ۔ ۱۴- ۲۴۰۱۰ اینٹیں
۱۵- ۲۲۰۴۳ گیلن۔ ۱۶- ۸۷۶٫۶۲۵ پونڈ۔ ۱۷- ۱۵ ٹن ۱۲ ہنڈرڈ ویٹ ۲ کوارٹر۔
۱۸- ۱۱ انچ۔ ۱۹- ۱۰ کمعب گز ۱۱۵۲ کمعب انچ۔ ۲۰- ۹ کمعب فٹ ۴۸ کمعب انچ۔
۲۱- ۲۲ کمعب فٹ ۱۲۸۰ کمعب انچ۔ ۲۲- ۷ کمعب گز ۱ کمعب فٹ ۱۸۹ کمعب انچ
۲۳- ۱۳۳۱ کمعب گز۔ ۲۴- ۴۲۱ ۷/۸ کمعب گز۔ ۲۵- ۱ فٹ ۷ انچ۔ ۲۶- ۱ گز ۷ انچ۔
۲۷- ۱ گز ۲ فٹ ۱ انچ۔ ۲۸- ۵ گز ۱ فٹ ۵ انچ۔ ۲۹- ۴ فٹ ۵ انچ۔
۳۰- ۲۴٫۶۰۲ انچ۔ ۳۱- ۳۴۵۶۰۰۰۰۰ مربع انچ۔ ۳۲- ۵ کمعب فٹ ۹۲۰ کمعب انچ۔
۳۳- ۱۷٫۱۲ کمعب انچ۔ ۳۴- ۱۵۳۰ کمعب انچ۔ ۳۵- ۴٫۳۰۰۰ انچ۔
۳۷- ۱۲ منٹ ۵۳ ثانیہ۔ ۳۸- ۱ فٹ ۲ انچ، ۲ فٹ ۱۱ انچ، ۴ فٹ ۱ انچ۔
۳۹- ۳ کمعب فٹ ۱۲ کمعب انچ تقریباً۔ ۴۰- ۵۸٫۴ انچ تقریباً۔
۴۱- ۴۵ انچ تقریباً۔ ۴۲- ۴ فٹ۔ ۴۳- ۲ فٹ ۹ فٹ۔ ۴۴- ۱ فٹ ۳ انچ۔

سوالات امتحان ۲۰

۱- ہاں کیونکہ مکعب کا کنارہ = ... ۹؍۱۵ فٹ، مربع کا ضلع = ۲؍۱۶ فٹ -
۳- ۲۶۳ ۴۲؍۲۴ فٹ ۴- ۶ دن تقریباً - ۵- ۴۰۸ ۲۲؍۸۲۴ مکعب انچ -
۶- ۹ مکعب فٹ، ۳۱۸۲ مکعب انچ - ۷- $\frac{۱۶}{۲۱}$ اونس، $\frac{۷}{۹}$۱۱ اونس -
۸- $\frac{۱}{۲}$۳۱۴ مکعب فٹ - ۹- ۱۹۶؍۱۵۵ مکعب انچ - ۱۰- $\frac{۱}{۲}$۱۷ فٹ عرض اور
۱۳ فٹ بلندی - ۱۱- $\frac{۴}{۹}$۵۱۶ ۳۱ اینٹیں ۱۲- ۱۲۲۸۸ اینٹیں
۱۳- ۶۰ انچ - ۱۴- $\frac{۶}{۷}$ ۳۹۲ ۸۸ ٹن ۱۵- ۴۶ ۰۰۰ ؍۰ انچ - ۱۶- ۲؍۷۵ انچ تقریباً -
۱۷- ۹؍۲۷ فٹ، ۹۳ فٹ، ۱۲۴ فٹ - ۱۸- ۱ پونڈ ۸ شلنگ ۸ پنس -
۱۹- ۶۱؍۱۳ فٹ، ۳؍۰۲۶۴ مربع فٹ - ۲۰- ۹۲۳؍۱۰۳ گز، ۱۰۶۴ روپیہ تقریباً -
۲۱- $\frac{۱}{۱۱}$۱۰ میل فی گھنٹہ - ۲۳- $\frac{۱۳}{۱۸}$۴۵۷ مربع فٹ - ۲۴- ۶۸۰ ۱۱ ساورن.

نمبری (۲۱)

۱- ۱۵ مکعب فٹ ۱۰َ ۲- ۴۱ مکعب فٹ ۱۱َ ۳ً - ۳- ۲۹ مکعب فٹ ۵َ ۱ً ۸ً ۱۱ً
۴- ۴۲ مکعب فٹ ۱۱َ ۲ً ۷ً ۵- ۱۴ مکعب فٹ ۸َ ۷ً ۲ً ۱۱ً ۹ً ۶- ۱ مکعب اولی ۹ مکعب ثانوی

نمبری (۲۲)

۱- ۷ مکعب فٹ ۹۲۶ مکعب انچ ۲- ۱ مکعب گز ۵ مکعب فٹ ۲۹۶ مکعب انچ -
۳- ۵ مکعب گز ۸ مکعب فٹ ۱۳۶۸ مکعب انچ - ۴- ۵ مکعب گز ۱۰ مکعب فٹ ۷۶۸ مکعب انچ -
۵- ۱ فٹ ۶ انچ ۶- ۲ فٹ ۹ انچ - ۷- ۱ مربع گز ۱ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ -
۸- ۲ مربع گز ۲ مربع فٹ ۸۴ مربع انچ - ۹- ۱۱۳۲ مکعب انچ - ۱۰- ۴۷۵۰ مکعب انچ -
۱۱- ۱۶۲۰ مکعب فٹ - ۱۲- ۱ فٹ ۳ انچ - ۱۳- ۲ گز ۲ فٹ ۴ انچ - ۱۴- ۱ ٹن ۱۴ ہنڈرڈ ویٹ
۳ کوارٹر ۵ پونڈ ۱ اونس تقریباً - ۱۵- $\frac{۳}{۷}$۵۳ مکعب فٹ - ۱۶- $\frac{۲۹}{۵۶}$۲۶ مکعب فٹ -
۱۷- ۲۴ مکعب گز ۲۳ مکعب فٹ ۵۹۲ مکعب انچ - ۱۸- ...۲؍۷ انچ - ۱۹- ...۶؍۱۵ انچ -
۲۰- ...۱۶؍۵ انچ - ۲۱- ۶۷۰ ۱۷ گیلن - ۲۲- ۴۳؍۰۸۳۴ مکعب فٹ - ۲۳- ۱۰۸۷ سکے -
۲۴- ۴۷ روپیہ ۱۰ آنہ ۸ پائی - ۲۵- ۴۴۶ ۲۲ گز تقریباً - ۲۶- ۲۱۷؍۱۲ مکعب فٹ -

۲۷- ۶۸ روپیہ ۱۵ آنہ ۵/۷ ۱ پائی - ۲۸- ۴۴۲٫۶ انچ تقریباً - ۲۹- ۳۳٫۶ کمعب فٹ تقریباً۔
۳۰- ۱۱٫۱۵ انچ، ۱۳٫۱۵ انچ - ۳۱- ۱۰ فٹ ۱۰ انچ تقریباً ۳۲- ۹۵۷٫۶ گیلن۔
۳۳- ۵۳۶ ۶۰۴ ۴/۹ کمعب گز ۳۴- ۹ ٹن ۹ ہنڈرڈویٹ ۱ کوارٹر ۹ پونڈ ۱۲٫۸ اونس۔
۳۵- ۰٫۷۲...... انچ ۳۶- ۴٫۰۸ فٹ تقریباً ۳۷- ۱۴٫۷۰ کمعب فٹ۔
۳۸- ۳۲۷ روپیہ ۶ آنہ ۱/۲ ۱ پائی ۳۹- ۵۲۵ کمعب فٹ ۴۰- ۸٫۷۲ کمعب انچ۔
۴۱- ۳۹٫۱۳ کمعب انچ۔ ۴۲- ۱۲۳٫۲۹ کمعب انچ ۴۳- ۲۲۰٫۹۸ کمعب انچ۔
۴۴- ۵۵۴٫۲۶ کمعب انچ ۴۵- ۹٫۷۶ کمعب انچ ۴۶- ۸٫۶۸ کمعب انچ۔
۴۷- ۶ انچ ۴۸- ۴ فٹ ۴ انچ۔

سوالات امتحان ۲۲

۱- ۰٫۴۱۶ انچ - ۲- ۱٫۸۶۳۸ ٹن - ۳- ... ۹۷۴٫۲۷۸ کمعب فٹ۔
۵- ۳/۴ ۲۸۶۲ کمعب فٹ ۶- ۹/۱۴ ۳۰۳۳ کمعب فٹ۔
۷- ۲٫۵۹۸ کمعب فٹ ۸- ۱۸۴۸ کمعب فٹ۔
۹- ۲/۹ ۳۵۹۸۳ کمعب گز، ۱/۳ ۵ فٹ ۱۰- ۲۵۹۵ کمعب فٹ۔
۱۱- ۱۴ ۶۲۷ کمعب فٹ تقریباً ۱۲- ۲۱۷۸ ٹن ۱۳- ۱۶۹۷ کمعب فٹ تقریباً
۱۴- ۳/۱۴ ۱۵۳ کمعب فٹ ۱۵- ۳۳۸ کمعب فٹ تقریباً، ۱۱۸ روپیہ تقریباً۔
۱۶- ۱۰٫۷ فٹ ۱۷- ۳۳۷۴٫۹ کمعب فٹ، ۱۰۱۲ روپیہ ۷ آنہ ۶ پائی۔
۱۸- ۲۳۶۲٫۴ کمعب فٹ تقریباً، ۷۰۸ روپیہ ۱۱ آنہ ۸ پائی تقریباً۔
۱۹- ۳۳۷۵۰ کمعب فٹ ۲۰- ۱۱۰۴ کمعب فٹ تقریباً ۲۱- ۱۵۰۰ کمعب فٹ
۲۲- ۱۵۷٫۰۳۳ ایکر ۲۳- ۳/۱۱ ۳۲۷ ۱۸ فٹ ۲۴- ۲۵/۱۱۲ ۱۶۴۳ کمعب فٹ،
۱۰۱/۱۱۲ ۶۷۰ کمعب فٹ ۲۵- ۱/۱۴ ۱۱۹۵ کمعب فٹ، ۱۳/۱۴ ۴۸۷ کمعب فٹ۔
۲۶- ۵٫۹ انچ ۲۸- ۲۵/۲۸ ۱۲۷۰ کمعب فٹ ۲۹- ۳۷۳٫۳۹۵ پونڈ۔
۳۰- ۹۰ کمعب فٹ ۳۱- ۴۸۹ تقریباً ۳۲- ۱/۷ ۱۲۵۷ کمعب فٹ، ۵۵۰ کمعب فٹ
۳۳- ...۱٫۲۷۶ انچ ۳۴- ۵/۱۱ ۹۷ ۷۴۵ گز ۳۵- ۳/۷ ۳۳۹ پونڈ۔
۳۶- ۰٫۰۰۰۵۴ مربع انچ ۳۷- ۵٫۴ گیلن تقریباً ۳۸- ۱٫۳۶ فٹ تقریباً

۳۹- ۱۵۱۶۹ء۶ پونڈ - ۴۰- ۳۶۵۶۲۵ء۳ گیلن - ۴۱- ۱۰۱۸ ۲/۷ مکعب انچ
۴۲- ۶/۱۱ انچ ۴۳- ۲۷۱۰ ۵/۷ مکعب فٹ، ۶۷۷ روپیہ ۱۰ آنہ ۲/۷ ۱۰ پائی
۴۴- ۲۰۷ء۰ انچ تقریباً ۴۵- ۱۳۵ء۲۲ انچ ۴۶- ۴۹۷ روپیہ ۶ آنہ ۴ ۴/۳۵ پائی
۴۷- ۱ء۴ انچ تقریباً ۴۸- ۲۵۳۴ء۳ مکعب انچ ۴۹- ۲۸۳ء۱۰ مکعب انچ
۵۰- ۶۱۹۶۷۷ء۳ پونڈ - ۵۱- ...... ۸۲۰۰ء۸۳ - ۵۲ ...۲۸۶ء۳ مکعب انچ،
۲۰ء۹۲ اونس ۵۴- ۲ ۱/۳ انچ ۵۵- ۶۳ ۵/۱۱ انچ ۵۶- ۵۰۹۱ روپیہ ۶ آنہ ۲/۷ ۱۰ پائی
۵۷- ۲۸۵ ۵/۷ ۱۲۷ مکعب فٹ ۵۸- ۳۸۴۱ء۳ انچ - ۵۹- ۲۰ ۵/۷ ۱۴ تالاب -
۶۰- ۹۶ منٹ ۶۱- ۴۶۰۲ پونڈ تقریباً ۶۲- ۶۰۶ ۱۵ گیلن تقریباً -
۶۳- ۶۳۹ ۳/۱۱ ۱۵ اگز ۶۴- ۱۵ ۲۱۹/۷۸۴ مکعب انچ، ۱۹ ۳۱۱/۳۱۳۶ مکعب انچ -

نمبری (۲۳)

۱- ۴ مکعب فٹ ۱۰۲۸ مکعب انچ ۲- ۱۴ مکعب فٹ ۱۵۰۹ مکعب انچ -
۳- ۳۰ مکعب فٹ ۲۹۴ مکعب انچ ۴- ۳ مکعب گز ۲۴ مکعب فٹ ۶۶۸ مکعب انچ
۵- ۱۰ فٹ ۶- ۶ گز ۳ انچ ۷- ۱۱ مربع فٹ ۳۶ مربع انچ -
۸- ۷ مربع فٹ ۸۰ مربع انچ ۹- ۵۱۳ ۱/۳ مکعب انچ ۱۰- ۵۳ مکعب فٹ ۸۱۶ مکعب انچ
۱۱- ۹ مکعب فٹ ۵۷۶ء۵ مکعب انچ -
۱۲- ۳ مکعب گز ۲۵ مکعب فٹ ۱۶۳۲ مکعب انچ ۱۳- ۳ انچ -
۱۴- ۳ انچ ۱۵- ۴۷ء۴ انچ تقریباً ۱۶- ۲ فٹ ۶ انچ ۱۷- ۱۰۲۰ مکعب فٹ
۱۸- ۳۶۴ مکعب گز ۱۹- ۳۳۶ مکعب فٹ ۲۰- ا مکعب فٹ ۱۳۵۲ مکعب انچ
۲۱- ۵۷۷۳ء۰ مکعب فٹ ۲۲- ۹۴ ۲/۷ مکعب فٹ ۲۳- ۱۸۸۵ مکعب انچ تقریباً
۲۴- ۱۱۴ پونڈ ۲۵- ۱۱۷۸ ۴/۷ مکعب انچ ۲۶- ۹۹۲ ۳۴ مکعب فٹ -
۲۷- ۲۵۷۷ء۲۶ مکعب انچ ۲۸- ۳۸۴۴ء۳ انچ ۲۹- ۱۹ مکعب گز ۶ مکعب فٹ ۷۶۸ مکعب انچ
۳۰- ۸۹۷۳ء۸ مکعب انچ -

سوالات امتحان نمبری (۲۳)

۱- ۹۳۵،۳۰۷ مکعب فٹ ۲- $\frac{۴}{۹}$

۳- ۵۰،۹۱۱ مکعب فٹ ۵- .....۸۱،۱۸۹۸ مکعب فٹ -

۸- ....۱۱۷۳،۴ مکعب فٹ ۹- ....۱۸۸۵،۶۱۸ مکعب فٹ -

۱۰- ... ۲۸۸ تا ۲ مکعب فٹ ۱۱- ۳۷۳ ۳۶ مکعب فٹ تقریباً -

۱۲- ۱۶۶ $\frac{۲}{۳}$ مکعب فٹ ۱۳- ....۲۰۳،۶۴۶۷ مکعب انچ -

۱۴- ۲۷۰۸ مکعب انچ ۱۶- $\frac{۱}{۹}$ ا ب ع (۲:۱ $\frac{۱}{۴}$ و^۲ + $\frac{۲}{۵}$ ب^۲)

۱۷- ۳۱۱،۷۶۹ مکعب فٹ ۱۸- ....۲۷۵،۲ مکعب فٹ ۱۹- ۶۳۶۳،۹۶ مکعب فٹ

۲۰- ۳،۳۹۹ مکعب فٹ ۲۱- ۱۴۹۳ $\frac{۱}{۱۸}$ مکعب فٹ، ...۸۰۱،۲۴۹ ٹن،

۱۰۴۶۹۶۶۶ پونڈ ۸ شلنگ ۲۳- ۱۴ $\frac{۱}{۹}$ مکعب فٹ -

۲۴- ....۳۹۱،۹۳ مکعب فٹ ۲۵- ۱۱۶ $\frac{۲۷}{۱۵۴}$ مکعب فٹ -

۲۶- ۳۷ $\frac{۵}{۷}$ مکعب انچ ۲۸- ۳۳۹ $\frac{۳}{۷}$ مکعب انچ ۲۹- ۳۰ $\frac{۶}{۳۵}$ مکعب انچ -

۳۰- ۶۲۶۸ گیلن تقریباً ۳۱- ۷۰ $\frac{۵}{۷}$ مکعب فٹ ۳۲- ۲،۹۷۸ انچ -

۳۳- ۶۶۴ مکعب فٹ تقریباً ۳۴- ۱۸ $\frac{۳}{۴}$ فٹ، ۱۹،۴۰۲۲۹ فٹ، ۱۰،۰۹۰۴ فٹ

۳۵- ۳۳۱ مکعب انچ تقریباً ۳۶- ۳۲۵۸،۵۱۴ مکعب انچ -

۳۷- ۶۳،۳۹ مکعب انچ ۳۸- ۱۹۳۰،۹۷۱ مکعب انچ -

۳۹- ۱۵،۷۰۵ گیلن -

نمبری (۲۴)

۱- ۱۰۰۸ مکعب انچ ۲- ۲ مکعب فٹ ۱۲۶۹ مکعب انچ -

۳- ۱ مکعب فٹ ۱۵۳۶ مکعب انچ ۴- ۵۵۴،۲۵ مکعب انچ -

۵- ۱ مکعب فٹ ۲۱۴ مکعب انچ ۶- ۱۱۴،۸۹۰۶۲۵ ٹن -

۷- ۱۵،۵۸۸ مکعب فٹ -

سوالات امتحان ۲۴

۱- ۱۵$\frac{1}{4}$ مکعب انچ ۲- ۴ مکعب فٹ ۲۲۸ مکعب انچ ۳- ۳۰۷۱۰$\frac{14}{44}$ مکعب میٹر
۵- ۱۱۵۵ مکعب انچ، ۴۶۲ مکعب انچ ۶- ۱۱$\frac{79}{198}$ انچ ۷- ۴۰... مکعب انچ۔
۸- ۵۹ مکعب انچ، ۱۶۱ مکعب انچ، ۲۳۹ مکعب انچ ۹- ۳۵ مکعب فٹ۔
۱۰- ۹۹۵٫۹۲ مکعب انچ ۱۱- ۳۶۰ مکعب انچ، ۳۶۴ مکعب انچ، ۱۰۰۴ مکعب انچ
۱۲- ۹۶٫۹۹۴۸ مکعب انچ ۱۳- ۳۲۴۰ مکعب انچ۔

نمبری (۲۵)

۱- ۹۳٫۵۲۰۷ مکعب فٹ ۲- ۳۳٫۹۸ مکعب فٹ۔
۳- ۳۱۳٫۴.... مکعب انچ ۴- ۳۰٫۹۰۹ مکعب فٹ۔
۵- ۱۱۲٫۹۴ مکعب فٹ ۶- ۱۸٫۰۰۵ مکعب فٹ۔

سوالات امتحان ۲۵

۱- اِس کے حجم کا .... ۰٫۶۲۴۸۶ ۲- ۹۹۳۳۳٫۶۵۸... پونڈ ۳- ۲π۶ مکعب فٹ
۴- ۰٫۲۷۷ مکعب انچ ۵- ۱۲$\frac{53}{56}$ مکعب فٹ۔

نمبری (۲۶) ل

۱- ...۵۹۵ مکعب فٹ ۲- ۵۵٫۳۵ مکعب فٹ ۳- ۱۴٫۱۴ ٹن۔
۴- ۱۴۶۶۶٫۶ مکعب گز ۵- ۴۶۶ مکعب انچ، ۳۹۴ مکعب انچ۔
۶- ۲۹۴٫۴۴۸ مکعب انچ ۷- ۴٫۳۶ گیلن تقریباً ۸- ۳۳ ۶۵۰ مکعب فٹ۔
۹- ۵۶۸۷۷$\frac{1}{3}$ مکعب گز۔

سوالات (۲۶) ب

۱- ۳۲۴ء۱۹ مکعب فٹ ۲- ۵۹ء۵۹ مکعب انچ ۳- ۷ مکعب فٹ تقریباً۔
۴- ۹ء۹ مکعب فٹ تقریباً ۵- ۹۹۹۰ مکعب انچ ۶- ۹ء۶۲ مکعب فٹ۔
۷- ۴۲۹ مکعب فٹ۔ ۸- ۵ء۵۷ مکعب فٹ ۹- ۴۷ء۳۳۸ مکعب فٹ۔
۱۰- ۱۰۶ء۵۵ مکعب گز ۱۱- ۱۵ء۱۳۵۰ مکعب انچ ۱۲- ۶ء۱۱۲ مکعب انچ، ۶ء۸۴
مکعب انچ ۱۳- ۲۲۷۰۴ مکعب انچ ۱۴- ۴۵ء۳۱۵ مکعب فٹ۔

سوالات امتحان ۲۶

۱- ۴ء۲۹۶۰۵۰ گیلن ۲- ۸۴۲ پونڈ ۴ شلنگ ۵ $\frac{۱}{۳}$ پنس۔
۳- ۶۰۰ ۱۰۱ مکعب فٹ ۴- ۶۸۰ ۲۹ مکعب انچ ۵- ۵۸۰ ۱۲ $\frac{۲۰}{۲۷}$ مکعب گز
۶- ۳۶۶ ۴ $\frac{۲}{۳}$ مکعب فٹ ۷- ۵۱۶ ۲۶ $\frac{۲}{۳}$ مکعب گز ۸- ۴۶۶ ۱۲ $\frac{۲}{۳}$ مکعب گز
۹- ۱۵۴ء۹ ٹن ۱۰- اینٹوں نما ۳۶۱۲۰ مکعب انچ، فالتو ۸۰۰ء۷ مکعب انچ۔
۱۱- ۴۱۲ ۴۷ $\frac{۴}{۹}$ مکعب گز ۱۲- ۳۳۳ ۶۴۷ $\frac{۱}{۳}$ مکعب فٹ۔
۱۳- ۹۲۹ ۹۲۵ $\frac{۳}{۲۸}$ مکعب فٹ ۱۵- ۰۰۰ ۲۰ ۱۰ مکعب فٹ۔
۱۶- ۱۹۸ $\frac{۲}{۳}$ مکعب فٹ، ۱۲۶ $\frac{۲}{۳}$ مکعب فٹ ۱۷- ۴۰۰ ۲۰۲ مکعب فٹ۔
۱۸- ۳ء۷ $\frac{۱۱}{۱۲}$ مکعب فٹ ۱۹- ۱۵۹ ۱۶ روپیہ ۲۰- ۹۲۸۲ء۶ مکعب فٹ۔
۲۱- ۲ء۷ مکعب فٹ ۶۵۱ مکعب انچ ۲۲- ۴۹ $\frac{۲}{۳}$ مکعب فٹ۔
۲۳- ۰۲۶ ۳۸ $\frac{۲}{۳}$ مکعب گز ۲۴- ۷۶۰۰ مکعب فٹ ۲۵- ۶۴۸ مکعب فٹ تقریباً
۲۶- ۴۱۶ ۱۳ مکعب فٹ تقریباً ۲۷- $\frac{لنع}{۱۲}$ مم $\frac{۱۸۰^{\circ}}{ن}$ (ا² + ب² + اب)۔
۲۹- ۴۶۴۰۲۰ مکعب فٹ تقریباً ۳۰- ۱۴۷ مکعب فٹ ۳۱- ۶۳۸ء۱۶۴ مکعب فٹ۔
۳۲- ۰۷۷ ۱۲۵ روپیہ ۵ آنہ ۴ پائی ۳۳- ۱۵ء۱۳۶ مکعب فٹ تقریباً۔
۳۴- $\sqrt[۳]{۹۱۲}$ مکعب فٹ ۳۵- ۳۱ء۵۶۳ مکعب انچ ۳۶- ۶۲ء۵۷ گیلن
۳۷- ۱۶۸ $\frac{۱۴}{۲۷}$ مکعب گز ۳۸- ۲۱۷ ۳۸ $\frac{۱}{۲}$ مکعب انچ۔

۳۹ - ۳۷۰۰ ۱۲ مکعب انچ تقریباً ۴۰ - ۵ پونڈ ۳٫۹ اونس (اور ڈوپائس) تقریباً
۴۱ - ۳۷٫۲ ۵/۱۴ مکعب فٹ ۴۲ - ۶۳۶ گنا تقریباً ۴۴ - ۲٫۰۵ انچ -
۴۵ - ۴ ہنڈرڈویٹ ۳ کوارٹر ۲۲ پونڈ ۱۰٫۴ اونس -
۴۶ - ۱ میل ۱۰۰۵ گز ۱ فٹ ۳ ۵/۹ انچ ۴۷ - ۴۸۲۶٫۲۵ مکعب فٹ -
۴۸ - ۹۱۷ ۵/۷ مکعب فٹ ۵۱ - ۴۸ فٹ ۵۲ - ۴ ۵/۸ انچ -
۵۳ ... ۰٫۸۰۶ انچ فی گھنٹہ ۵۴ - ۳۰ پونڈ ۲ شلنگ ۲ پنس تقریباً -
۵۵ - ۱۴٫۹ انچ تقریباً، ۲۴٫۹ انچ تقریباً ۵۶ - ۹۱ گیلن تقریباً -
۵۷ - ۹۵۸ روپیہ ۹ آنہ ۱ ۵/۷ پائی ۵۸ - ۱۴ روپیہ ۸ آنہ ۶ ۶/۷ پائی -
۶۰ - ۹۶۵۴ مکعب فٹ تقریباً ۶۱ - ۱۴۱٫۸ مکعب گز تقریباً -
۶۲ - ۹۴ پونڈ ۶۳ - ۶۸ ۹۵۴ ۲/۷ مکعب فٹ ۶۴ - ۶۶ مرتبہ -
۶۵ - ۶۰ ۷٫۰۹ ۱/۴ مکعب فٹ تقریباً ۶۶ - ۲٫۹۴ انچ ۶۷ - ۱۳۶۲۱ ۱/۳ مکعب فٹ

نمبری (۲۷)

۱ - ۳۸۱ ۶/۷ مکعب فٹ ۲ - ۱۶٫۶۳۳ مکعب فٹ ۳ - ۱۲۰٫۳۶۲ مکعب انچ -
۴ - ۳٫۳۷۶ مکعب گز ۵ - ۷ فٹ ۶ - ۶ انچ ۷ - ۱۶٫۸۷ مکعب انچ -
۸ - ۳۷۰٫۴۰ مکعب انچ ۹ - ۱۹۰۹ گولیاں ۱۰ - ۱۰۴۲٫۴ گیلن تقریباً -
۱۱ - ۹ ہنڈرڈویٹ ۲ کوارٹر ۸ ۱۶/۲۱ پونڈ ۱۲ - ۳۴۴٫۰ منٹ ۱۳ - ۱۱۳٫۷۶ مکعب فٹ
۱۴ - ۱۰۱٫۸۲ پونڈ ۱۵ - ۲۵۵٫۶۱۹ مکعب انچ ۱۶ - ۱۸۶٫۶۰۵ پونڈ -
۱۷ - ۹۶٫۸۰۹ پونڈ ۱۸ - ۹۶۵۴ ۶/۷ مکعب انچ ۱۹ - ۵۶٫۶۹۳۱ مکعب انچ -

سوالات امتحان ۲۷

۱ - ۳۱ ۳/۷ مکعب فٹ ۲ - ... ۲۵۹۹٫۱۱ انچ ۳ - ۴′ ۶′ ۹ -
۵ - ۱۴ ۱/۷ مکعب فٹ ۶ - ۴ ۱/۲ انچ ۷ - ۴۸۵۱ مکعب انچ -

۸ - ۳۸۰۹۵۲۳ مکعب میل تقریباً ۹ - ۲ء۵۳ انچ ۱۰ - ۴ء۰۶۲۹۳ انچ۔
۱۱ - ۱/۴ ۱۲ - ۱ء۲۲۳۹۹ پونڈ ۱۳ - ۲ فٹ ۶ انچ ۱۴ - ۷ ۵/۸ پونڈ۔
۱۵ - ۱۴ء۱۴۲۱ فٹ ۱۶ - ۱۹۱۷۶۰۱/۵۱۲۰۰۰۰۰۰ یا ۳/۸۰۰ تقریباً۔
۱۷ - ۱۶۰۳۶ ۴/۱۱ گولیاں ۱۸ - ۲ انچ ۱۹ - ۲۲ مکعب فٹ ۲۰ - ۸۶۴ اشخاص۔
۲۱ - ۲۲ ۲/۳ مکعب فٹ ۲۲ - ۱۶۵ء۸۷۳۰۱۵ پونڈ ۲۳ - ۷ء۶۶۷۶ انچ۔
۲۴ - ۰ء۷۲۲۰۴ انچ ۲۵ - ۲۰۱ پونڈ ۱۳ ۳/۵ اونس ۲۶ - نصف قطر × ۰ء۲۰۶
۲۷ - ۲۲۸ مکعب فٹ ۲۸ - ۸ء۵۷ انچ ۲۹ - ۲۰ء۷۳ گیلن ۳۰ - ۷۷ء۸ مکعب فٹ
۳۱ - ۱۲۹۹ء۸۷ مکعب انچ ۳۲ - ۱۹۶ پونڈ تقریباً ۳۳ - ۱۶۸ پونڈ ۵ ۱/۴ اونس
۳۴ - ۲۲/۳ مکعب فٹ ۳۵ - ۲۰ء۰۸ پونڈ۔

نمبری (۲۸)

۱ - ۲۱۶ ۲۰/۲۱ مکعب انچ ۲ - ۱۸۱۹ ۵/۷ مکعب انچ ۳ - ۳۲۲ ۱۰/۲۱ مکعب انچ
۴ - ۱۳۱۰ ۳/۷ مکعب انچ ۵ - ۱۱۳ ۱/۷ مکعب فٹ ۶ - ۱ ۳۷/۸۴ مکعب فٹ
۷ - ۷۹۲ مکعب انچ، ۲۲۶۲ ۶/۷ مکعب انچ ۸ - ۱۳۵ ۶۵/۸۱ مکعب انچ،
۲۵۲ ۱۱۶/۵۶۷ مکعب انچ، ۱۳۵ ۶۵/۸۱ مکعب انچ ۹ - ۹ء۲۹ مکعب انچ تقریباً
۱۰ - ۱۷۸۸۰ء۷۶ مکعب انچ ۱۱ - ۵ گیلن ۱۲ - ۱۸ ۷۱/۸۴ مکعب فٹ،
۱۸۰ ۵/۸۴ مکعب فٹ، ۱۸۰ ۵/۸۴ مکعب فٹ - ۱۸ ۷۱/۸۴ مکعب فٹ
۱۳ - ۱۳ مکعب فٹ ۶۳۶ مکعب انچ ۱۴ - ۸۲۱ ۱/۴ مکعب انچ۔

سوالات امتحان ۲۸

۱ - ۳۶۰ ۸/۲۱ مکعب فٹ ۲ - ۵/۲۷ ۳ - ۳۲ ۲۳/۵۶ مکعب فٹ۔
۴ - ۸ ۸/۲۱ مکعب فٹ ۵ - ۳۷۹۷ء۶۱۹ مکعب انچ ۶ - ۲۳۵ء۱ مکعب انچ،
۳۳۵ء۱ مکعب انچ، ۲ء۳۷ مکعب انچ، ۲ء۳۷ مکعب انچ۔

۷ - $۱۴۷۰\frac{۶}{۷}$ کعب انچ، ۷۹۲ کعب انچ، ۷۹۲ کعب انچ ۸ - ۳۷۰٫۴۷ کعب فٹ
۹ - ۴۰٫۸۸ پونڈ تقریباً ۱۰ - ۱۲ انچ ۱۱ - ۲۰۷۶٫۹۰۴ کعب فٹ -
۱۲ - $۲۲۶۲\frac{۶}{۷}$ کعب فٹ، ۷۹۲ کعب فٹ ۱۳ - ۱۸ گیلن -
۱۴ - ۲۶٫۲ کعب انچ تقریباً - ۱۵ - $۴۵۸\frac{۱}{۳}$ کعب فٹ -
۱۶ - ۰٫۳۷۵ کعب انچ - ۱۷ - ۳۷٫۷۷ کعب فٹ - ۱
۱۸ - ۳٫۵۷۴.... انچ ۱۹ - ۶٫۲۹۹ فٹ ۲۰ - ۱۸۱٫۰۲۸ پونڈ -
۲۱ - $۱۸۸\frac{۴}{۷}$ کعب فٹ ۲۲ - $۲۲۱۳\frac{۱}{۷}$ کعب انچ ۲۳ - ۱۹۸۰ کعب انچ

نمبری (۲۹)

۱ - ۸:۳۴۳   ۲ - ۱ فٹ ۳ انچ ۳ - ۷۹[illegible] کعب انچ -
۴ - ۳۲٫۷۶ پونڈ ۵ - ۱۵ فٹ   ۶ - ۱۵٫۸۷۴ انچ، ۳٫۱۲۶ انچ
۷ - ۵:۷ ۸ - ۹:۱۰ ۹ - $۸\frac{۱}{۴}$ فٹ ۱۰ - ۸:۷ ۱۱ - ... ۲٫۳۸ فٹ
۱۲ - ۸٫۳۲ فٹ، ۲٫۱۶ فٹ، ۱٫۵۱ فٹ -

سوالات امتحان ۲۹

۱ - ۷٫۹۸ انچ تقریباً   ۲ - خود کا ۰٫۲۷۱   ۳ - ۱۹:۷:۱ -
۴ - ۱۶٫۲.... انچ   ۵ - ۶۴:۱۲۵   ۸ - ۲٫۷۷ فٹ تقریباً
۹ - ۱٫۶۹.... فٹ، ۵٫۳ فٹ - ۱۰ - ۵۶٫۱۶۳.... انچ، ۱۴٫۵۹۷.... انچ، ...۱۰٫۲۳۹ انچ
۱۱ - ۳۲۰٫۸۵ پونڈ ۱۲ - ۵:۳ ۱۴ - ۱۳٫۸.... انچ ...۱۳٫۶ انچ، ۲٫۵ انچ،
۱۵ - ۸۱ انچ، ۱۰۸ انچ ۱۶ - $۴\frac{۵}{۷}$ کعب انچ، ۳٫۱۷۴۸ انچ -

نمبری (۳۰)

۱ - $۵۰\frac{۱}{۲}$ مربع فٹ   ۲ - ۹۶ مربع فٹ ۱۴۴ مربع انچ -

۳ ـ ۲۹ مربع گز ۸ مربع فٹ ۱۰۲ مربع انچ ۴ ـ ۷۷ مربع فٹ ۶ مربع انچ ـ
۵ ـ ۲۰ مربع گز ۱ مربع فٹ ۲۷ مربع انچ ۶ ـ ۵۰ مربع گز ۹۶ مربع انچ ـ
۷ ـ ۳ شلنگ $۷\frac{۲۱}{۳۶}$ پنس ۸ ـ ۷۰۵ء۷ فٹ تقریباً ۹ ـ ۲۷۷ مربع فٹ تقریباً ـ
۱۰ ـ ۱۰۰۰ مربع انچ ۱۱ ـ ۱۲۰۰ مربع انچ ـ ۱۲ ـ ۹۶ مربع فٹ ۱۰۰ مربع انچ
۱۳ ـ ۱۵ء۴۹ انچ ۱۴ ـ ۲۵ پونڈ ۶ شلنگ ۸ پنس ۱۶ ـ ۴۵۰۰ مربع فٹ
۱۸ ـ ۳۳۶۰ مربع فٹ ۱۹ ـ ۹۲ء۷۸۴ مربع فٹ ۲۰ ـ ۸۹ء۶۵۶ مربع انچ
۲۱ ـ ۶۱۶ء۷۷ مربع فٹ ۲۲ ـ ۳ پونڈ ۵ شلنگ $۷\frac{۱}{۲}$ پنس ۲۳ ـ ۱۰ انچ ـ
۲۴ ـ ۱۵۴ مربع انچ ۲۵ ـ ۴۴۳۳ء۱۱ انچ ۲۶ ـ ۲۰ مربع فٹ ـ
۲۷ ـ ۱۲۶۰۳ء۲۳۴ مربع فٹ ۲۸ ـ ۶۲۸۰۷ء۶۱۹ مربع انچ ۲۹ ـ ۱۹۶۰ مربع انچ
۳۰ ـ ۱۲۱۸ مربع انچ تقریباً ۳۱ ـ ۱۲ انچ ۳۲ ـ ۱ پونڈ ۱۰ شلنگ ۹ء۴ پنس
۳۳ ـ ۹۶۸ $۱۳\frac{۳}{۶}$ مربع انچ ۳۴ ـ ۲۹۶ء۲۲۱ مربع انچ ۳۵ ـ ۲۸۲۹ مربع انچ تقریباً
۳۶ ـ ۹۷۵۸ مربع انچ ۳۷ ـ ۱۲۸۰ مربع انچ ۳۸ ـ $۱۱۵\frac{۱}{۲}$ مربع فٹ ـ
۳۹ ـ $۲۳\frac{۳}{۴}$ مربع فٹ ۴۰ ـ ۶۶۰۰ مربع فٹ ۴۱ ـ ۴۸۰ مربع انچ ـ
۴۲ ـ ۲۰۹ مربع فٹ ۴۳ ـ ۹۱ مربع فٹ ۱۴۱ مربع انچ ـ
۴۴ ـ ۱۷۳ پونڈ ۱۱ شلنگ ۳ء۲ پنس ۴۵ ـ ۲۵۶ مربع انچ ـ

سوالات امتحان نمبر ۳۰

۱ ـ ۳۷ پونڈ ۱۲ شلنگ $۴\frac{۱}{۲}$ پنس ۲ ـ ۲۸۴ء۲۰۸ مکعب فٹ، ۱۲ مربع فٹ، ۱۳۴۶ء۱ مکعب فٹ
۳ ـ ۸۹۴ تقریباً ۴ ـ ۲ پونڈ ۱۱ شلنگ ۱۱ء۰۴ پنس ۵ ـ ۱ پونڈ ۱۰ شلنگ $۱۰\frac{۲}{۳}$ پنس
۶ ـ ۱۱ شلنگ ۳ پنس ۷ ـ ۱ : ۳ $\overline{۲۶}$ ۸ ـ ۳۹ء۶۸۷ فٹ ۹ ـ ۹۳ء۶۰۸ مربع فٹ
۱۰ ـ ۱۰ء۳ فٹ تقریباً ۱۱ ـ ۱۰ پونڈ ۱۰ شلنگ ۱۳ ـ ۹۰ مربع فٹ ـ

۱۴ ـ $\frac{ل ن}{۲}\sqrt{\left\{\left(\frac{۲}{۴} م^۲ \frac{۸۰}{ن}\right)+ع^۲\right\}}$ ۱۵ ـ ۲۵ روپیہ ۸ آنہ ۴ پائی ـ
۱۶ ـ ۲۰۵۰۸ء۱۷۳ مربع فٹ ۱۷ ـ ۶۵۳ ۸۷۸ پونڈ تقریباً ـ

۱۸- ۱۷،۷۴۸ مربع فٹ ۱۹- ۶،۵.... مربع انچ ۲۰- ۱۶۰ روپیہ تقریباً۔
۲۱- ۸۵ روپیہ ۱۱ آنہ ۲ پائی ۲۲- ....۲۲،۳۱ مربع فٹ ۲۳- ۱۲۵،۶ مربع فٹ
۲۴- ۲۳۵،۰۹۹ مربع فٹ ۲۵- ۱۱۳،۱ مربع فٹ ۲۶- ۸،۲۹۱۵ انچ ....۲۳۷،۱
مربع انچ ۲۷- $۳۴\frac{۳}{۴}$ مربع فٹ ۲۸- ۱۰ فٹ، ۷ فٹ، ۸ فٹ۔
۲۹- ۴۶،۷ مربع فٹ تقریباً۔

نمبری (۳۱)

۱- ۶۶ مربع فٹ ۲- $۵۰\frac{۱۹}{۲۸}$ مربع فٹ ۳- $۸\frac{۱۳}{۴۲}$ مربع فٹ
۴- $۲۳۲۵\frac{۵}{۷}$ مربع انچ ۵- $۱۴\frac{۲}{۳}$ مربع فٹ ۶- $۵۴\frac{۱}{۱۲}$ مربع فٹ
۷- $۱۰\frac{۱}{۲}$ انچ ۸- ۷ انچ ۹- ۱ فٹ ۳ انچ ۱۰- $۳\frac{۱}{۲}$ انچ ۱۱- ۷ انچ۔
۱۲- ۴ پونڈ ۶ شلنگ ۹ پنس ۱۳- ۴۴۰ مربع انچ ۱۴- ۲:۱۔
۱۵- ۱۵۳،۹۲ مربع انچ ۱۶- ۲۳۵،۴۳ مربع انچ ۱۹- ۳۹۶ مربع انچ۔
۲۰- $۳۰۲\frac{۳۷}{۴۹}$ مربع انچ ۲۱- $۷۹\frac{۱}{۴۹}$ مربع انچ ۲۲- $۶\frac{۱}{۲}$ انچ۔

سوالات امتحان ۳۱

۱- $۷۹\frac{۵۵}{۵۶}$ مربع فٹ ۲- ۱ انچ یا ۲ انچ ۳- ۴ ۴- ۲:۱۔
۶- ۱۴،۳۵۷ انچ ۷- $۱۹\frac{۱}{۱۱}$ انچ ۸- $۱۸۳\frac{۶۹}{۱۹۶}$ مربع انچ ۹- ۸۰۰ روپیہ

نمبری (۳۲)

۱- ۱۴،۵۳ مربع فٹ ۲- $۷۷\frac{۱۱}{۱۴}$ مربع فٹ ۳- $۸\frac{۳۱}{۳۶}$ مربع فٹ
۴- ۲ انچ۔

نمبری (۳۳)

۱- ۳ مربع فٹ ۳۰ مربع انچ ۲- ۵ مربع فٹ ۱/۲ ۷۷ مربع انچ -
۳- ۶ مربع فٹ ۳/۷ ۶۹ مربع انچ ۴- ۷ مربع فٹ ۴۸ مربع انچ -
۵- ۲ مربع فٹ ۳/۷ ۱۳۹ مربع انچ ۶- ۱۴ مربع فٹ ۶/۷ ۹۲ مربع انچ -
۷- ۸ مربع فٹ ۵/۷ ۷ مربع انچ ۸- ۳ مربع فٹ ۱۱۸ مربع انچ -
۹- ۴۴ مربع فٹ ۲/۷ ۲۸ مربع انچ ۱۰- ۹۶ مربع فٹ ۳۶ مربع انچ -
۱۱- ۱۳ مربع فٹ ۶۴ مربع انچ ۱۲- ۱ مربع فٹ ۶/۷ ۱۲۸ مربع انچ -
۱۳- ۴۱ مربع فٹ ۲/۷ ۱۳۰ مربع انچ ۱۴- ۱۱۰ مربع فٹ ۱۳۲ مربع انچ -
۱۵- ۷ انچ ۱۶- ۶ انچ ۱۷- ۵ انچ ۱۸- ۵ انچ ۱۹- ۷ انچ -
۲۰- ۲۲۱ انچ -

سوالات امتحان ۳۳

۱- ۲۳۶٫۲۸ مربع فٹ تقریباً - ۲- ۳/۴ ۷۵ مربع انچ -
۳- ۲۲۱٫۲۶۹ مربع انچ ۴- ۱۲٫۰۳ مکعب فٹ ۵- ۱۲ پونڈ -
۶- ۳ ۸ پونڈ ۹ شلنگ ۷٫۱۴ پنس ۷- ۱/۲ ط ل ۸- ۴/۲۱ ۸۲ فٹ -
۹- ۱/۹ ۹۳ مربع گز تقریباً -

نمبری (۳۴)

۱- ۸۷ مربع انچ ۲- ۶ مربع فٹ ۳- ۶ مربع فٹ ۱۶ مربع انچ -
۴- ۸۵ مربع فٹ ۸۰ مربع انچ ۵- ۹ مربع فٹ ۱۳۴ مربع انچ -
۶- ۱۱۲ مربع فٹ ۴۲ مربع انچ ۷- ۳۷ مربع فٹ ۶۲ مربع انچ -

۸- ۶۰ مربع فٹ ۵۰ مربع انچ ۹- ۱/۲ ۲۶۷ مربع انچ۔
۱۰- ۷ مربع فٹ ۳/۷ ۱۳ مربع انچ ۱۱- ۹ پونڈ ۱۱ شلنگ ۷۳/۸۴ ۶ پنس۔
۱۲- ..۱۷٫۵۰۵ مربع انچ۔

سوالات امتحان ۳۴

۱- ۳/۴ ۷۳ مربع انچ ۲- ۱۱۰۰ مربع فٹ ۳- ۱۹۶۳٫۵ مربع انچ تقریباً۔
۵- ۳۴۶٫۶۲ مربع فٹ۔

نمبری (۳۵) ا

۱- ۶۱۶ مربع انچ ۲- ۶۸ مربع فٹ ۶۴ مربع انچ ۳- ۳۸ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ۔
۴- ۱۱ مربع گز ۴ مربع فٹ ۱/۲ ۱۲۱ مربع انچ ۵- ۴ مربع فٹ ۴۰ مربع انچ۔
۶- ۲۶ مربع فٹ ۱۰۶ مربع انچ ۷- ۳۸ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ۔
۸- ۴٫۸۳ مربع فٹ تقریباً ۹- ۷ انچ - ۱۰- ۴٫۵۸ انچ۔
۱۱- ۱ فٹ ۲ انچ ۱۲- ۱۲۵ مربع فٹ ۶/۷ ۱۰۲ مربع انچ۔
۱۳- ۴ پونڈ ۱۲ شلنگ ۸/۱۲ ۴ پنس ۱۴- ۶ پونڈ ۷ شلنگ ۳/۷ ۳ پنس
۱۵- ۲٫۰۴ انچ ۱۶- ۴/۷ ۲۵۴ مربع انچ ۱۷- ۳ پونڈ ۰ شلنگ
۹/۱۴ ۳ پنس - ۱۸- ۴٫۸۱ مربع فٹ ۱۹- ۲۱ : ۱۱ - ۲۰- ۲۱۵٫۶ مربع انچ

نمبری (۳۵) ب

۱- ۹۰ مربع انچ ۲- ۱۰۱٫۲ مربع انچ ۳- ۸٫۲۵ مربع انچ۔
۴- ۱ مربع فٹ ۶۶ مربع انچ ۵- ۲۲٫۸۸ مربع انچ ۶- ۸۴٫۲۸ مربع انچ
۷- ۲ مربع فٹ ۳/۷ ۱۰۵ مربع انچ ۸- ۴۵۲ مربع فٹ ۲/۷ ۸۲ مربع انچ۔

۹ - ۱۰۸۱ مربع فٹ $\frac{۴}{۷}$ ۲۰ مربع انچ ۱۰ - ۱۶۳۱ مربع فٹ $\frac{۴}{۷}$ ۲۰ مربع انچ۔
۱۱ - ۱۴۱ء۳۷۲ مربع انچ ۱۲ - ۴۰ء۲۳۱ مربع انچ ۱۳ - ۳ انچ ۱۴ - $\frac{۵}{۱۲}$

سوالات امتحان نمبری (۳۵)

۱ - ۱۰ شلنگ $\frac{۵۸}{۶۴}$ ۲ پنس - ۲ - ۴۰۷۱ء۵۰۰۶ مربع انچ ۳ - ۹۵ پونڈ ۱۴ شلنگ
۴ - $\frac{۱۳۴}{۱۹۳}$ ۲۸۱۸۳۶۲ مربع میل ۵ - ۱۳۸۶ مربع انچ ۶ - $\frac{۴۱}{۵۶}$ ۴۷ مکعب فٹ۔
۷ - ۶۶ پونڈ ۴ شلنگ تقریباً ۸ - ... ۱۲۸ء۴۷ مربع فٹ ۹ - ۵ء۳۸۵۱۶ فٹ۔
۱۰ - ۱۸ انچ ۱۲ - ۳۵۲ مربع فٹ ۱۳ - ۶ فٹ $\frac{۱}{۲}$ ۱۴ - ۳ انچ۔
۱۵ - زمین کی سطح کا $\frac{۳}{۳۹۶۲}$ ۱۶ - ۲ء۰۷ انچ تقریباً ۱۷ - $\frac{۵}{۷}$ ۱۶۸۷ مربع فٹ
۱۸ - $\frac{۹}{۱۴}$ ۷۴۵ مربع فٹ ۱۹ - π ۱۸ مربع انچ ۲۰ - $\frac{۱}{۳۵}$ ۱۸۱ مربع فٹ۔
۲۱ - نصف قطر کا $\frac{۱}{۷}$ واں ۲۲ - $\frac{۵}{۷}$ ۲۱۳ مربع فٹ ۲۳ - $\frac{۱}{۸۴}$
۲۴ - ۷۴۳ ۲۸۲ مربع فٹ ۲۵ - ۳ء۱۵۱ مربع فٹ تقریباً۔
۲۶ - ۱۰ π مربع فٹ، ۷۰ π مربع فٹ ۲۷ - ۷۷ء۳۷۹ مربع گز تقریباً۔
۲۸ - $\frac{۱۹}{۹۱}$ ۲۱ فی صد ۲۹ - $\frac{۳}{۱۶}$ ۳۰ - ۱۸۰۴۲ روپیہ ۱۲ آنے
۳۱ - $\frac{۱}{۱۴}$ ۵ مربع فٹ تقریباً۔

نمبری ۳۶

۱ - ۴:۲۵ ۲ - ۴۹:۶۴ ۳ - ۰ء۳۹۰۶۲۵ ۴ - ۱۶:۹ ۵ - ۲۲۹:۳۴۴
۶ - $\frac{۱}{۲۵}$ ۷ - ۱:۳ ۸ - ۴۱۴۲۱ء۱ فٹ ۹ - ۴۹ مربع انچ ۱۰ - ۱:۳:۵۔

سوالات امتحان ۳۶

۱ - ۲ء۲۲۸ فٹ، ۲ء۷۷۲۱ فٹ ۲ - ۳ء۴۲۹ مربع فٹ ۳ - ۳ $\sqrt{۳}$:۱

متفرق سوالات

۳ - ۵۶۲۵۰۰ مربع فٹ $\frac{۱}{۱۱}$ ۹۰۹ء۱۵ مربع فٹ ۴ - $\frac{۳}{۱۷}$ ۲۱ فٹ۔

۷۷ - ۷۷،۸۲ مربع انچ ۷۸ - ۳۵،۲ ایکڑ ۸۰-۳۳۰،۲۵ فٹ تقریباً۔

۸۱ - ۹۹۰،۳ فٹ، ۲۲ فٹ ۸۲ - ۳۲۸ مکعب فٹ، ۶π مکعب فٹ

۸۳ - ۱۰۱۶۳ مربع فٹ ۸۴-۵،۶۹۰۷ ۸۵ - $\frac{ف(س_۱ + س_۲)}{۲}$ ...۶۳،۳۴ مربع فٹ

۸۶ - ۴۲۱۴۱،۳ فٹ ۸۷ - ۲،۹۹ فٹ تقریباً ۸۸ - ۵۷۷،۱۸ مربع گز۔

۹۰ - ۲۶ روپیہ ۱۳ آنہ ۳،۴ پائی ۹۱ - ۶ انچ، ۰۹۷۶،۱۱۳ مکعب انچ۔

۹۲ - ۳۳۰، ۱۳ مربع فٹ ۹۳ - ..... ۲۶،۴۲۴ مربع زنجیر ۹۴-۸۱،۸۸۶ مربع فٹ

۹۵ - $\frac{۲}{۳}$ ۱۴۱ ۹۶ - $\frac{۹}{۱۴}$ ۲۶۱۹ مربع فٹ ۹۷ - ۲۹۶،۸ ایکڑ۔

۹۸ - ۲۵ انچ ۹۹ - ۹۹۶۰ مربع فٹ ۱۰۰ - $\frac{۱۷}{۳۲}$ ۲۰۴ مکعب فٹ، ۱۷،۱۱ فٹ

۱۰۱ - ۲۰۱ کیلیے ۱۰۲ - ۳۰ فٹ ۶ انچ ۱۰۳ - $\frac{۱}{۳}$ ۱۱۷ مکعب فٹ۔

۱۰۴ - ۶،۰۳۴۱۶ فٹ ۱۰۵ - .... ۸۳۹،۵۵۳ مربع فٹ۔

۱۰۶ - .... ۱۸۳،۱۷ فٹ ۱۰۷ - ۱۸۷ مکعب فٹ ۲ اولیات ۲ ثلاثیات

۱۰۸ - ۷۵۰ ۸۳۶ مربع کڑی ۱۰۹ - ....۳۰۰،۱۰ اگز ۱۱۰ - ۳۲۲، ۱۴ مربع کڑی

۱۱۱ - ۲۷،۱۴ پونڈ ۱۱۲ - ۴۴۰۰ مکعب فٹ ۱۱۳ - ۳۵۴۰ مربع گز۔

۱۱۴ - .... ۸۲،۲ ۱۱۵ - ....۹۶۹،۴ فٹ ۱۱۶ - ۵۰۴،۱۰ انچ۔

۱۱۷ - ۳ فٹ ۹ انچ ۱۱۸ - ۸۰۵،۳ ایکڑ ۱۱۹ - ۲۸،۴۶ مکعب فٹ۔

۱۲۰ - ۳۷۳ پونڈ تقریباً ۱۲۱ - ۹ انچ ۱۲۲ - ۶۰۰ مربع گز۔

۱۲۳ - .... ۱۰۲،۱۹۹ مربع زنجیر ۱۲۴ - ۹۶ پونڈ ۶ شلنگ۔

۱۲۵ - ۴۸ فٹ ۱۲۶ - $\frac{۲}{۳}$ ۱۰۲۶، ۳۰۸۰ $\frac{۱}{۲}$ ۱۳۳ ۱۲۷ - ۶۴،۵۲

۱۲۸ - ۴۲،۵ انچ تقریباً ۱۲۹ - ۵۴۵،۱۰ اونس ۱۳۰ - ۱۸،۳۱۴۷ مکعب فٹ

۱۳۱ - ۳۲۷۴ ۱۳۲ - ۱۴۴۰۰ مربع فٹ ۱۳۳ - ۳۰ فٹ، ۵۵ فٹ

۱۳۴ .... ۵۰۵۸،۵ فٹ ۱۳۵ - ۶،۱۱ انچ تقریباً ۱۳۶ - ۳۳۶،۶ انچ = ۱ میل

۱۳۷ - ۲۶۶،۵ ۲ مربع انچ تقریباً ۱۳۸ - ۶۷۱۵،۱۷ مکعب فٹ۔

۱۳۹ - ۸۲۶۴،۱۹۵ مکعب انچ ۱۴۰ - ۳۲،۸ فٹ ۱۴۱ - .....۹۸،۴۵۵ مربع گز

۱۴۲ - ۵۲،۶۸۱۳ ۱۴۳ - ۸۰۰،۳ مربع فٹ ۱۴۵ - چھوٹی سرحد سے احاطہ بندی کا فاصلہ ۰۰۸،۱۷ زنجیر ۱۴۶ - ۴۵،۲۵ مکعب فٹ ۱۴۷ - ۲۰۴ مکعب فٹ ۶ ۴ ۲

۱۴۸ - ۱۱ پونڈ ۔ شلنگ ۶ پنس، ۷ پونڈ ۱۲ شلنگ ۳ پنس ۱۴۹ - $\frac{۹}{۱۶}$ ۱۱۱ کعب انچ
۱۵۰ - ۲۲۰ گولے ۱۵۱ - $\frac{\pi ع}{۱۲}$ (رˆ۲ + ر۱ ر۲ + ر۲ˆ۲)
۱۵۲ - ۱۹۴۵،۱۱۲ کعب فٹ ۱۵۳ - ۶۰ فٹ ۴ ۱۵۴ - ۳۵۱۸۲،۰ مربع فٹ
۱۵۵ - ۱: ۶۶۰ ۱۵۶ - ۲۷۵ ۱۰۲ کعب فٹ تقریباً۔
۱۵۷ - ۶۹۳۳ ۳ فٹ، ۸۰۲ ۱۰ فٹ، ۲۴۴، ۱ فٹ ۱۵۸ - ...... ۸۳۲ کعب فٹ۔
۱۵۹ - ۲۷،۶۵ پونڈ ۱۶۱ - ۴۶،۰۸ مربع فٹ، ۴۴ و ۱۶۰ مربع فٹ۔
۱۶۲ - ۹۰ ۱۶۳ - ۴ انچ ۱۶۴ - ۲۱۴۲۱ ۱۰ فٹ ۱۶۵ - ۱۱۱ ۵ پونڈ ۱۱ شلنگ ۔ پنس تقریباً
۱۶۶ - ۶۸۴،۰ انچ ۱۶۷ - ۱۶۸ مربع انچ ۱۶۸ - $\frac{۱}{۲}$ ۳۹۱ مربع انچ۔
۱۶۹ - ۵۳۷۳ کعب انچ تقریباً ۱۷۰ - $\frac{۱}{۳}$ ۲۳۳ کعب فٹ ۱۷۱ - ۱۸۲۱۵،۱ انچ
۱۷۲ - ۲ فٹ ۱۱ انچ × ۱ فٹ ۶ انچ ۱۷۳ - ر (۳√ - $\frac{\pi}{۲}$)
۱۷۴ - ۱۰ بجکر $\frac{۶}{۱۱}$ ۵۴ منٹ، ۱۰ بجکر $\frac{۹}{۱۱}$ ۲۱ منٹ، ۱۰ بجکر $\frac{۸}{۱۱}$ ۳۸ اور ۱۰ بجکر
۱۰ بجکر $\frac{۴}{۱۱}$ ۱۶ منٹ ۱۷۵ - ...۳۱۱۴ فٹ ۱۷۶ - ۳۴۸،۸ انچ تقریباً۔
۱۷۷ - $\frac{۳}{۷}$ ۱۳۲۹ کعب انچ، $\frac{۳}{۷}$ ۹۳۳ کعب انچ ۱۷۸ - ۳،۸۲ کعب فٹ
۱۷۹ - ۱۷۲۸ گولیاں ۱۸۰ - ۱۲ گز تقریباً ۱۸۱ - ۳ : ۱
۱۸۲ - ۳۳،۸۳ ہنڈرڈ ویٹ، ۹۷۹ پونڈ ۱۰ شلنگ ۶ پنس تقریباً۔
۱۸۳ - ۹۵، ۴۴ روپیہ تقریباً ۱۸۴ - ۵۰ فٹ۔
۱۸۵ - ....۹،۱۷۵ انچ، ...۱۱،۹۵۷ انچ، ...۸۶۷ ،۲۸ انچ۔
۱۸۶ - $\frac{۱}{۲}$ ۴ کعب فٹ ۱۸۷ - ....۲۷،۷۳۴ انچ، ...۲۰۸، ۱ انچ، ۵۶، ۵ انچ
۱۸۸ - ۵۰، ۱۵ کعب گز ۱۸۹ - ۶۱۱۹۶ کعب انچ ۱۹۰ - ...۱۹۶، ۶ انچ۔
۱۹۱ - ۱۳۶ ۵۹ ۱۹۲ - ۳، ۱۴۳ اونس تقریباً ۱۹۳ - ۲۸۰ گز۔
۱۹۴ - ۸۰،۲۸ کعب فٹ تقریباً ۱۹۶ - ....۲۲،۲۶ فٹ ۱۹۷ - طول ۲۴ فٹ، عرض ۱۲ فٹ
۱۹۸ - ۲۰۰ روپیہ ۱۹۹ - ۲۹۸۴،۵۷ مربع فٹ ۲۰۰ - ۱۱۹ ۱۰۳ گیلن تقریباً۔
۲۰۱ - ہنڈرڈ ویٹ ۰ کوارٹر $\frac{۱}{۲}$ ۲۶ پونڈ ۲۰۲ - ....۳۰۸ فٹ
۲۰۳ - ۱۳۴۰ کعب فٹ تقریباً ۲۰۴ - ۹۱ فٹ ۸ انچ۔
۲۰۵ - بلندی ۱۰ فٹ، طول ۲۱ فٹ، عرض $\frac{۱}{۲}$ ۱۰ فٹ ۲۰۶ - ۱۹۶۱۵، ۵ انچ

۲۰۷ — $\frac{۲۱-۲}{۲۱}$ ۲۰۸ — ۱۱ء۷۵ مکعب انچ ۲۰۹ — ۷۴۴،۰۰۰ مکعب فٹ
۲۱۰ — ۳۳۴ء۰۱۲ مکعب انچ ۲۱۱ — $\frac{۱}{۲}$ ۷۶۵۷ مکعب فٹ۔
۲۱۲ — ۳۷۰۳ء۲ مکعب فٹ ۲۱۳ — ۸۶ء۹۰۲ گز۔
۲۱۵ — ۲۰ء۳۳ مربع فٹ تقریباً، ۶۸۶ء۴ مربع فٹ تقریباً
۲۱۶ — $\frac{۱}{۳}$ ۴۵۸ مکعب انچ، $\frac{۱}{۳}$ ۴۵۸ مکعب انچ، $\frac{۴}{۲۱}$ ۸۵۱ مکعب انچ۔
۲۱۷ — $\frac{۱۷}{۲۷}$ ۱۹ مکعب فٹ ۲۱۸ — ۲۴۸۵ گولیاں۔
۲۱۹ — $\frac{۱}{۴}$ ۲۸۳ مکعب فٹ، $\frac{۲۵}{۲۸}$ ۲۴۷ مکعب فٹ ۲۲۰ — ۸۸۰ مکعب انچ۔
۲۲۱ — ۸ء۱۰۶۰ مکعب فٹ تقریباً، ۱۷۳ روپیہ ۴ آنہ تقریباً۔
۲۲۲ — ...... ۶۵ء۱ فٹ، ......۳ء۵۹ فٹ ۲۲۳ — ۹۸۸ روپیہ تقریباً
۲۲۴ — ۲۳۹ روپیہ ۱۳ آنہ ۱۰ پائی تقریباً ۲۲۵ — ۸۹۵ء۳ انچ۔
۲۲۶ — $\frac{۳}{۳}$ ۶۶ء۰ ۶۵ مکعب فٹ ۲۲۷ — ۹۲ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ تقریباً۔
۲۲۸ — ۲۲۴ء۹ مکعب فٹ ۲۲۹ — چھوٹے سرے سے ......۷۷ء۳ فٹ
۱۹۱۱ مکعب فٹ ۲۳۰ — زمین کی سطح کا $\frac{۱}{۴۲۲۶}$ ۲۳۱ — ۶ء۱۰۵۸ گز۔
۲۳۲ — ۲،۰۰۰ فٹ ۲۳۳ — ۵۱۹ء۰ انچ تقریباً۔
۲۳۴ — ۹۶ء۳ انچ ۲۳۵ — ۸۷ء۴ مربع فٹ، ۲۴۹ء۰ مکعب فٹ۔
۲۳۶ — ۴۰۷ میل فی گھنٹہ ۲۳۷ — ۱۳۳ پائنٹ ۲۳۸ — ۴۵۵ء۲۵ انچ۔
۲۳۹ — ۳۰۲ء۳ مکعب انچ ۲۴۰ — $\frac{۸۵}{۱۸۹}$ ۱۶۱ مکعب فٹ، $\frac{۲۲}{۲۷}$ ۱۷۶ مکعب فٹ،
$\frac{۱۶۶}{۱۸۹}$ ۱۹۲ مکعب فٹ ۲۴۱ — $\frac{۳}{۲}$ (۹ + ۲$\sqrt{۳}$) ۲۴۲ — ۵۰ روپیہ ۹ آنہ —
۲۴۳ — ر^{۲} × ن س $\frac{۱۸۰}{ن}$ ۲۴۴ — ۸۰۴ء۵ مکعب فٹ تقریباً۔
۲۴۵ — ۶۵۵۰ مکعب فٹ تقریباً ۲۴۶ — ۵ء۳۰ پونڈ تقریباً۔
۲۴۷ — ۸۵۷ء۱۵۰ مربع انچ، ۹ء۳۸۷ مکعب انچ۔
۲۴۹ — ......۲ء۰ انچ، ......۱ء۶۱ انچ، ......۱ء۳۷ انچ ۲۵۰ — ۱۰۶ء۸۸ مکعب انچ
۲۵۱ — $\frac{۵}{۲۱}$ ۳۳۵ مکعب انچ، $\frac{۵}{۲۱}$ ۳۳۵ مکعب انچ، $\frac{۱۱}{۲۱}$ ۳۷۷ مکعب انچ،
$\frac{۱۱}{۲۱}$ ۳۷۷ مکعب انچ ۲۵۲ — ۱۲۰۱ء۶ مکعب فٹ، ۹ء۳۷۶ مکعب فٹ

۲۵۳—۱۱٫۱۲ مربع انچ ۲۵۴—۴۹٫۳۴ انچ ۲۵۵—۱۷۷ روپیہ ۱۵ آنہ ۹ پائی تقریباً

۲۵۶— $\frac{۳}{۴}$ ۲ انچ تقریباً ۲۵۷— $\frac{۲}{۳}$ ۵۹۸٫۶۷ مکعب گز ۲۵۸—۵۴۳٫۷۷ مکعب انچ

۲۵۹—۰٫۶۹۰ ۲۰۸۲ مربع میل تقریباً ۲۶۱— $\frac{۳}{۴}$ ۳٫۷ مربع انچ۔

۲۶۳—۱۵٫۸ مربع انچ ۲۶۴…— ۴۳۲ مکعب انچ۔

۲۶۵—۲۳ پونڈ ۱۴ شلنگ ۹٫۹۶ پنس ۲۶۶—…۱۳٫۸۶۷ فٹ …۳٫۴۰۴ فٹ، …۲٫۵۲۸ فٹ ۲۶۷—۴۵ انچ ۲۶۸—۵٫۷۶ انچ—

۲۶۹—۲۱ مربع فٹ ۱۲۸ مربع انچ تقریباً ۲۷۰—۷٫۴۹ فٹ—

۲۷۱—۳۰٫۳۷ مکعب فٹ، ۱۰۶۳ روپیہ تقریباً ۲۷۲—۱۱٫۶۹۶ انچ، ۳۰٫۴ انچ، ۲٫۱۳۲ انچ، ۱٫۶۹۸ انچ، ۱٫۴۳۴ انچ ۲۷۳—۰٫۱۶ انچ۔

۲۷۴—۱۵۴۰ گیند، ۹۹ انچ تقریباً ۲۷۵—۸٫۸۵ مکعب انچ تقریباً—

۲۷۷—۲۲٫۶۵۴ مربع گز ۲۷۸—۶۶۶ ۲۹۷ گیلن تقریباً—

۲۷۹—۶۹۵٫۶۹ روپیہ۔ ۲۸۰—۵۱٫۰۵۶ مکعب فٹ۔ ۲۸۱—۶۳ گیلن تقریباً

۲۸۲—…۳٫۰۹ مکعب انچ ۲۸۳—…۱۸٫۱۶۴۹ فٹ ۲۸۴— $\frac{۱}{۲}$ ۱۵۷ فٹ

۲۸۵—۲ کوارٹر ۲ پونڈ ۱۴ اونس تقریباً ۲۸۶—۲۷۴٫۳۱۴ ۱۴۰ مکعب فٹ۔

۲۸۷— $\frac{۱}{۱۶}$ ۲۸۸—(۶ر + ا $\sqrt{۳}$) : (۶ر + ۲ ا $\sqrt{۳}$)

۲۸۹—ع × $\sqrt{۳}$ ا— $\sqrt{\frac{۴ ر^۳}{۲ ا ع}}$ ۲۹۰— $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$.ا ع ۲۹۲—…۰٫۱۸ اونس

۲۹۳—۳۲ مربع فٹ ۲۹۴—۱٫۳۵ فٹ تقریباً ۲۹۵—۰٫۶۵۴ مکعب انچ

۲۹۶—…۱٫۹ فٹ، …۳٫۵ فٹ ۲۹۷—ارتفاع ۱۰٫۵ فٹ، قاعدہ کا ضلع ۵٫۶۱۲۴ فٹ، قیمت ۶۷ روپیہ ۳ آنہ ۱۱ پائی ۲۹۸—۵٫۳۵۵ مکعب انچ تقریباً—

۲۹۹— $\frac{۱}{۴}$ ۷۰ گز تقریباً ۳۰۰— $\frac{۱۶۷}{۹۸۶}$ ۷۹٫۰۳ مکعب انچ—

۳۰۱—۶۵۸۸ مکعب فٹ ۳۰۲—۰٫۲۱۶ مکعب فٹ—

۳۰۳— $\frac{۱۳}{۸۴}$ ۱۷ مکعب انچ—

فہرست اصطلاحات

مساحت

(حصۂ دوم و سوم)

A

Adjacent faces — متصلہ رُخ

Alternate sides — متبادل اضلاع

Angle of elevation — زاویۂ ارتفاع / ارتفاعی زاویہ

Angular points — راسی نقطے

Annulus — حلقہ

Apex — راس (مؤنث)

Aquarium (*cistern*) — آبی خانہ

Aquarium (*house*) — آبستان

Arch — کمان۔ محراب

Arch masonry — محرابی چُنائی

Axis — محوَر (جمع محاور)

B

Balcony — برآمدہ۔ جھروکا

Base — قاعدہ

Batter — سلامی۔ ڈھال

Bending — خمیدگی

Boiler — جوشارہ

Bung diameter — درمیانی قطر

Buoy — تَیراک

C

Canal lock — نہر کی پن پلی

Cast iron — ڈھلا ہوا لوہا

Circular cylinder — مستدیر اسطوانہ

Common vertex — مشترک راس

Complete coils — کامل چکر

Cone — مخروط

Contents — سماؤ

Conterminous edges — متصلہ کنارے

Convexity — تحدّب

Convex surface — محدّب سطح

English	اردو
Cross-section	عمودی تراش
Cube root	جذر الکعب
Cuboid	مکعب نما
Curb	پہیہ - چکر - چک
Curved surface	منحنی سطح
Cutting	کٹائی
Cylindrical ring	اُسطوانہ نما حلقہ
D	
Dam	بند
E	
Eaves	اولتی
Edge	کور - کنارہ
Electric pump	برقی پمپ
Ellipse	قطع ناقص
Elliptical arch	ناقصی کمان
Embankment	پُشتہ
Enclosure	احاطہ
End	سرا
Excavation	کھدائی
Exposed surface	کھلی سطح - برہنہ سطح
Extrados (*of an arch*)	پُشت (محراب)
F	
Face	رُخ
Fall	اُتار
Fall of 1 in 20	۲۰ میں اکا اُتار
Fifths	خُمسیات
Fire place	آتش دان
Flood gate	طغیانی در - طغیانی پھاٹک
Floor tile	فرشی کھپرا - فرشی چوکا
Flue (*of a chimney*)	دُود راہ
Fluted columns	نابدار اُسطوانے
Foot (*of a perpendicular*)	پایہ - پائیں
Formation level	سطحِ تیاری
Fourth (*in duo-decimal*)	رُبع - چوتھائی
Fourths	رُبعیات
Fraction	کسر
Freestone	خوش تراش پتھر
Frustum	مقطوع
Frustum of a cone	مخروط کا مقطوع - مقطوع مخروط
Frustum of a pyramid	مخروطِ مضلع کا مقطوع - ہرم کا مقطوع - مقطوع ہرم
G	
Gabled	دو پاکھا - کنیٹے دار
Gable end (*of a house*)	کنیٹا (مکان کا)
Generating line	تکوینی خط
Gimlet	برما
Grain (*a weight*)	گرین
Granite	سنگ خارا

English	Urdu
Great circle	دائرۂ عظیمہ۔ بڑا دائرہ۔ دائرۂ کبیر
H	
Haunch (*of an arch*)	پہلو (کمان یا محراب کا)
Head diameter	بالائی قطر
Head (*of a window*)	سر دریچہ
Height	ارتفاع۔ بلندی
Hemisphere	نصف کرہ
Hemispherical	نصف کروی
Hexagonal	مسدسی
Horizontal planes	متوازی الافق سطوح
I	
Intrados (*of an arch*)	شکم۔ پہلو
L	
Lateral	جانبی۔ طرفی
Level (*Adj*)	ہموار۔ سطح۔ چورس
Limiting case	انتہائی صورت
Lines of intersection	خطوط تقاطع
Lining	استرکاری
Longitude	طول بلد۔ طول
Longitudinal elevation	طولی ارتفاع
M	
Major axis	محور اعظم۔ محور اکبر
Masonry	چنائی
Masonry bridge	پختہ پل
Mast	مستول

English	Urdu
Mean circumference	اوسط محیط
Mensuration	مساحت
Mid-section	وسطی تراش
Monolith	یک لخت۔ یک تختہ
N	
Numerical value	عددی قیمت
O	
Oblate spheroid	چپٹا کرہ نما
Oblique	ترچھا
Oblong	مستطیل۔ مستطیلی
P	
Pair	زوج۔ جوڑا
Parabola	قطع مکافی
Parallelopiped	متوازی السطوح۔ متوازی سطوح
Plane surface	مستوی سطح
Pole	قطب
Polyhedron	کثیر السطوح
Pontoon	پنتون
Primes (*in duo-decimals*)	اولیات (اثنا اعشاریہ میں)
Prism	منشور
Prismoid	منشور نما
Projectile	مرمی (واحد) مرمیات (جمع)
Prolate spheroid	لمبوترا کرہ نما
Pyramid	مخروط مضلع۔ ہرم

R

Railway cutting	ریلوے کٹائی
Rectangular solid	مستطیلی مجسم
Rectilinear figure	مستقیم الاضلاع شکل / مستقیم ضلعی شکل
Regular rectilinear figure	منتظم مستقیم ضلعی شکل
Reservoir	خزانۂ آب۔ پن خزانہ
Ridge (*of a hill*)	پشتۂ کوہ
Ridge (*of a roof*)	لگری
Right circular cone	قائم مستدیر مخروط
Rings cylindrical	اسطوانی حلقے
Rise (*of an arch*)	ارتفاع یا اُچکا (محراب کا)
Roller	گردونہ۔ بیلن

S

Seconds (*in duo-decimals*)	ثانویات (اثنا عشاریہ کا)
Segmental arch	قطعی کمان
Shaft (*of a pillar or chimney*)	تنہ
Shell	خول
Slant height	مائل ارتفاع۔ ترچھی بلندی
Solidity	جسامت۔ حجم
Solid measure	مجسمی ناپ
Solids	مجسمات
Solid second	مکعب ثانوی
Spherical shell	کروی خول
Spheroid	کرہ نما
Spiral spring	مرغولہ دار کمانی
Spire	مینار
Springing level	سطح جست
Sub soil	زیر زمین

T

Tank	کُنڈ۔ تالاب
Terms	رقوم
Tetrahedron	ذو اربعۃ السطوح۔ چوسطحی۔ چہار سطحی
Thirds	ثالثیات
Trapezoidal	منحرف نما
Trench	خندق
Triangular prism	منشور مثلثی

U

Unit	اکائی

V

Vertical angle	راسی زاویہ
Voussoir	محرابہ۔ ڈاٹیہ
Vulgar fraction	کسر عام

W

Waggon	واگن
Water coure	بدررو۔ جل مارگ
Wedge	فانہ
Wrought iron	پٹواں لوہا

Z

Zone of a sphere	منطقۂ کرہ

تمت

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۱۲	شکل میں	۱۷۴۰	۱۷۴۷	۸۳	شکل	ف	ق
۲۰	۸	اب	آب	″	۱۸	اب	اب
۲۵	شکل میں	ت	فَ	۸۹	پہلی شکل	۵	۵َ
۲۷	۲۵	۷ بارہوان	۷ بارہواں	۹۰	۱۶	(۲×۸+۱۴)	(۲×۸+۲۴)
۳۸	آخری سطر	[illegible]	[illegible] :	۹۱	۷	پشپت	پُشت
۳۹	۲۱	کر	کہ	″	شکل	[illegible]	$\frac{۱۰۰}{۲}$
۴۶	شکل میں	.	۸گز ۶گز	۱۰۳	۱۱	ارتقاع	ارتفاع
۵۴	۱۰	پہپتہ	پہیتہ	۱۰۵	شکل	ضہ	ضہ
۵۸	۱۴	دوسر	دوسرا	۱۰۹	″	ا	ا
۷۲	۱۱	وتہ	وتر	۱۱۰	″	ـ	ر
۷۳	دوسری شکل	.	لا اللہ ؟	۱۱۱	۸	=	=
۷۵	۲۵	وزل	وزن	۱۱۲	۱۱	۲۵۲	۲۵۲

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۱۱۲	شکل	.	۴َ و ۳َ	۱۷۹	شکل	۰۰	۱۸َ
۱۱۷	۲۴	یکسال	یکساں	۱۸۰	〃	۲۵،	۲۵، ۲َ
۱۲۲	۲۲	= ۱،۳۶۵۰۷۹	= ۱،۳۶۵۰۷۹ فٹ	۱۸۱	۴	و	ر
۱۲۷	۵	میں انتصابی	میں ۱ انتصابی	〃	۹	۸،۷۰۵	۸،۷۵
〃	〃	میں ۔	میں ۱ ۔	۱۸۸	۱۳	ج/۲	ج/۴
۱۳۴	۱۷	افت	۱ فٹ	۱۹۰	پہلی شکل	۲۰	۲َ۰
۱۴۲	شکل	۶َ	۶ً	۱۹۲	۲۱	ہنڈرڈویٹ	ہنڈرڈ ویٹ
۱۴۳	۱۸	... دفعہ ۰۶۶	.... دفعہ ۱۶۶	۲۰۸	۱۲	ارتقاع	ارتفاع
۱۴۸	۷	(Avoir)	(Avoir) ہو۔	۲۱۷	۵	محروط	مخروط
۱۵۵	شکل	م...م	م	۲۱۸	شکل ۲	۲۰َ	۲۰۰َ
〃	〃	س	ع	〃	〃	۲۰°	۳۰°
۱۵۸	〃	ر	ر۱	۲۲۱	۱	۲۲۰	۲۲۰
۱۵۹	〃	۳	۶َ	۲۲۳	۹	بلند دی	بلندی دی
۱۶۱	دوسری شکل	گ	گ	〃	شکل	لد	ل
۱۶۴	شکل	۲	۲ً	۲۲۴	۴	+ ط	+ طَ
۱۶۵	۲۲	.....دفعہ ۱۹۲	---- دفعہ ۱۶۲	〃	〃	− ط	− طَ
۱۷۰	۶	سے	اسے	〃	۷	= طل۲	= طَل۲
۱۷۳	۴	جبامتوں	جسامتوں	۲۲۵	شکل میں	۴۰	۱َ۰
〃	شکل	وَ	دَ	۲۳۱	۰	ک	۷
〃	〃	عَ	ع	۲۳۵	۱۶	۲۱ + ۲ر	۲۱ × ۲ر
۱۷۶	۱۷	= ۱۰۳|۹	= ۱۰ ۳|۹	۲۳۷	۹	انچ	۱ انچ
۱۷۷	۱۶	ا	ا۱	۲۳۸	۱۷	منفی	مَنفی
۱۷۸	۲۱	ح	خ۱	〃	شکل میں	۲َ۰	۲َ۰
				۲۴۰	〃	ا	۲

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۲۴۱	۱۷	۲۵/۲۴	۲۵/۴	۲۹۹	پہلی شکل	:	س۱ اور س۲
۲۵۰	۱	ا، ا	ا، اَ	۳۰۰	〃	.	ر۱ اور ر۲
۲۵۸	۱۰	اُس کا	اُن کا	〃	۸	۲۲ ع۲/۶	۳۲ ع۲/۶
۲۵۹	۲۳	گولے	گولیاں	〃	۲۰	۲۲ رع	۲۳۲ رع
〃	〃	کے گولیوں	کی گولیوں	۳۰۱	۱۰	ق×۲ن+۱ +۲	ق۲ن+۱ +۲
۲۶۳	۵	اُولتی	اُولتی	۳۰۴	۷	ے کعب	ے مکعب
۲۶۵	۸	مد فٹ	۸ فٹ	۳۰۶	۱۹	۲/۱۱ ۳۲۷	۳/۱۱ ۳۲۷
۲۶۷	۵	قطر	قطر کے	۳۰۹	۲	۱۲/۲۲	۱۴/۲۷
۲۷۳	۴	جس میں	جن میں	〃	۱۳	۱۲	۱۱۲
۲۷۵	۱۴	ٹھوس	ٹھوس کی	۳۱۲	۴	۸۶۴۲۰	۸۶۴-۲۰
۲۷۶	۱۳	۵ہ۵	۵ہ۵	۳۱۳	۷	۵/۷ ۲۴۱۳	۵/۷ ۲۴۱۳
۲۷۸	۳	چھا ٹا	چھاٹا	۳۱۴	۲۲	۱۷۳،۳۰۵۰۸	۱۷۳،۲۰۵۰۸
۲۷۹	۱۷	سطحوں	مُستویوں	۳۱۷	۸	۶۲ مربع انچ	۶۴ مربع انچ
۲۸۲	۱	مکعب فٹ	مکعب	۳۱۸	۱۳	۲/۱۶	۳/۱۶
۲۸۵	۹	بھی بنیاد	بنیاد بھی	۳۱۹	۲۵	۳۱َ ۲۰	۲۶َ ۲۰ً
۲۸۶	۱۵	صَرف	صِرف	۳۲۰	۳	۱۰۱۶۲	۱۰۱۶۴
۲۸۷	۲۳	رگرد	گِرد	〃	۹	کیلیے	کیلیے
۲۹۱	۴	انتصابی	ا انتصابی	〃	۱۳	۱۲،۷۲	۱۴،۷۲
۲۹۱	۸	اتاراافقی	اتارا افقی	〃	۱۵	۳،۵۸۰۵	۳،۵۸۰۵
۲۹۲	۸	(۵) و	(۵) و	۳۲۱	۱۱	۵/۱۱ منٹ	۵/۱۱ ۵ منٹ
۲۹۴	۳	۱/۳۲	۱/۳۲	〃	۱۸	۵،۰۵۶	۵،۰۵۶...
۲۹۷	شکل ۳		ق۱ اور ق۲	〃	۲۵	۵،۱۲۶۱۵	۵،۱۹۶۱۵
۲۹۸	پہلی شکل	ق ل	ق۱ اور ل	۳۲۲	۱۰	۴،۸۹۵	۴،۸۹۸

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۳۲۲	۱۸	(۰ + ۳√)	(۳√ + ۹)	۳۲۳	۴	۲۶۴...-	۲۶۴-
"	۱۹	۱۸۰/ن	۱۸۰°/ن	"	۲۰	مکعب	مکعب
"	۲۵	فت	فٹ	۰	۰	۰	۰